# UNIDAD DIDÁCTICA. APRENDIZAJE DEL ALGEBRA MEDIANTE EL ALGEBRA GEOMETRICA PARA ESTUDIANTES DEL CICLO IV DE LA EDUCACION PARA JOVENES Y ADULTOS DEL IED ALIMRANTE PADILLA

JUAN CARLOS FUENTES ORTIZ

Universidad Antonio Nariño
Facultad de Educación
Licenciatura en Matemáticas
Bogotá, Colombia
Año 2018

# UNIDAD DIDÁCTICA. APRENDIZAJE DEL ALGEBRA MEDIANTE EL ALGEBRA GEOMETRICA PARA ESTUDIANTES DEL CICLO IV DE LA EDUCACION PARA JOVENES Y ADULTOS DEL IED ALMIRANTE PADILLA

Juan Carlos Fuentes Ortiz

Trabajo de grado que se presenta como requisito parcial para obtener

El título de Licenciado en Matemáticas

Asesor:

Dr. Nabor Infante Pinto

Modalidad: Diseño de material didáctico

Universidad Antonio Nariño
Facultad de Educación
Licenciatura en Matemáticas
Bogotá, Colombia
Año 2018

# AGRADECIMIENTOS

*A Dios quien ha sido mi guía en este transcurrir de mi vida.*

*A mi esposa Ernesta por su apoyo incondicional en mis estudios.*

*A mis hijos: Mateo y Gabriela, que son la fuente de inspiración y mi motor de trabajo.*

*A los docentes de la licenciatura en Matemáticas de la Universidad Antonio Nariño que me motivaron y compartieron sus saberes en esta bella labor de la docencia.*

## RESUMEN

El presente trabajo tiene como fin proponer una unidad didáctica para hacer más comprensible el aprendizaje del algebra, que corresponde a una de las herramientas propias del pensamiento variacional, para los estudiantes del ciclo IV de la educación para jóvenes y adultos de la IED Almirante Padilla de la jornada fin de semana.

Hacer más didáctica la enseñanza de la matemática en la educación de jóvenes y adultos por medio de: juegos, retos, situaciones cotidianas, con un grado de dificultad considerable, con el objetivo implícito de enseñar contenidos algebraicos-matemáticos contemplados en los DBA, desde una nueva perspectiva de matemáticas recreativas, dando respuesta al interrogante ¿cómo enseñar?

Se desarrollaron actividades que permitieran: la comprensión de conceptos, la contextualización de su cotidianidad con la matemática, el desarrollo argumentado de operaciones propias de la disciplina, la proposición de situaciones que sean desarrolladas desde las concepciones propias de la matemática, afianzar los conocimientos y conceptos matemáticos. Todo lo anterior basado en las directrices dadas por el MEN (Ministerio de Educación Nacional), como son: los estándares curriculares de matemáticas y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA).



**Palabras claves**

Algebra geométrica, unidad didáctica, educación para jóvenes y adultos

## ABSTRACT

The aim of this paper is to propose a didactic unit to make the learning of algebra more comprehensible, which corresponds to one of the tools of variational thinking, for the students of cycle IV of education for young people and adults of the IED Almirante Padilla de the weekend day.

Make the teaching of mathematics more educational in the education of young people and adults by means of: games, challenges, daily situations, with a considerable degree of difficulty, with the implicit objective of teaching algebraic-mathematical contents contemplated in the DBA, from a new perspective of recreational mathematics, answering the question: how to teach?

Activities were developed that allowed: the comprehension of concepts, the contextualization of their daily life with mathematics, the argumented development of own operations of the discipline, the proposition of situations that are developed from the own conceptions of mathematics, strengthen the knowledge and concepts mathematicians All the above based on the guidelines given by the MEN (Ministry of National Education), such as: the curricular standards of mathematics and the Basic Rights of Learning (DBA).

**Keywords**

Geometric algebra, didactic unit, education for young people and adults

# INDICE O TABLA DE CONTENIDO

Contenido

# INTRODUCCIÓN

El mundo se está globalizando en todos los ámbitos y la educación no es ajena a ello. En Colombia surgen discusiones que también se presentan en otras latitudes con respecto a la educación de las matemáticas: ¿qué enseñar?; ¿cómo enseñar?; ¿para qué enseñar?; ¿cuándo enseñar?... Los cuestionamientos se usan en todos los campos de la educación, en matemáticas se ha tratado de responder, innovando e implementando métodos de enseñanza, y se hacen propuestas innovadoras como la construcción de material didáctico para hacer más entendible y comprensible el aprendizaje de las matemáticas.

Desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN), se ha trabajado al respecto implementando: los Lineamientos básicos de aprendizaje en la enseñanza de las matemáticas y los Derechos básicos de aprendizajes. Buscando mejorar la calidad educativa, por ello propone un conjunto de saberes y habilidades fundamentales que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar, de primero a once, en el área de Matemáticas.

La educación para jóvenes y adultos, que se regula por el decreto 3011 de 1997, a pesar de sus propias particularidades, también debe desarrollar en sus estudiantes competencias en el campo de las matemáticas a lo largo de sus ciclos lectivos especiales integrados CLEI, atendiendo a sus principios de: flexibilidad, pertinencia y desarrollo humano.

La construcción del material didáctico “el Álgebra Geométrica”, para la enseñanza de la matemática que se desea implementar en la educación de los estudiantes jóvenes y adultos busca: usar juegos, retos, situaciones cotidianas, con un grado de dificultad considerable, con el objetivo implícito de enseñar contenidos algebraicos contemplados en los derechos básicos del aprendizaje, desde una nueva perspectiva de matemáticas recreativas, dando respuesta al interrogante ¿cómo enseñar?

De otra parte, los materiales didácticos en el aula de matemáticas representan una opción o suplemento a tener en cuenta a la hora de diseñar actividades lúdicas que representen retos a los estudiantes, además se convierten en un recurso relevante para elevar la calidad educativa, mejorando las competencias de los estudiantes y su pensamiento crítico.

Las actividades están enmarcadas principalmente en concepciones y figuras geométricas que permitan modelar geométricamente situaciones que puedan ser expresadas algebraicamente, logrando el desarrollo de los pensamientos matemáticos, espacial geométrico y el variacional, Estipulados por el MEN.

# 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

## 1.1 **–Justificación**

Durante el desarrollo de la práctica docente I, en el IED Almirante Padilla en la jornada fin de semana, modalidad educación para jóvenes y adultos, desde la observación directa del maestro en formación se evidenció una gran dificultad por el aprendizaje de conceptos algebraicos por parte de los estudiantes del ciclo IV, que entre otras causas está relacionada con la conformación heterogénea de los estudiantes, las dificultades de aprendizaje, la metodología de enseñanza , factores que inciden en los bajos rendimientos académicos especialmente en el área de las matemáticas.

De la motivación de los estudiantes de esta jornada fin de semana de la IED Almirante Padilla de la localidad de Usme, ubicada en el sur de Bogotá D.C, comunidad de estratos 1 y 2 mayoritariamente, es agradable ver la cantidad de personas jóvenes y adultos que asisten en busca de mejores oportunidades y deseo de mejorar su movilidad social, por medio de la educación, sin desconocer que algunos solo van por el título de bachiller o en el caso de algunos jóvenes por presión familiar, presión generada como una oportunidad de sus familiares de alejarlos de las drogas en los espacios que ofrece la institución..

Reconocemos algunas problemáticas que están afectando la educación a nivel nacional, y principalmente en la institución Almirante Padilla, jornada fin de semana, como son:

- La deserción escolar, que a nivel institucional este en el 30% (informe de coordinación) y a nivel distrital alrededor del 38 % (Lineamientos curriculares de la educación para jóvenes y adultos en el distrito capital)
- El modelo pedagógico tradicional, deshumaniza la enseñanza de la matemática lo que genera fobia de los estudiantes.
- Los estudiantes muestran dificultades ante situaciones problemas para interpretar, plantear o resolver dicha situación.
- La inclusión de símbolos o variables en el álgebra dificulta su comprensión.

- Institucionalmente se reflejan los malos resultados académicos en las pruebas Saber, (índice sintético de calidad institucional),que se evidencian en los resultados pruebas saber 6, 9 institucional, y resultados distritales y nacionales pruebas saber 2016. (informe icfes pruebas saber 2016)

Asumir los anteriores argumentos genera repensar estrategias educativas, que hagan más atractivas la enseñanza de las matemáticas a estudiantes, que no van a ser matemáticos y lo expresan abiertamente. No es fácil, pero nuestra labor, ética docente va mucho más allá de un salón de clases, es más altruista, por eso debemos hacer la estadía de los estudiantes más amena en la institución, pensando más en la calidad que en la cantidad, en cuanto a los contenidos programáticos.

