REPÚBLICA DE COLOMBIA

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

ESTUDIO DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS PROPIEDADES DE LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS A TRAVÉS DE DIFERENTES AMBIENTES DE APRENDIZAJES

Autora: Blanca Doly Ochoa Cuida

Bogotá, Colombia

Julio - 2015

REPÚBLICA DE COLOMBIA

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Maestría en Educación Matemática

ESTUDIO DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS PROPIEDADES DE LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS A TRAVÉS DE DIFERENTES AMBIENTES DE APRENDIZAJES

Autora: Blanca Doly Ochoa Cuida

Tutor: Raúl Ernesto Menéndez Mora (PhD.)

Bogotá, Colombia

Julio - 2015

Nota de aceptación:

Firma del presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bogotá D.C. 12 de junio de 2015

AGRADECIMIENTOS

La autora expresa su agradecimiento a:

A la Universidad Antonio Nariño por su compromiso en la eficacia y eficiencia de sus programas académicos en especial a la Maestría en Educación Matemática, al lograr que los docentes ingresen para profundizar y desarrollar sus conocimientos frente a los retos de las nuevas formas de enseñanza-aprendizaje; al romper barreras para llegar a una institución educativa de nivel superior e implementar los diferentes ambientes de aprendizaje. Es decir, desde la tecnología y la recuperación de los medios tradicionales en distintos espacios que permitan el desempeño de diferentes enfoques didácticos desde la cotidianidad. Todo esto nos permitió transformar los espacios tradicionales educativos en verdaderas fuentes alternativas de saber ser y hacer en nuestra comunidad educativa.

Al tutor de mi trabajo de investigación Dr. Raúl Ernesto Menéndez Mora, quien me enseñó a ser una excelente investigadora desde la metodología asertiva de la investigación, al ahondar en sus aportes para la profundización de este estudio. De igual forma a mis profesores de maestría: Dra. Mary Falk de Losada, Dr. Mauro García, Dr. Martín Acosta y Dra. Isabel Romero por su acompañamiento y orientación pedagógica de los procesos de enseñanza-aprendizaje en la Matemática. Al Dr. Osvaldo Jesús Rojas Velázquez por su acompañamiento incondicional, a su gran corazón, a la gran persona que es, a su conocimiento y experiencia, quien además ha dejado huellas en mí formación. A los compañeros de Maestría Rodrigo Castro, Andrés Blanco, las hermanas Tafur Ángela y Alejandra, Alberto Carrillo, Beatriz Villarraga y a todos aquellos que me acompañaron y apoyaron en este proceso.

Al Rector, profesores y en especial a los estudiantes del grado séptimo del Colegio Tibabuyes Universal (IED) sede A de la jornada de la mañana, por su colaboración con la investigación, compromiso y seriedad, quienes asumieron las actividades que se le solicitaron.

A Claudia Patricia Orjuela y María Helena Ochoa por brindarme algo más que su amistad sincera.

A todos aquellos que consideren que este trabajo puede servir como punto de partida para algo más profundo.

DEDICATORIA

A Dios por haberme dado la oportunidad, la fuerza y la fortaleza de realizar y superar las dificultades en el proceso para concluir el estudio y así optar el título de Magister en educación Matemática.

A la memoria de mi madre Blanca Inés Cuida de Ochoa que me dio la fortaleza y fuerza ante los inconvenientes presentados en algunos momentos y quien fue mi apoyo en todo sentido para la continuidad de este proceso de investigación, a sus enseñanzas en el campo académico y espiritual a ver las adversidades como retos y aprendizajes de la vida para el crecimiento y realización personal.

A mi padre, familiares y especialmente a mi hermana María Helena Ochoa Cuida que me escucho y me animo para no desertar en el último momento de la maestría.

A mi esposo Fernando Garzón y mis hijos Cristian y Katherin que me colaboraron y me apoyaron para tener el tiempo necesario para desarrollar las diferentes actividades de este estudio.

SÍNTESIS

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría plana, específicamente en la construcción del significado robusto de las propiedades de algunas figuras geométricas planas, sigue constituyendo una falencia de aprendizaje. Esta investigación se encamina al diseño de actividades materializadas a través de problemas interesantes resueltos bajo el marco de las fases propuestas por Polya (1945). En la misma se enfatiza en la visualización, la representación y heurísticas como herramientas didácticas y en las comunidades de práctica de Wenger para el trabajo con los estudiantes al interior del aula de clase a través de diferentes ambientes de aprendizaje.

Éste diseño está dirigido a la construcción del significado robusto de propiedades de algunas figuras geométricas planas en los estudiantes de grado séptimo del Colegio Tibabuyes Universal (IED) mediante la elaboración de actividades conformadas por problemas (pragmáticos, matemáticos y de su cotidianidad) interesantes.

ABSTRACT

In the teaching and learning process of plane geometry, specifically in the construction of a robust meaning about the properties of some flat geometric figures, which still constitute failures in their learning. This research is aimed to design a variety of activities through interesting problems solved according to the framework of the phases proposed by Polya (1945). In the same it is emphasized the visualization, representation and heuristics as teaching tools and being based on Wenger's proposal about communities of practice for working with students inside the classroom through different learning environments.

This design is aimed at the construction of robust meaning the properties of some flat geometric figures in the seventh grade students at Universal Tibabuyes School (FDI) by developing activities made up of interesting, pragmatic**,** mathematical and everyday problems.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

La geometría es una de las ramas de la matemática que tiene mayores aplicaciones en la vida cotidiana y en la naturaleza. Tal es así que matemáticos como Galileo, a través de la historia resaltaron la importancia de la geometría plana por medio de las figuras geométricas:

> *"El libro de la Naturaleza está escrito en el lenguaje de las matemáticas, y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible entender una sola palabra suya; sin ellos uno está vagando a través de un oscuro laberinto"*[1].

Desde que Galileo escribió estas ideas hasta hoy en día, la geometría se ha convertido en parte fundamental de la cultura del hombre. No obstante, es de tener presente que el significado etimológico de la palabra Geometría es medida de la tierra.

Este trabajo investigativo está cimentado en algunas interrogantes a lo largo de la formación y experiencia de la autora, docente en el Colegio Tibabuyes (IED). En particular acerca de la importancia dada al estudio de la geometría en educación básica, la inexistencia de espacios en el estudio de esta y la resistencia de los docentes para utilizar diversos medios tecnológicos en favorecer el aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas planas por parte de los estudiantes.

---

[1] Galileo (1623). Tomada de Las Matemáticas en la Naturaleza por Juan Carlos Peral Alonso de la Universidad del País Vasco – Euskal HerriKo Unibertsitatea.

Un elemento relevante a nivel escolar es el estudio de las propiedades de las figuras geométricas planas, pues se centran en la enseñanza del cálculo de perímetro y área de estas. En este proceso se carece de profundidad en el dominio de las propiedades de dichas figuras.

El desarrollo de la tecnología de la información y las comunicaciones (TIC), ha revolucionado el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en la escuela, donde se ha incorporado software de geometría dinámica (SGD). Uno de este software es el Cabri II, el cual constituye una herramienta para estudiantes y docentes. (Gallejo, 2012)

Por medio del software se retoman las construcciones geométricas como herramientas importantes para la comprensión de las propiedades de las figuras geométricas planas y este conocimiento geométrico es útil desde ahora y en los cursos posteriores de la educación básica y media. Con tal fin se diseñan actividades para que el estudiante interactúe con las construcciones y edifique su propio conocimiento acerca de las propiedades de las figuras geométricas planas**.**

Esta investigación constituye un reto educativo, que debe propiciar un cambio de las prácticas pedagógicas en los docentes y producir un aprendizaje activo, autónomo y robusto de las propiedades geométricas en los estudiantes. Según Godino (2004) en octubre de 2003, *The National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) declara que las TIC son una herramienta básica para la enseñanza y el aprendizaje efectivo de la Matemática, pues pueden ayudar a enseñar y a mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

El uso de las TIC en la enseñanza de la geometría, pretende ofrecer experiencias prácticas sobre diversas formas de aprendizaje, y cómo se pueden desarrollar y evaluar las competencias académicas. Este proceso permite incorporar además de los profesores y estudiantes, a los padres de familia y a la comunidad, los cuales pueden sumarse a este proyecto educativo y acompañar a sus niños, niñas y jóvenes por los caminos del conocimiento geométrico.

En Colombia, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) propuso adelantar una Revolución Educativa y la fijó como la primera de sus herramientas para garantizar el desarrollo del país.