Como futuros maestros en ejercicios al reconocer las problemáticas surgen algunos cuestionamientos: ¿qué se está haciendo mal?, ¿de quién es la culpa, de los malos resultados?, ¿de los estudiantes, de los profesores o del modelo educativo? Es posible que los tres factores incidan, pero no se puede desconocer el gran número de estudiantes fracasan particularmente en matemática, esto hace necesario innovar la manera de enseñar, introducir cambios, jugar con la innovación a la hora de enseñar como lo expresa (Muñoz, 2014). De estas problemáticas, nos centraremos la relacionada con el modelo educativo, en especial lo relacionado con la didáctica en el aula. Es por esta necesidad evidenciada que se propone este material “Algebra Geométrica” buscando una mejor y mayor comprensión de los conceptos disciplinares partiendo de lo concreto a lo abstracto.

## 1.2-Pregunta de Investigación.

Del análisis de las problemáticas detectadas en la institución educativa I.E.D. Almirante Padilla jornada fin de semana y teniendo en cuenta: la heterogeneidad de la población, en especial los grupos etarios con estudiantes con edades entre los 17 hasta los 64 años, en el nivel 4A -1, y la temática a tratar en el área de matemáticas , en especial en el desarrollo del pensamiento variacional, por la inclusión de simbología y la abstracción de la misma, además de las dificultades de aprendizajes en algunos de los estudiantes, y de discapacidad como son limitación en la movilidad y la discapacidad visual, surge la siguiente pregunta. ¿Qué estrategia didáctica utilizar para mejorar el aprendizaje del algebra en los estudiantes jóvenes y adultos del ciclo IV, en la institución educativa Almirante Padilla? . La propuesta del presente trabajo se orienta hacia la elaboración del material didáctico, “Álgebra Geométrica” para la enseñanza del álgebra, que buscará proporcionar una mejor aprehensión y comprensión de los conceptos disciplinares.

## 1.2-Objetivos.

### 1.2.1-Objetivo General

Diseñar una unidad didáctica que permita mejorar el aprendizaje del algebra, a los estudiantes del ciclo IV de la educación para jóvenes y adultos del I.E.D. Almirante Padilla jornada fin de semana.

### 1.2.2-Objetivos específicos

- Identificar las principales dificultades para el aprendizaje del algebra de los estudiantes de la EPJA

-Elaborar una unidad didáctica para mejorar la comprensión del algebra en los estudiantes del ciclo IV de la EPJA.

-Valorar la unidad didáctica para el aprendizaje del algebra a través del criterio de expertos.

- Aplicar la unidad didáctica para el aprendizaje del algebra con los estudiantes del ciclo IV de la EPJA del IED Almirante Padilla, jornada fin de semana

.

# 2 MARCO TEORICO

## 2.1-Unidad didáctica

Elaborar una unidad didáctica implica decidir que se va a enseñar y como se van a cumplir las intenciones educativas para que aprendan los estudiantes. El referente teórico que se aborda en este trabajo para la elaboración de la unidad didáctica se sustenta en los planteamientos que hace Sanmarti(2010), en el que establece los siguientes elementos para la estructuración de la unidad didáctica:

a) definición de los objetivos,

b) selección de los contenidos,

c) selección y secuencia de actividades,

d) selección y secuencia de actividades de evaluación,

e) organización y gestión del aula.

Estos aspectos se elaboran teniendo en cuenta la secuencialidad de los niveles de abstracción y complejidad

A continuación se presenta las etapas para la elaboración de la unidad didáctica según Sanmarti (2010)

| Actividad | Definición |
|---|---|
| **Exploración:** | "Son actividades que tienen como objetivo facilitar tanto que los estudiantes definan el problema a estudiar, como que expliciten sus representaciones. A través de ellas se elabora una primera representación de los objetivos del trabajo." (Sanmarti, 2010) |
| **Reformulación:** | "Las actividades de este tipo estarán orientadas a favorecer que el estudiante pueda identificar nuevos puntos de vista en relación con los temas objeto de estudio, formas de resolver los problemas o tareas planteadas, atributos que le permitan definir los conceptos, relaciones entre conocimientos anteriores y los nuevos, etc." (Sanmarti, 2010) |

| | |
|---|---|
| **Síntesis:** | “Cada alumno o alumna ha de ser capaz de extraer conclusiones y de reconocer las características del modelo reelaborado y de comunicarlo utilizando instrumentos formales y palabras que se usan en las diferentes disciplinas.” (Sanmartí, 2010) |

**2.2- Educación para Jóvenes y Adultos**

En Colombia la educación para jóvenes y adultos se rige por el decreto 3011 de 1997, que en sus principios establece:

a) El desarrollo humano integral: en donde establece que el estudiante adulto es un ser en permanente evolución y perfeccionamiento, siendo un sujeto activo y participante de su propio proceso educativo.
b) Pertinencia: se reconoce al joven y al adulto que posee conocimientos, saberes y habilidades que deben valorarse en su formación.
c) Participación: el estudiante debe desarrollar su autonomía y responsabilidad para actuar creativamente en las transformaciones sociales, científicas y culturales.

Además establece la equivalencia de los ciclos lectivos especiales integrales CLEI con la educación regular de estudiantes así:

Ciclo I. Equivale a los grados primero, segundo y tercero de primaria

Ciclo II. Equivale a los grados: cuarto y quinto de primaria

Ciclo III- Equivale a los grados: sexto y séptimo

Ciclo IV. Equivale a los grados: octavo y noveno, en los cuales se centra el presente trabajo.

Ciclo V. Equivale al grado decimo

Ciclo VI. Equivale al grado once.

Con respecto a la duración de los ciclos: los ciclos I, II, III, IV son de un año.

Ciclos V y VI con una duración de 22 semanas cada uno.

La duración del ciclo IV de un año, es un factor que tenemos en cuenta para la elaboración de la unidad didáctica, dado que los contenidos deben ajustarse a los requerimientos de los grados octavo y noveno de la educación regular de jóvenes.

## 2.3 Algebra Geométrica

### 2.3.1Antecedentes.

#### Los babilonios

Los Babilonios son los primeros que generan indicios de lo que hoy conocemos como álgebra, la evidencia de esto lo encontramos en unas tablillas de arcilla de la cultura babilónica. Esta civilización se desarrolló entre los ríos Tigris y Éufrates, antigua región Mesopotámica, actualmente Irak, entre los años 2000 y 600 a.C. Encontramos como los babilonios podían resolver ecuaciones cuadráticas por el método de completar cuadrados, en algunos casos. Boyer,Carl (1992)

#### Los griegos

En el siglo VI a.C, los griegos enfrentan una dificultad con el tratamiento aritmético de magnitudes, áreas y volúmenes; motivo por el cual acuden a las figuras geométricas para representar magnitudes, es decir “los números son sustituidos por segmentos de recta y las operaciones se realizan por medio de construcciones geométricas, el producto de dos números se convierte en el área del rectángulo cuyos lados tienen como longitudes esos dos números, el producto de tres segmentos es un volumen, la suma de dos números es igual a la prolongación de un segmento en longitud igual a la de otro, la resta es recortar de un segmento la longitud del segundo, la división se indica por la razón entre los segmentos que lo representan”. Kline, ( p 98).

En (200 – 290 a. C.), Diofanto considerado el más importante algebrista griego de la época alejandrina; se le reconoce la introducción de un simbolismo algebraico que consistía en designar a la incógnita con la primera sílaba de la palabra griega *arithmos,* que significa número. A este manejo de los problemas se le ha llamado *álgebra sincopada*. Boyer (1992)

**Los árabes**

Un tercer momento en la historia del álgebra lo encontramos en el mundo musulmán del 700 al 1200 d.C. Ellos, no sólo conservaron el patrimonio matemático, sino que la hicieron avanzar tanto el álgebra como la trigonometría. El más influyente de los matemáticos árabes de esa época es Mohammed ibn Musa Al-Khwarizmi (780 y 850).

En uno de sus libros, *Al-jabr wa´lmuqäbala, aparece la palabra "al-jabr"* de la cual se deriva la palabra "álgebra". Uno de los métodos más antiguos para resolver ecuaciones de segundo grado es el método geométrico de "completar el cuadrado", regla ya conocida por los griegos. (Mariano Perero citado por Ballén Novoa 2012

**El renacimiento**

Los matemáticos del Renacimiento se interesaron por conocer los procedimientos que emplearon los antepasados en la solución de ecuaciones lineales y cuadráticas.

En el siglo XVI, el francés Francoise Viéte (1540 -1603) fue el primero en utilizar las letras del abecedario, la vocal para representar una cantidad desconocida y una consonante para representar una magnitud (distinción entre parámetro e incógnita). Representación que sería restructurada por Descartes (1596 – 1650), usa las últimas letras del abecedario (x, y, z), para las incógnitas y las primeras letras (a, b, c…) para los coeficientes, representación usada en la actualidad. (Boyer, 1992)

**Actualidad**

En la actualidad los avances en esta rama de la matemática han sido en programas tecnológicos que modelan y/o resuelven polinomios de grano "n".

# 3 DISEÑO METODOLÓGICO

Las corrientes disciplinares que conforman la unidad didáctica son la geometría y el álgebra. Se hace un trabajo práctico con la construcción de material didáctico manipulable que permite contextualizar, lo recreativo con lo disciplinar sin hacer uso de la abstracción como medio de enseñanza del álgebra a jóvenes y adultos. Se promueve en los estudiantes una inteligencia general que le ayude a concebir lo complejo y multidimensional permitiéndoles tratar problemas de la vida real.

**Modelo o Enfoque.**

No podemos asumir una sola teoría educativa, dado que no todos los aprendizajes son iguales y debemos reconocer la heterogeneidad de la comunidad estudiantil, en el proceso de enseñanza aprendizaje.

A la hora de decidir que enfoque pedagógico utilizar, se tiene en cuenta que:

- Al aprendizaje se accede de diferentes maneras y por múltiples razones, sin necesidad de estar en un aula.
- Se debe conocer la ubicación geográfica y el entramado social de la población.
- A qué población va a beneficiar, jóvenes y adultos.
- En esta comunidad ¿Que los motivó volver a estudiar?...

Al revisar la historia se puede ver dos grandes corrientes psicológicas: el conductismo y el cognitivismo. En este caso se decidió usar las que rigen el cognitivismo, dado que pone al estudiante, como el centro de todo el proceso de aprendizaje, reconociéndose a sí mismo único e irrepetible, y relega al maestro a un segundo plano.

"Conceptualmente dentro de la teoría cognitiva se identifican los siguientes tipos de aprendizajes:

- El aprendizaje por descubrimiento: Bruner
- Aprendizaje significativo: Ausubel
- El aprendizaje mediante el modelo de procesamiento de la información: Gagné" (ALEXANDER, 2012)

Dado el contexto y las características de la población de jóvenes y adultos del IED Almirante Padilla, se toma la decisión de asumir como referente teórico el concepto de aprendizaje significativo, de Ausubel. Porque las unidades se plantearon de tal manera que los estudiantes construyan, organicen, modelen y luego incorporen la información en su estructura cognitiva como lo plantea Ausubel, haciendo uso de la premisa que en la mente de una persona existe una estructura donde se integra y procesa la información.

**Fases.**

"Para Ausubel, el estudiante es un procesador activo de la información, el aprendizaje es sistemático y organizado, es significativo el aprendizaje si reúne varias condiciones como son: la nueva información debe relacionarse de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe, dependiendo también de la disposición (motivación y actitud) de este por aprender así como de la naturaleza de los materiales o contenidos de aprendizaje. Las fases del aprendizaje significativo son:

- Fase inicial
  - ✓ El aprendiz recibe la información por partes aisladas, sin conexión conceptual.
  - ✓ El aprendiz tiende a memorizar o interpretar esas piezas.
  - ✓ La información aprendida es concreta.
- Fase intermedia
  - ✓ El aprendiz empieza a encontrar relaciones y similitudes entre las partes aisladas y llega a configurar esquemas.
  - ✓ Se va realizando de forma paulatina un procesamiento más profundo del material.
  - ✓ El conocimiento aprendido se vuelve aplicable a otros contextos.
  - ✓ Hay más oportunidad para reflexionar sobre la situación, material y dominio.

- ✓ El conocimiento llega a ser menos dependiente del contexto donde fue adquirido.
- Fase terminal
  - ✓ Las ejecuciones comienzan a ser más automáticas y a exigir un menor control consciente.
  - ✓ La ejecución llega a ser automática, inconsciente y sin tanto esfuerzo" (ALEXANDER, 2012).

Las fases del aprendizaje cognitivo, se relacionan directamente con el objetivo de este trabajo, partir de lo concreto a lo abstracto.

**Caracterización de la población.**

Los estudiantes jóvenes y adultos, jornada fin de semana del Colegio I.E.D. Almirante Padilla localizado al sur de la ciudad de Bogotá, en la localidad de Usme, cerca del botadero Doña Juana, Una parte de la población adulta son recicladores, otros ya tienen su proyecto de vida definido.

Las edades de los estudiantes oscilan entre los (17-64) años. La mayoría viven en barrios de estrato 1 y 2, los más jóvenes viven en hogares integrados por madres cabezas de hogar, en algunos casos viven con los dos padres, esta parte de la población se encuentra en alto riesgo de consumo de sustancias psicoactivas y/o delincuencia común.

En lo académico, tres estudiantes tienen necesidades específicas de apoyo educativo, uno con limitación de movilidad y dos con discapacidad visual. Frente a la temática de estudio tienen conocimientos empíricos, con poco fundamento disciplinar.

**Unidades Didácticas.**

Después de identificar las dificultades de la población, en especial los jóvenes y adultos de la IED Almirante Padilla, mirar las dificultades en la prensión disciplina del concepto, se consideró que el "álgebra geométrica" es una herramienta útil en la enseñanza del álgebra, porque permite la "manipulación y visualización" de materiales concretos

A continuación, se proponen unidades didácticas que buscan dar solución o por lo menos convertirse en una alternativa de enseñanza del álgebra en estudiantes jóvenes y adultos del ciclo IV, de la IED Almirante Padilla.

Las actividades didácticas darán luces de cómo lograr los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, propuestos para grado octavo, (ciclo IV), expondremos algunos:

- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos
- Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de fi guras y cuerpos.
- Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación
- Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.
- Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.

# 4 EVALUACION DE MATERIAL DIDÁCTICO.

## 4.1 Evaluación de material Didáctico.

Para la validación del material didáctico, se utilizó el método Delphi o selección de expertos, en dos etapas: la primera fue la selección de expertos a encuestar, los cuales se eligieron entre 5 docentes en ejercicio del área de matemáticas de dos colegios públicos y se les aplicó la encuesta (ver anexo 1) para determinar el coeficiente de competencia **K** de cada uno de los expertos a partir del coeficiente de conocimiento **Kc** y el coeficiente de argumentación **Ka .** Se seleccionó a los expertos que obtuvieron un coeficiente de competitividad entre

$0{,}8 < K < 1{,}0$ coeficiente de competencia **alto.**

El coeficiente de competitividad se calculó mediante la formula

$$K = 0{,}5 \cdot ( K_c + K_a )$$

Los resultados de la selección de los expertos se realizaron con la matriz (ver anexo 2), dando como resultado que los expertos que tuvieron un coeficiente de competitividad mayor a 0,8 son el experto $N_2$ y $N_4$

En la segunda etapa se elaboró el cuestionario para encuestar a los dos expertos seleccionados $N_2$ y $N_4$ , a estos se les solicita evalúen la propuesta de las unidades didácticas, acorde con el cuestionario que se les aplicó (ver anexo 3). De las recomendaciones realizadas por los expertos, se ajustan las guías de aprendizaje y se somete a una segunda revisión por los expertos. Posteriormente se realiza la implementación del material didáctico con los estudiantes del ciclo IV de la jornada fin de semana del IED Almirante Padilla.

**Intervención**.

Después de decidir construir el material didáctico, se decide realizar la aplicación de este en el ciclo IV, de la IED Almirante Padilla.

En la primera intervención de dos horas, se le da a conocer el material, a los estudiantes, se permite su manipulación y se le pide traer material para la construcción del material didáctico (cartón paja, cartulina, foami, cualquier material manipulable rígido, tijeras, regla y lápiz), además se les motiva con un reto del practicante docente en el cual pone en juego su puesto si ellos no aprenden álgebra.

En la segunda intervención de dos horas, se les hace entrega de la Actividad N°1, la cual no se alcanza a desarrollar completamente en una sola sesión, sólo la construcción del material didáctico “El Álgebra Geométrica”, consumió las dos horas de clase ése sábado. Trabajo guiado por el practicante, la actividad N°1, queda como tarea para la casa.

En la tercera intervención se hace control de tarea, donde el 75% de los estudiantes no hacen la tarea, el 20% dejan el material didáctico en su casa. Motivo por el cual se procede a: trabajar por parejas, desarrollar la actividad N°1 paso a paso, mostrando, explicando por medio del material didáctico los conceptos de área y perímetro. Adicional al finalizar la actividad N°1, como motivación se les informa que ya multiplicaron y factorizaron, sin hacer más énfasis al respecto. El docente titular asegura el material didáctico de los estudiantes que deciden dejarlo.

En la segunda intervención de dos horas, se les hace entrega de la Actividad N°1, la cual no se alcanza a desarrollar completamente en una sola sesión, sólo la construcción del material didáctico “El Álgebra Geométrica”, consumió las dos horas de clase ése sábado. Trabajo guiado por el practicante, la actividad N°1, queda como tarea para la casa.

En la tercera intervención se hace control de tarea, donde el 75% de los estudiantes no hacen la tarea, el 20% dejan el material didáctico en su casa. Motivo por el cual se procede a hacer trabajo colaborativo, en grupos se desarrolla la actividad N°1, paso a paso. Por medio del material didáctico se muestran y explican los conceptos de área y perímetro. Adicional al finalizar la actividad N°1, como motivación se les informa que ya multiplicaron y factorizaron, sin hacer más énfasis al respecto. El docente titular asegura el material didáctico de los estudiantes que deciden dejarlo.