La enseñanza aprendizaje de la geometría ha ocupado a los investigadores, tanto nacional como internacionalmente, valorándose los resultados alcanzados en diferentes reuniones y congresos[2]. Investigaciones sobre la geometría en la escuela y en particular de las propiedades de las figuras geométricas planas se han presentado en estos.

Diferentes autores han llevado a cabo investigaciones sobre estas temáticas, entre los que se destacan (Calderon & Puig, 1996)), Ponce (2000), (Godino, 2004), (Itzcovich, 2005), (Smith & Beman, 2007), (Villiers, 2008), Guerrero (2010), (Morales & Majé, 2011), (Retegui, 2012), (Kesan, 2013). Ellos aportan a la enseñanza de la geometría, en particular de las figuras planas, modelos didácticos, estrategias,

---

[2] Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME), el Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), la Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), las Conferencias Interamericanas de Educación Matemática (CIAEM), las Reuniones Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME), en los Encuentros Colombianos de Matemática Educativa (ECME), The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), entre otros.

alternativas, entre otras formas. Alguna de estas contribuciones la sustenta en el uso del software Cabri II, por las potencialidades que posee para la enseñanza de la geometría.

Por otra parte (Ponce, 2000) explica la importancia que representa la geometría como herramienta necesaria para describir, comprender e interactuar con el espacio circundante. También plantea que las prácticas de la enseñanza de la matemática que se basan en la resolución de problemas y el trabajo con geometría parecen estar ausentes, privilegiándose actividades centradas en la presentación de los objetos geométricos y sus propiedades.

Así mismo, (Guerrero, 2010) concluye que algunos docentes identifican a la geometría con temas como perímetros, superficies y volúmenes, limitándola específicamente a situaciones métricas. Para otros docentes, su prioridad en geometría es dar a conocer las figuras o las relaciones geométricas con dibujos, su nombre y su definición, reduciendo la clase de geometría a una ilustración de un glosario geométrico.

En su investigación (Villiers, 2008) muestra algunos de los desarrollos de la geometría como son: la geometría contemporánea y la educación de la geometría. La propuesta para el currículo de los profesores de primaria basándose en el modelo de los Van Hiele y la investigación rusa en la Educación de la Geometría. Está investigación es desarrollada en dos fases, una intuitiva para los grados 1 al 5 y la otra de sistematización (deductiva), desde el grado 6º hasta terminar el bachillerato. Los alumnos deben construir el conocimiento a partir de la construcción del mismo por medio de la visualización y la modelación mediados por la utilización de tangram y el computador. No se menciona trabajo con regla y compás.

También existe cierta incertidumbre, por parte de algunos autores, acerca de cuál debería ser el objeto de la enseñanza de la geometría, cuáles son sus propósitos y de qué modo se integran en el aula. En los Estándares Curriculares y de Evaluación Matemática (NCTM, 1991)[3] se señala que el currículo de Matemática debe incluir el estudio de la Geometría de dos y tres dimensiones para que todos los estudiantes sean capaces de:

- Interpretar y dibujar objetos tridimensionales.
- Representar situaciones de problemas con modelos geométricos.
- Deducir propiedades de las figuras y las relaciones que se dan entre ellas, a partir de postulados previos.
- Adquirir las estructuras conceptuales de un sistema axiomático por medio de la investigación y la comparación de geometrías diversas.

Este análisis de lo planteado en esta literatura consultada retoma la importancia de la geometría en la escuela y muestra las dificultades que presenta su enseñanza - aprendizaje.

La experiencia de la autora de esta tesis por más de diez años como docente en el Colegio Tibabuyes Universal, ha evidenciado el bajo rendimiento académico en la asignatura de geometría y la ausencia de los conocimientos acerca de las

[3] NCTM (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas)

propiedades de algunas de las figuras geométricas planas. En el Colegio los docentes de primaria desarrollan un plan curricular básico de geometría. Limitan el conocimiento acerca del tema de las propiedades de algunas figuras geométricas planas en el colegio, tan sólo en el reconocimiento de las figuras geométricas planas y sólidas. La implementación de las TIC y medios tradicionales como manejo de regla, compás y transportador sirve para potenciar el razonamiento geométrico en los estudiantes.