En la cuarta y quinta intervención se trabaja la Actividad N°2, la cual se realiza con menos traumatismos que la primera, dado que tanto adultos como jóvenes se están adaptando al trabajo colaborativo y al material didáctico “El Álgebra Geométrica”, queda tiempo en la sesión quinta para afianzar conceptos.

En la sexta y séptima intervención se trabaja la Actividad N°3, en ésta el practicante debe intervenir para desligar los conceptos teóricos de productos notables y centrar la enseñanza del álgebra con el material didáctico, convirtiendo toda construcción geométrica en expresiones algebraicas y expresadas como productos notables, además las restas algebraicas causan traumatismos.

En la octava, novena y décima  intervención se aplica la Actividad N°4,  se utiliza más tiempo del estipulado, pasar de las expresiones a las construcciones geométricas, requirió mayor dedicación y compromiso de todas las partes docente y estudiantes.

# 5 ANALISIS DE RESULTADOS.

En se hará una descripción detallada de los resultados obtenidos al realizar la intervención en la IED Almirante Padilla educación de jóvenes y adultos, del material didáctico “El Álgebra Geométrica”, los cuales se enuncian algunos resultados como son:

- Los adultos pierden el miedo a la abstracción matemática,
- Comprenden con mayor facilidad los contenidos propios de la temática disciplinar.
- Se da respuesta a la pregunta ¿para qué sirve la matemática en la vida?, por medio de la contextualización algebraica desde la geometría.
- Las guías donde se muestran definiciones clásicas del álgebra confunden a los estudiantes.
- El material manipulativo en los adultos mejora la comprensión de concepciones disciplinares.
- Todo lo anterior nos lleva a concluir que el uso de la matemática recreativa en la enseñanza de jóvenes y adultos de la IED Almirante Padilla, es apropiada.
- Se exhorta a todos los docentes de matemáticas a implementar estrategias metodológicas innovadoras que beneficien a la población estudiantil.
- No se recomienda dejar tareas o actividades extracurriculares, la mayoría sólo trabaja en el aula, por eso no cumple con ellas.

# 6 Bibliografía

ALEXANDER, N. V. (2012). *IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIAS CONSTRUCTIVISTAS EN LA.* Medellín: bdigital.edu.co.

Alida, M. (29 de Noviembre de 2005). *Universidad Nacional del Nordeste Comunicaciones Cientificas y Tecnologicas 2005.* Obtenido de Universidad Nacional del Nordeste Comunicaciones Cientificas y Tecnologicas 2005: http://www.unne.edu.ar/unnevieja/Web/cyt/com2005/9-Educacion/D-013.pdf

Novoa, J. O. (2012). *El álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo grado .* Bogotá: Unal.

Ardila, J. (2009). Geometría y Factorización. Memorias del IX congreso de encuentro de matemática educativa. Valledupar: Universidad Popular del Cesar.

Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. Revista de Psicodidáctica, (5), 107-114.

Bosch, M. (2001). Un punto de vista Antropológico: la Evolución de los “instrumentos de representación” en la actividad matemática. Memorias del cuarto simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática. (pp. 15-28)

Camacho M, Hernández J, Socas M. (1998). Análisis didáctico del lenguaje algebraico en la enseñanza secundaria. Revista interuniversitaria de formación del profesorado. (32), 73-86.

Cardoso E & Hernández N. (2009). Desarrollo del pensamiento algebraico a través del uso de Algebloks. Memorias del X Congreso Nacional de Investigación Educativa. (pp. 1-12). Veracruz.

Chica, N. (2011). Propuesta de intervención pedagógica para comprender el significado del número entero. Tesis de Maestría en enseñanza de ciencias exactas y naturales. Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín, Colombia.

Duval, R. (2004). Semiosis y Pensamiento Humano. (M, Vega Trad.) Merlín I.D, Cali, Colombia. (Trabajo original publicado en 1995).

Gómez C, Mosquera S & Soto F. (2005). La caja de polinomios. Cali, Colombia. Universidad del Valle.

Hernández J; Muñoz M; Palarea M. M; Ruano R; Socas M. M. (2008). Materiales manipulativos para la enseñanza y aprendizaje del Álgebra en la educación Obligatoria, (pp. 115-145).

Lovell, K. (1999). Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños. (Séptima Edición). Madrid, España: Ediciones Morata S.L

Mejía, M. (2004). Análisis didáctico de la factorización de las expresiones polinómicas cuadráticas. Trabajo de Grado de Licenciatura, Universidad del Valle, Cali, Colombia.

MEN (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Ministerio de Educación Nacional. Colombia.

Morales I & Sepúlveda A. (2006). Propuesta para la enseñanza de la factorización en el curso de álgebra. Memorias del XIV Encuentro de Profesores de Matemáticas. (pp.1-8). Michoacán: UMSNH

# ANEXO 1

Bogotá, D.C. Junio de 2017

Estimado docente:

Nombre:______________________________________
Institución____________________________________________

A continuación, quisiéramos conocer el **grado de conocimiento** que usted posee sobre la problemática de la: ENSEÑANZA DEL ALGEBRA en la educación para jóvenes y adultos. Marque con una X. en la escala creciente de 1 a 10, el valor que corresponda con el grado de conocimiento o información que tiene sobre esta problemática.

Donde 0 indica que no tiene absolutamente ningún conocimiento, y 10 que tiene pleno conocimiento del problema

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | |

Con respecto a **nivel de argumentación o fundamentación** sobre la problemática de la: ENSEÑANZA DEL ALGEBRA en la educación de jóvenes y adultos, marque con una X , el nivel en que usted considera que se encuentra:

| **FUENTES DE ARGUMENTACION** | **Grado de influencia de cada una de las fuentes en sus criterios.** | | |
|---|---|---|---|
| | **A** (alto) | **M** (medio) | **B** (bajo) |
| Análisis teóricos realizados por usted | | | |
| Su experiencia obtenida | | | |
| Trabajos de autores nacionales | | | |
| Trabajos de autores extranjeros | | | |
| Su propio conocimiento del estado del problema en el extranjero | | | |
| Su propio conocimiento del estado del problema en el sector nacional | | | |
| Su experiencia en educación para jóvenes y adultos | | | |

ANEXO 2

## CALCULO DEL COEFICIENTE DE CONOCIMIENTO DE CADA UNO DE LOS EXPERTOS:

| Experto Nº | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | $K_c$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | | | | | | | | |
| **2** | | | | | | | | | | | |
| **3** | | | | | | | | | | | |
| **4** | | | | | | | | | | | |
| **5** | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |

Kc = Nivel x (0.1) =

**Calculo del coeficiente de argumentación de cada uno de los expertos**

| **Fuentes de argumentación.** | **Alto** | **Medio** | **Bajo** |
|---|---|---|---|
| Análisis teóricos por Ud. realizados. | 0,3 | 0,2 | 0,1 |
| Su experiencia obtenida. | 0,5 | 0,4 | 0,2 |
| Trabajos de autores nacionales. | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| Trabajos de autores extranjeros. | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| Su propio conocimiento del estado del problema en el extranjero. | 0,04 | 0,04 | 0,04 |
| Su propio conocimiento del estado del problema en el extranjero. | 0,04 | 0,04 | 0,04 |
| Su experiencia en la educación para jóvenes y adultos | 0,02 | 0,02 | 0,02 |

| **Fuentes de argumentación.** | **Exp 1** | **Exp 2** | **Exp3** | **Exp4** | **Exp5** | **Exp6** | **Exp7** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Análisis teóricos por Ud. realizados. | | | | | | | |
| Su experiencia obtenida. | | | | | | | |
| Trabajos de autores nacionales. | | | | | | | |
| Trabajos de autores extranjeros. | | | | | | | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Su propio conocimiento del estado del problema en el extranjero. | | | | | | | |
| Su propio conocimiento del estado del problema en el extranjero. | | | | | | | |
| Su intuición. | | | | | | | |
| **Total Ka** | | | | | | | |

Calculo del coeficiente de competencia K de cada experto

$$K = 0,5 \cdot ( Kc + Ka )$$

| EXPERTO | Kc | Ka | K = 0,5 · ( Kc + Ka ) | NIVEL DE COMPETENCIA |
|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | |
| **2** | | | | |
| **3** | | | | |
| **4** | | | | |
| **5** | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

- Si $0,8 < K < 1,0$ coeficiente de competencia **alto.**
- Si $0,5 < K < 0,8$ coeficiente de competencia **medio**
- Si $K < 0,5$ coeficiente de competencia **bajo**

ANEXO 3

**INSTRUMENTO PARA VALIDACION DE LA UNIDAD DIDÀCTICA "APRENDIZAJE DEL ALGEBRA, MEDIANTE EL ALGEBRA GEOMETRICA PARA ESTUDIANTES DEL CICLO IV DE LA EDUCACION PARA JOVENES Y ADULTOS *EPJA.***

Apreciado Docente:

A continuación se expone una serie de criterios sobre las unidades didácticas propuestas para el aprendizaje del algebra, mediante el álgebra geométrica. En la columna de la derecha indique en su opinión de experto el criterio que le corresponde, donde C1 = no adecuado, C2= poco adecuado, C3= adecuado, C4=bastante adecuado, C5= muy adecuado.

| **CRITERIO A EVALUAR** | **C1** | **C2** | **C3** | **C4** | **C5** |
|---|---|---|---|---|---|
| El diseño de la guía es pertinente para estudiantes del ciclo IV de la educación de Jóvenes y Adultos. | | | | | |
| El material facilita el aprendizaje para los estudiantes | | | | | |
| La guía permite interacción del estudiante | | | | | |
| Los objetivos y logros cumplen las expectativas de los jóvenes y adultos | | | | | |
| Los contenidos que se muestran son pertinentes para los estudiantes de EPJA | | | | | |
| La información seleccionada es de interés para la EPJA | | | | | |
| Los ejemplos propuestos son claros para los estudiantes | | | | | |
| Los materiales elaborados son fáciles de manipular | | | | | |
| Los ejercicios planteados son pertinentes para el ciclo IV de la EPJA | | | | | |
| Las instrucciones de las guías son claras y precisas | | | | | |
| Las guías presentan una secuencia didáctica para el desarrollo de la temática abordada | | | | | |
| El material propuesto cumple con el objetivo propuesto de facilitar el aprendizaje del algebra | | | | | |

Observaciones:_____________________________________________________
_____________________________________________________________________
_____________________________________________________________________
_______________________________________________________

## ANEXOS UNIDADES DIDACTICAS

ÁLGEBRA GEOMÉTRICA.

**NOMBRE:** ____________________________ **FECHA:** _____________

**CICLO 4A-1.**

**ACTIVIDAD N°1: Guía de trabajo**

**LOGRO:** Identifica y deduce la relación entre construcciones geométricas y las expresiones algebraicas.

**Objetivos**

- Construir material didáctico "Álgebra Geométrica".
- Deducir el perímetro y el área, de cada una de las figuras construidas.
- Construir rectángulos, utilizando uno o varios tipos de figuras, con el álgebra geométrica.

**El álgebra geométrica**

**Contextualicemos.**

Las regletas fueron diseñadas por Mari Montessori, pero un maestro belga, George Cuisenaire, perfeccionó este material para ayudar a sus alumnos en el estudio de la aritmética, por ello hoy en día se le reconoce como "***las regletas de Cuisenaire",*** estas han ido evolucionando, entre los primeros están los bloques aritméticos multi-base (BAM o bloques Dienes) constituidos por cubos de lado 1, regletas de la forma 1 por x (x toma un valor conocido) y placas cuadradas y cubos de lado x, utilizados para favorecer la comprensión de las propiedades de los sistemas de numeración posicionales y de los algoritmos estándares.

El "Álgebra Geométrica", consta de seis tipos de figuras, tres cuadrados y tres rectángulos. Se propone la construcción del material con las siguientes características: la medida de las longitudes de los lados deben ser números primos (2cm, 7cm y 13cm), además cada medida tendrá asignada una variable (x, y, 1u) donde (1u, se asumirá como "1"), la asignación de (Tipo) a las figuras pueden ser aleatorios, entre más pequeña sea el tamaño de la figura se sugiere construir muchas más figuras de ese tamaño, en este caso particular se asumen así:


Figura N°1 (Tipo 1)

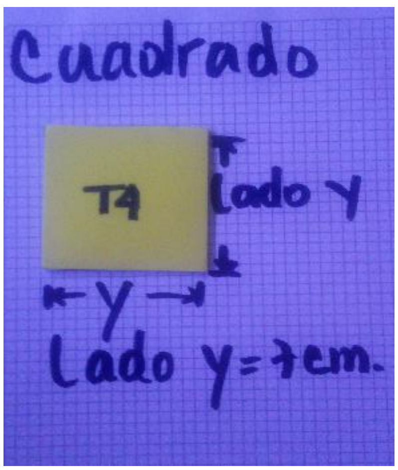



Figura N°2 (Tipo 4)

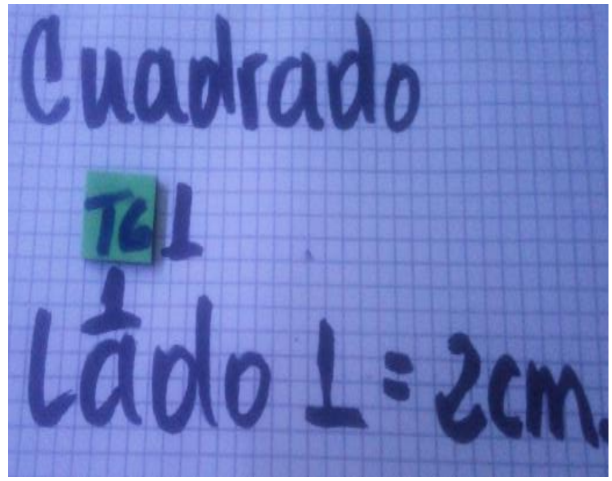



Figura N°3 (Tipo 6)


Figura N°4 (Tipo 2)

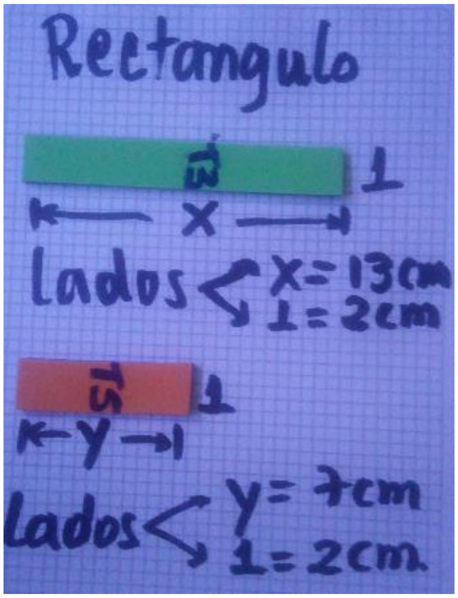



Figura  N°5 (Tipos  3 y 5)

Estos materiales permiten la inclusión de variables en el aprendizaje y enseñanza del álgebra, permitiendo la representación y operaciones algebraicas.

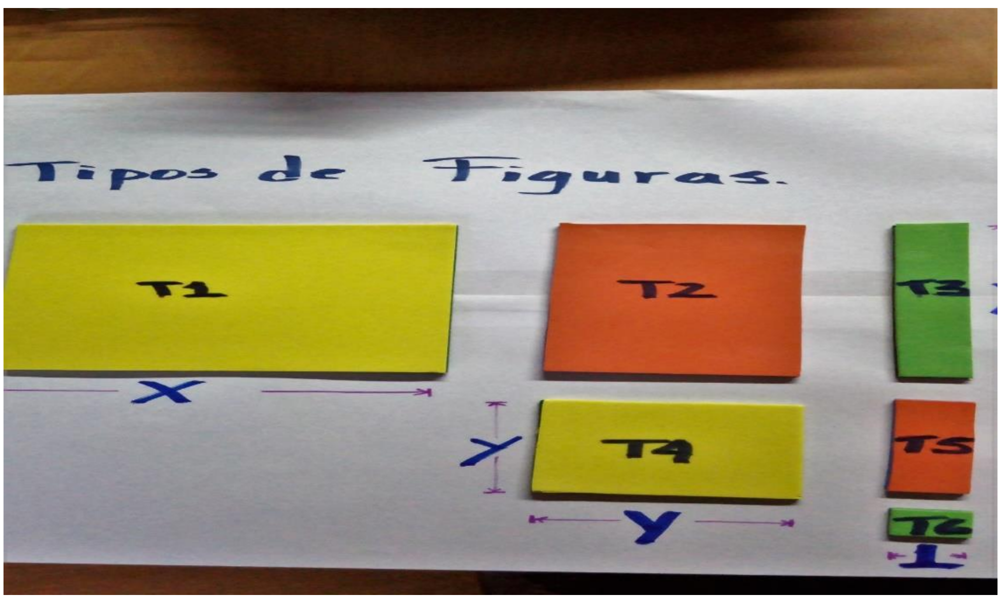



Figura N° 6

Los conceptos geométricos que usaremos son el perímetro y el área de rectángulos.

- **El perímetro,** de un rectángulo es la línea poligonal cerrada que forma la figura, por lo tanto, es la suma de sus cuatro lados, dos bases más dos lados, P=las dos bases+ las dos alturas
- **El área**, es la superficie rodeada por el perímetro, se determina con el producto de la base por la altura. A=(base)*(altura).

Ejemplo, tomaremos la figura N° 4, y determinaremos: su área, su perímetro y sus medidas reales de las siguientes maneras:


Figura N°4 (Tipo 2)

Observamos que está construida por los lados y=7cm=base, y el lado x=13cm=altura.