A través de la aplicación de métodos empíricos como la observación científica, encuesta y entrevista. (Ver Anexo 2. Guión de entrevista No estructurada en profundidad Anexo 4. Encuesta para docentes de matemáticas), se ratificó lo mencionado anteriormente y se pudo constatar como las siguientes insuficiencias:

Es limitada la base conceptual en los estudiantes acerca de las propiedades de las figuras planas.

- Las propiedades geométricas no se evidencian en el estudio de las figuras geométricas planas.
- El aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas se entiende como la memorización de fórmulas acerca de perímetro y área, sin ninguna justificación matemática.
- El enfoque de resolución de problemas no es utilizado en la clase de geometría.
- El uso de software de geometría dinámica es limitado o casi nulo en el aula de clase.

- No se promueve la conformación de comunidades entorno al aprendizaje de la geometría y en particular de las propiedades de las figuras geométricas.

Esta problemática conduce al siguiente **problema de investigación**: ¿Cómo favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas planas en los estudiantes de ciclo tres del Colegio Tibabuyes Universal?

El **objeto de estudio** de esta problemática se enmarca en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en los estudiantes de ciclo tres.

En función del objetivo, se precisa el siguiente **campo de acción**: El proceso de enseñanza-aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas planas a través de la resolución de problemas interesantes, utilizando la geometría dinámica y materiales tradicionales en los estudiantes.

Objetivo general

Evaluar el proceso de enseñanza - aprendizaje de las propiedades de algunas figuras geométricas planas en diferentes ambientes de aprendizaje a través de la resolución de problemas interesantes en estudiantes de ciclo tres del Colegio Tibabuyes Universal.

Como guía para el cumplimiento del objetivo y la solución del problema se presentan las siguientes preguntas de investigación:

1. ¿Qué fundamentos teóricos son necesarios para la enseñanza-aprendizaje de las propiedades de figuras geométricas planas?

2. ¿Qué fundamentos metodológicos son necesarios para favorecer la enseñanza-aprendizaje de las propiedades de figuras geométricas planas a través de la resolución de problemas interesantes?

3. ¿Qué sistema de actividades favorecerá ese proceso de enseñanza-aprendizaje de las propiedades de figuras geométricas planas a través de la resolución de problemas interesantes?

Objetivos Específicos

1. Diseñar actividades para la enseñanza – aprendizaje de las propiedades de algunas de las figuras geométricas planas de los estudiantes de ciclo tres del Colegio Tibabuyes Universal (IED) J.M.

2. Evaluar el proceso de enseñanza - aprendizaje de la geometría, luego del desarrollo de las actividades didácticas en los diferentes ambientes de aprendizaje.

3. Evaluar el proceso de enseñanza - aprendizaje de las propiedades de algunas figuras geométricas planas en diferentes ambientes de aprendizaje a través de la resolución de problemas interesantes.

4. Evaluar la relación entre el uso de los diferentes a Ambientes de aprendizaje y el desarrollo del razonamiento geométrico de los alumnos.

En aras de lograr resolver el problema planteado, así como para guiar el curso de la tesis fueron propuestas las siguientes **tareas de investigación**:

1. Determinar el estado del arte acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas planas, basado en la resolución de problemas

interesantes, teoría de actividades y propiedades de las figuras geométricas planas.

2. Determinar el estado del arte sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje las figuras geométricas planas, a través de diferentes ambientes de aprendizaje

3. Analizar los presupuestos teóricos sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje las figuras geométricas planas, en particular en la resolución de problemas interesantes, teoría de actividades y propiedades de las figuras geométricas planas.

4. Diseñar y elaborar actividades determinadas por problemas interesantes para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas planas a través de diferentes ambientes de aprendizaje, en los estudiantes de ciclo tres del Colegio Tibabuyes Universal.

5. Valorar la viabilidad de la propuesta basada en la Comunidad de Práctica de Wenger (1998) con los estudiantes de ciclo tres del Colegio Tibabuyes Universal (IED).

Metodología de la investigación

En la investigación se combinan métodos y técnicas de investigación científica, en un nivel teórico y empírico. En la tesis se utilizan los siguientes métodos teóricos:

Histórico-lógico: se emplea con el fin de valorar la evolución y desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas planas en la Educación Básica, en particular de las propiedades de las figuras geométricas.