**Perímetro**=2*(base)+2*(altura) --- sustituimos base por "y", altura por "x".

Perímetro algebraico=2y+2x.

Por último "y" lo sustituimos por 7cm y "x" por 13cm para obtener el perímetro real.

Perímetro real =2*(7cm)+ 2*(13cm)=14cm+26cm=40cm

**Área =**(base)*(altura) ---- sustituimos base por "y", altura por "x"

**Área algebraica=**x*y=xy ------ al sustituir por las medidas reales tenemos

**Área real=** (13cm)*(7cm)=91$(cm)^2$, observamos que el área mide superficie por eso su resultado siempre quedará elevado al cuadrado, lo que da origen a trabajar ecuaciones cuadráticas.

**Exploración inicial, completa la tabla con la información aportada por las regletas y las placas.**

| Figuras | Clasificación geométrica de figuras. | Expresión algebraica (área) | Expresión algebraica (perímetro) | Valor real del área en $(cm)^2$ | Valor real perímetro en (cm) |
|---|---|---|---|---|---|
| Tipo 1 | | | | | |
| Tipo 2 | | | | | |
| Tipo 3 | | | | | |
| Tipo 4 | Rectángulo | x*y=xy | 2x+2y | 91 | 40 |
| Tipo 5 | | | | | |
| Tipo 6 | | | | | |

**Tabla N°1**

CLASIFICACIÓN ÁLGEBRAICA.

**NOMBRE:** _______________________________ **FECHA:** ______________

**CICLO 4A-1.**

**ACTIVIDAD N°2: Guía de trabajo**

**LOGRO:** Construye y clasifica figuras geométricas combinando regletas y las expresa algebraicamente.

**Objetivos**

- Construir rectángulos usando varias regletas.
- Deducir la base, la altura, el perímetro y el área, de cada una de las figuras construidas.
- Clasificar las construcciones por el número de regletas utilizadas y su expresión algebraica.

**Contextualizar.**

A continuación definiremos algunos conceptos algebraicos

- Término algebraico: es una combinación de letras y números, las letras tendrán exponentes positivos denominados grados del término algebraico.
- Términos semejantes: los términos deben tener la misma cantidad de letras y cada letra el mismo grado, eso determina que sean términos semejantes. Cuando dos o más términos son semejantes se pueden sumar o restar; dejando la parte literal con sus grados inamovible y sumando o restando las partes numéricas.
- **Expresión algebraica: "**Expresión expuesta en lenguaje matemático, formada por números y símbolos (representados por letras), denominados incógnitas, indican las cantidades desconocidas, datos por averiguar, que se encuentran vinculados entre sí por medio de signos, que señalan las operaciones que se necesitan efectuar". Tomado:https://deconceptos.com/matematica/expresion-algebraica.
- **Monomio:** expresión algebraica que tiene uno y sólo un término algebraico. Este puede ser de grado cero, es decir, un número únicamente, también puede tener parte numérica "1", ejemplo:

- **Binomio:** expresión algebraica de dos monomios, separados por las operaciones: adición o sustracción.
- **Trinomio:** expresión algebraica que consta de tres monomios, al igual que los binomios deben estar separados por las operaciones: adición o sustracción, o combinadas.
- **Polinomio:** expresión algebraica que consta de varios monomios.

Las regletas y placas se relacionan directamente con estos contenidos de la siguiente manera:

- Si son iguales en forma y tamaño se consideran semejantes por lo tanto se pueden sumar o restar si una se superpone a otra.
- Si la figura está constituida por regletas iguales, su área será un monomio
- Si la figura está constituida por dos regletas diferentes sin importar las veces que se repitan, cada una, su área será un binomio
- Si la figura está constituida por tres regletas diferentes sin importar las veces que se repitan, cada una, su área será un binomio

Ejemplo:

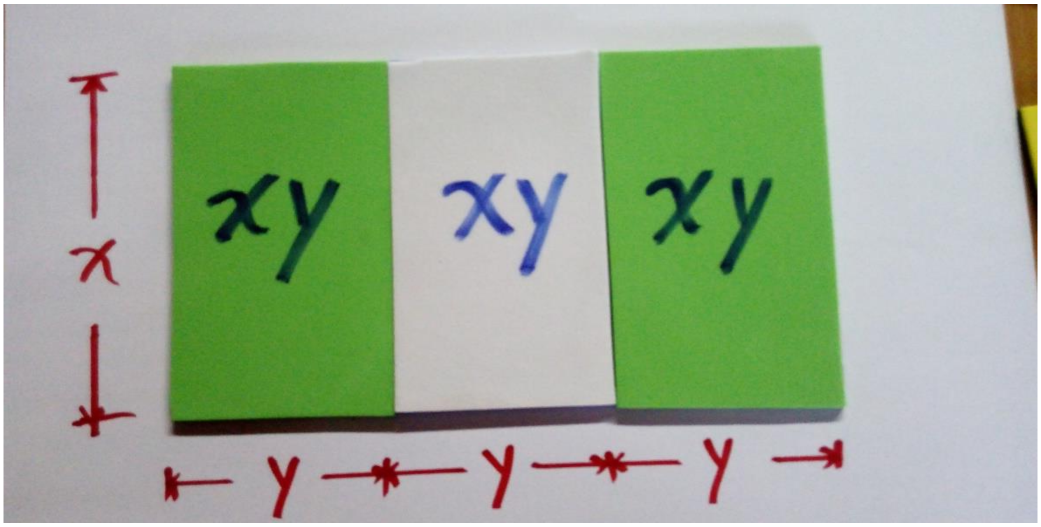
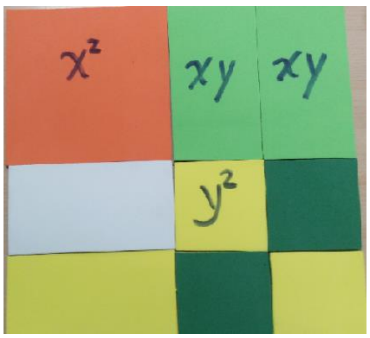


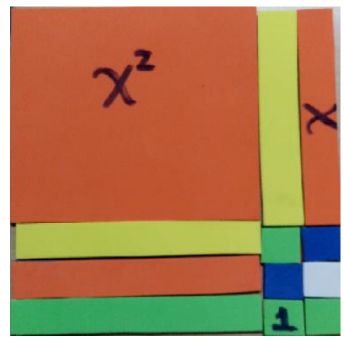

Figura N°7

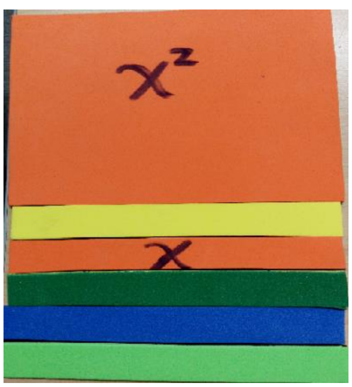
Observamos que esta construcción está formada por la misma regleta (xy), que en la longitud de la base se repite la longitud "y" tres veces, por lo tanto son semejantes y se puede sumar, entonces tenemos una base=3y, también una altura=x. Al hallar el área =3xy, observamos que el área de esta construcción es un monomio.

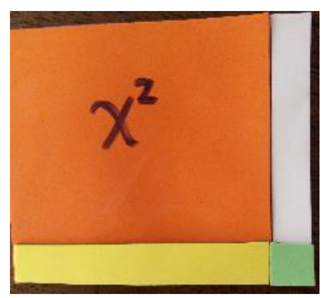
La clasificación polinómica está determinada por el número de regletas utilizadas en la construcción.

A continuación se presentaran unas construcciones geométricas con el álgebra geométrica. De las cuales se debe deducir: su clasificación, las expresiones algebraicas de las áreas y los perímetros, llenándolos en el cuadro evaluativo.

a. 


c. 


b. 


d. 


Ejemplo 2. Observemos la construcción “c”, identificamos tres regletas diferentes (dos cuadrados de diferentes tamaños y una regleta rectangular), por lo tanto se clasifica como un trinomio, segundo en la base vemos una regleta de longitud “x” seguida de dos regletas de longitud “1”, por lo tanto la construcción tiene base (x+2). Luego en la altura tenemos una regleta de longitud “x” seguida de tres de longitud “1”, es decir tiene altura (x+3). Para determinar el perímetro debemos multiplicar tanto la base como la altura por dos y luego sumarlos.

Perímetro =2*(x+2)+2(x+3)=2x+4+2x+6=4x+10.

Por último para hallar el área simplemente contamos las regletas y las sumamos, dado que no hay superpuestas.

Ejemplo: identificamos un cuadrado de área “$x^2$”= $x^2$ ---- Tipo 1.

Cinco regletas de área “x” = 5x--------------------------------- Tipo 3

Seis cuadrados de área “1” = 6 ------------------------------- Tipo 6

Ahora sumamos todos los elementos anteriores.

Área= $x^2$ +5x +6----- comprobamos que es un trinomio.

Registramos en la tabla.

| **Figuras** | **Base.** | **Altura.** | **Expresión del área** | **Expresión del perímetro.** | **Clasificación** |
|---|---|---|---|---|---|
| **a.** | | | | | |
| **b.** | | | | | |
| **c.** | **(x+2)** | **(x+3)** | **$X^2$+5x+6** | **4x+10** | **Trinomio.** |
| **d.** | | | | | |

**Tabla N°2**

## PRODUCTOS NOTABLES.

NOMBRE: ______________________________ FECHA: ______________

**Ciclo 4A -1.**

**ACTIVIDAD N°3: Guía de trabajo**

**LOGRO:** Identifica y deduce la relación entre construcciones geométricas y las expresiones algebraicas.

**Objetivos**

- Identificar la relación entre la base, la altura y el número de regletas utilizadas en la construcción geométrica de un cuadrado.

- Identificar la relación entre la base, la altura y el número de regletas utilizadas en la construcción geométrica de un rectángulo.
- Deducir, la relación entre las construcciones geométricas, las regletas utilizadas y el concepto de producto notable.

**Los productos notables.**

**Contextualicemos.**

Un **producto**, en el ámbito matemático, refiere al resultado de una **operación de multiplicación**. Los valores que entran en juego en estas operaciones, por otra parte, se conocen como **factores**.

En matemáticas la noción de **productos notables**, se emplea para nombrar a determinadas **expresiones algebraicas** que pueden **factorizarse de manera inmediata**, sin recurrir a un proceso de diversos pasos.

$$(m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$$

Una expresión algebraica que aparece con frecuencia y que puede someterse a una factorización a simple vista, por lo tanto, se denomina producto notable.

Un **binomio cuadrado** y el **producto de dos binomios conjugados** son **ejemplos** de productos notables.

Un ejemplo concreto de binomio al cuadrado es el siguiente:

**$(m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$**

Dicho producto notable refiere que el cuadrado de la suma de **m** y **n** es igual al cuadrado de **m** más dos veces **m** multiplicado por **n** más el cuadrado de **n**.

Lo podemos comprobar reemplazando los términos por **valores** numéricos:

**$(2 + 4)^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times 4 + 4^2$**

**$6^2 = 4 + 16 + 16$**

**$36 = 36$**

De esta manera, si nos encontramos el cuadrado de un binomio como en el ejemplo anterior, podemos factorizarlo de manera inmediata, sin necesidad de recurrir a todos los pasos, ya que se trata de un **producto notable**.
El binomio al cuadrado también puede consistir en la resta de las dos variables que se elevan al cuadrado. En tal caso, la diferencia con respecto al ejemplo anterior es que para resolverlo se debe invertir el primer **signo más** después del **igual**, de manera que quede la siguiente **ecuación**:
**$(m – n)^2 = m^2 – 2mn + n^2$**

| Binomio suma x binomio diferencia |
|---|
| (m + n) · (m – n) = m2 – n2 |
| Biniomio al cubo (suma y resta) |
| (m + n)3 = m3 + 3 · m2 · n + 3 · m · n2 + n3 |
| (m – n)3 = m3 – 3 · m2 · n + 3 · m · n2 – n3 |
| Suma de cubos |
| m3 + n3 = (m + n) · (m2 – mn + n2) |

Tomada de: https://definicion.de/productos-notables/
Además del binomio al cuadrado, los productos notables se dividen en los siguientes tipos (las ecuaciones se pueden apreciar en la imagen):
* **Binomio suma por binomio diferencia**: se trata del producto entre un binomio en el cual sus variables se suman y otro, en el cual se restan. Para resolverlo, basta con restar el **cuadrado** de cada variable;
* **Binomio al cubo**: así como el binomio al cuadrado, éste también se divide en suma y resta. En el primer caso, se trata del cubo de la suma de dos variables, que es igual al cuadrado del primero más el triple del primero al cuadrado por el segundo, más el triple del primero por el segundo al cuadrado, más el segundo al cubo. Para la resta, se deben invertir el primero y el último **signo más**;
* **Suma de cubos**: cuando se observa el producto entre la suma de dos variables, y el primero al cuadrado menos el primero por el segundo más el segundo al cuadrado, existe una forma muy sencilla de resolverlo, que consiste en sumar el cubo de la primera **variable** al de la segunda.

Con respecto a las aplicaciones de los productos notables, sobra decir que no se encuentran en la vida cotidiana de la mayoría de las personas, como sí quizás ocurre con la regla de tres simple, por ejemplo, entre otros de los temas más accesibles de las matemáticas. Sin embargo, profesionales de diversos sectores aprovechan los productos notables; veamos tres ejemplos a continuación.

Tomado de: https://definicion.de/productos-notables/

**Podemos observar lo abstracto y complejo del desarrollo del álgebra conceptualmente. Con el álgebra geométrica los productos notables, son construcciones geométricas tradicionales, más fácil su deducción algebraica:**

- **Factor Común,** es cualquier rectángulo, donde la base es común a toda la altura y viceversa.

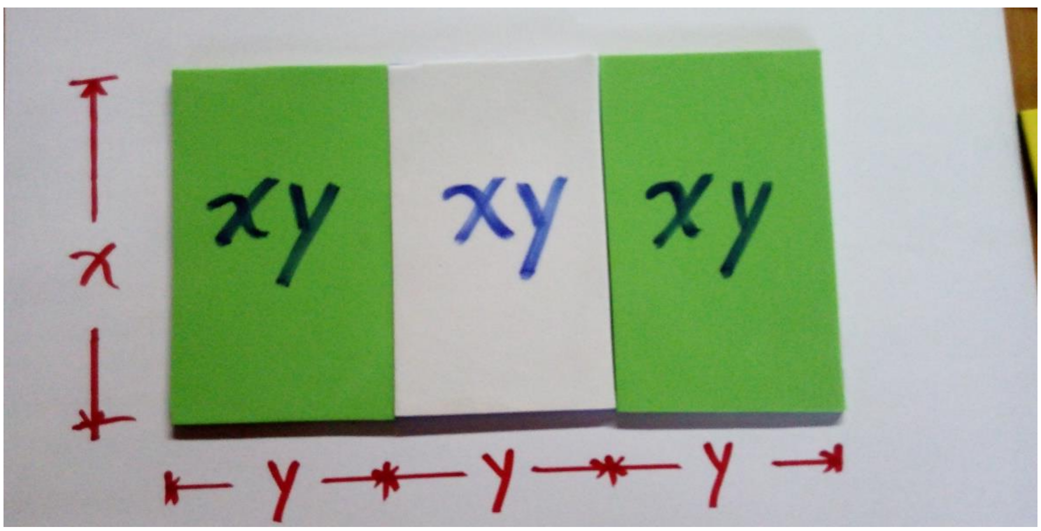



**Figura N° 8**

- **Binomio al cuadrado.** Es un cuadrado, donde la base y la altura tienen dos longitudes diferentes. Es de resaltar que en el binomio (x-1)*(x-1) las regletas "x" se superponen sobre la regleta "$x^2$", y dos regletas superpuestas generan un área positiva "1"

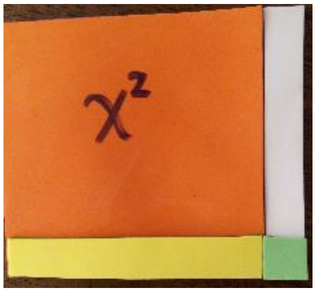



Figura N°9 $(x+1)^2$

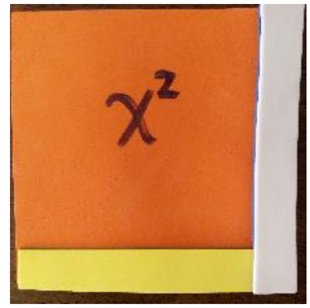



**Figura N° 10 $(x-1)^2$**

- **Diferencia de cuadrado.** Son dos cuadrados generados al superponer las regletas en las placas.

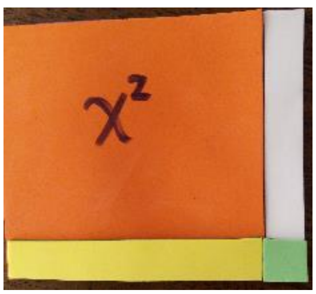



**Figura N°11 (x+1)(x-1)**

Exploración inicial, completa la tabla con la información aportada por las regletas, las placas y los sólidos**.** Teniendo en cuenta que cuando se resta con el álgebra geométrica las regletas se sobreponen a las otras y dos regletas sobrepuestas una sobre otra sobrepuesta, genera otra de carácter positivo.

| **Producto notable** | **Base.** | **Altura.** | **Expresión algebraica (área)** | **Clasificación.** |
|---|---|---|---|---|
| **Factor Común** | **x** | | | |
| **Binomio al cuadrado $(x+1)^2$** | | **(x+1)** | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Binomio al cuadrado $(x-1)^2$** | | | **$X^2$-2x+1** | |
| **Diferencia de cuadrados. (x+1)(x-1)** | | | | **4x** |

**Tabla N°3**

A continuación se presentaran otras construcciones, que también se consideran productos notables.

- **Trinomio al cuadrado:**

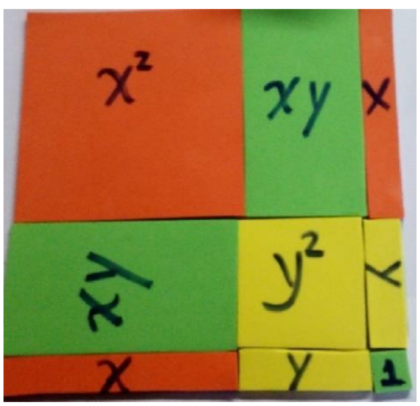



Figura N° 12

- **Trinomios de la forma**

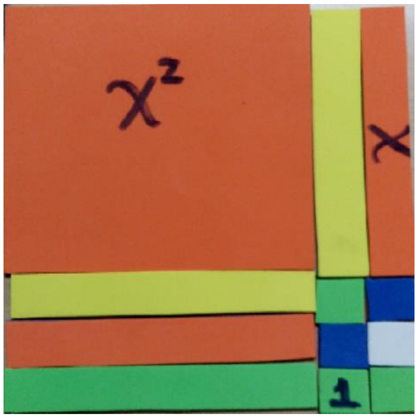



**Figura** N° 13

Encontrar una relación: entre la base y la altura de las figuras, las expresiones algebraicas generadas y las características particulares de cada construcción geométrica.

Anexo

FACTORIZACIÓN

**NOMBRE:** ____________________________ **FECHA:** _____________

**Ciclo 4A -1**

**ACTIVIDAD N°4: Guía de trabajo**

**LOGRO:** Transforma expresiones algebraicas en construcciones geométricas.

**Objetivos**

- Realizar construcciones geométricas rectangulares con el número de regletas determinadas por las expresiones algebraicas.
- Deducir la base y la altura de las construcciones geométricas realizadas.
- Identificar, el producto de la base y altura, como los factores del polinomio.

**FACTORIZACIÓN.**

**Contextualicemos.**

*“Hemos visto que la multiplicación consiste en obtener el producto de dos o más expresiones dadas. A continuación nos ejercitaremos en el problema inverso, que consiste en obtener los factores de un producto dado. Al proceso de expresar un polinomio como un producto se le da del nombre de factorización. La factorización es el proceso inverso de un producto notable.*

*En este taller consideramos la factorización de cierto tipo de polinomios que serán usados en problemas posteriores. La mayor parte de éstos tipos de factorización tienen su fundamento en las fórmulas de productos notables vistas anteriormente.*

*Factorizar un polinomio es descomponerlo en un producto de dos o más polinomios que pueden ser primos o compuestos (no factorizables).*

*Al factorizar un polinomio debemos tener en cuenta el número de términos que posea. Si la expresión a factorizar es un binomio, entonces, los casos a tener en cuenta son:*

- *Factor común:* $xa + xb = x(a + b)$

- *Diferencia de cuadrados:* $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

- *Suma y diferencia de dos cubos:* $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

*Si la expresión a factorizar es un trinomio, entonces, los casos a tener en cuenta son:*

- *Trinomio cuadrado perfecto:* $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

- *Trinomios de la forma:* $x^2 + bx + c$ *y* $ax^2 + bx + c$

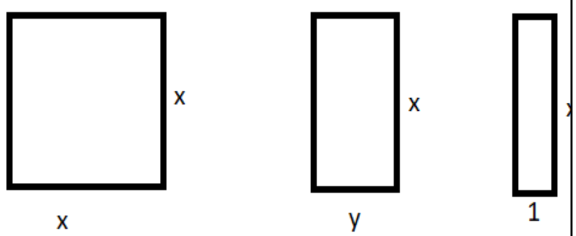
*Estos casos se pueden combinar en expresiones polinómicas con un número superior a tres términos, los cuales se factorizan agrupando términos".*
Tomado de: https://ehenao.wordpress.com/informacion-teorica/

Lo abstracto y complejo del desarrollo del álgebra conceptualmente. Con el álgebra geométrica las factorizaciones, son construcciones geométricas tradicionales, cuadrados, rectángulos o cubos… lo que permite o facilita su deducción algebraica, es decir que la factorización de la expresión algebraica es el producto de la base por la altura de la construcción geométrica. Esto permite concluir que la factorización es inversa al proceso de los productos notables.
En la matemática casi siempre hay operaciones inversas, la adición y la sustracción, la multiplicación y la división, la potenciación y la radicación… el álgebra no es ajena a esto, tenemos que los productos notables equivalen a casos especiales de factorización, se hace necesario:

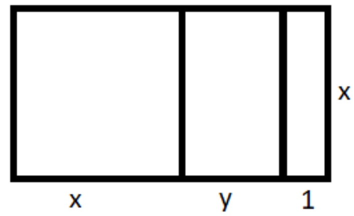
- ✓ Identificar los elementos que conforman la expresión algebraica

- ✓ Armar una figura rectangular con los elementos identificados
- ✓ Deducir perimetralmente los lados de la construcción geométrica realizada

Ejemplo N°1: $x^2 + xy + x$ identificamos tres regletas

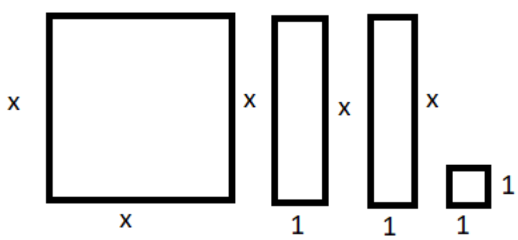



Al unirlos tenemos:

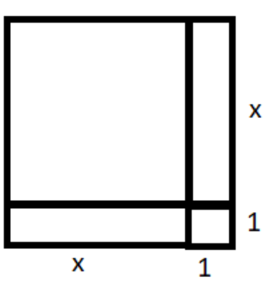



Deducimos que la base es (x+y+1) y la altura (x). Concluimos que $x^2 + xy + x = (x) * (x + y + 1)$ , factor común.

Ejemplo N°2: expresar geométricamente, la expresión algebraica, $x^2 + 2x + 1$, identificamos las regletas:



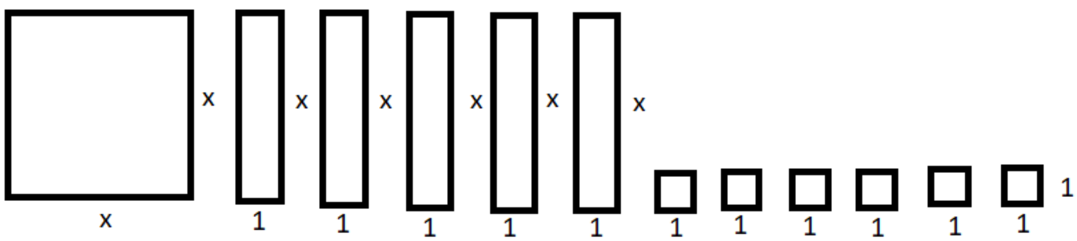

Identificadas las regletas, construimos la figura rectangular.



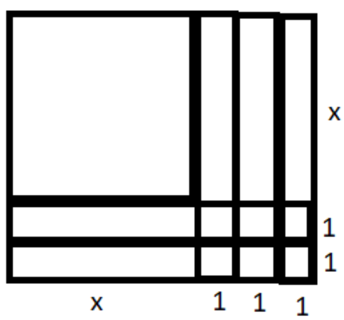

Deducimos que la expresión algebraica $x^2 + 2x + 1$, genera un cuadrado de lado (x+1), entonces los factores de $x^2 + 2x + 1 = (x + 1) * (x + 1)$, trinomio cuadrado perfecto.

Ejemplo N°3: expresar geométricamente la expresión algebraica $x^2 + 5x + 6$

Identificamos las regletas




Construimos el rectángulo:




Deducimos que la expresión $x^2 + 5x + 6$, genera un rectángulo de base (x+3) y una altura (x+2), entonces los factores de $x^2 + 5x + 6,$ son $(x + 3) * (x + 2)$

Exploración inicial, se darán algunas expresiones algebraicas a las cuales se le deberá: hacer la construcción de la figura geométrica, identificar los lados de la figura, expresar el producto de la base por la altura, que determinan la factorización de la expresión algebraica.

| **Expresiones algebraicas** | **Altura.** | **Base.** | **Base*altura**<br>**Factores.** |
|---|---|---|---|
| a. $x^2 + 6x + 5$ | | | |
| b. $x^2 + 6x + 9$ | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| c. $x^2 - 3x + 4$ | | | |
| d. $x^2 + 8x + 16$ | | | |

**Tabla N°4**

A continuación se deben realizar las construcciones de las expresiones algebraicas de la **Tabla N°4.**

| | |
|---|---|
| a. | b. |
| c. | d. |