Análisis-Síntesis: para elaborar tanto los fundamentos teóricos, como en el análisis de los resultados del diagnóstico relacionados con el proceso de enseñanza - aprendizaje de la geometría, en particular de las propiedades de las figuras geométricas planas. Lo que permite establecer el significado conceptual de las propiedades geométricas para interpretar, sintetizar el impacto en la enseñanza aprendizaje de la geometría y en la elaboración de las conclusiones y generalizaciones.

Del nivel empírico fueron empleados:

La observación científica: permite determinar las dificultades en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la geometría de los estudiantes, en particular acerca de las propiedades de algunas de las figuras geométricas planas. Tales dificultades se visualizaron en lo que contestaron los estudiantes en la Evaluación Inicial. (Ver Anexo 5. Evaluación Inicial de Geometría) y tener un diagnóstico acerca del tema.

Encuesta: se aplica en forma escrita a los profesores que llevan una trayectoria en la enseñanza - aprendizaje de la geometría para obtener información en particular La información recogida es acerca de la metrología, medios didácticos, dificultades relacionadas con el tema y sugerencias, dadas por ellos.(Ver Anexo 4. Encuesta para docentes de matemáticas). La encuesta de satisfacción la contestan los estudiantes al terminar la aplicación de las actividades (Ver Anexo 7. Encuesta de Satisfacción).

Entrevista: a docentes con amplia trayectoria en la profesión, para conocer su opinión sobre las insuficiencias en la enseñanza - aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas planas. Entre ellos los doctores: Leonor Camargo, Martín

Acosta y José María Sigareta (Ver Anexo 3. Entrevista: No estructurada en profundidad)

Los **Métodos Matemáticos Estadísticos** se utilizaron para el procesamiento de la información obtenida a través de los métodos y técnicas del nivel empírico, en diferentes momentos de la investigación.

Para esta investigación se toma como **población** los estudiantes del Colegio Tibabuyes Universal (IED) (Suba-Bogotá) y la muestra los estudiantes del grado séptimo (701, 702 y 703) de la jornada mañana del año académico 2015, para un total de 133 estudiantes. Se presenta homogeneidad en los grupos (Ver Anexo 1. Test de homogeneidad), los cursos 601, 602 y 603 son los resultados del año académico 2014 en matemáticas. Se le asigna el ambiente de aprendizaje que va utilizar cada grupo.

La **significación práctica** del presente trabajo viene dada en actividades conformadas por problemas interesantes, desarrolladas por medio del uso del Software de Geometría Dinámica Cabri II y medios tradicionales. Sustentadas en la resolución de problemas de Polya y en la Comunidad de Práctica de Wenger, para potenciar el proceso de enseñanza de aprendizaje de las figuras geométricas planas en los estudiantes de grado 7º del Colegio Tibabuyes Universal.

La tesis consta de introducción, cuatro capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y 7 anexos. El capítulo 1 se dedica al estado del arte, el capítulo 2 trata del marco teórico de la tesis (la teoría de la resolución de problemas, la comunidad práctica de Wenger, los ambientes de aprendizaje, la geometría dinámica y temática de las propiedades geométricas de algunas figuras geométricas planas). En el capítulo 3 se elaboran y presentan las actividades determinadas por problemas interesantes o no rutinarios y en el capítulo 4 se constatan los resultados de su implementación.

CAPÍTULO 1. ESTADO DEL ARTE

En este capítulo se realiza un análisis del proceso de enseñanza aprendizaje de las figuras geométricas planas, particularmente a través del Software de Geometría Dinámica Cabri II y de los Ambientes de aprendizaje Tradicional (regla, compás, transportador y dobleces en papel) para el desarrollo del razonamiento geométrico en la Educación Básica a nivel Nacional e Internacional.

1.1. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza - aprendizaje de la geometría en la educación Básica

El interés por mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje en educación matemática en geometría se ha implementado en el currículo mediante el uso de las TIC, por ejemplo a través de software dinámico. Se han hecho diversas investigaciones relacionadas con el tema de estudio a nivel Nacional e Internacional que se relacionan a continuación:

(Nieves, 2002) Como recurso didáctico se utiliza el software para la enseñanza de la geometría. En este caso el Jclic por medio de paquetes de actividades para estudiantes de educación básica. Las figuras geométricas utilizadas son las básicas (triángulo, rectángulo, cuadrado y círculo). No se utilizan los implementos tradicionales en la enseñanza – aprendizaje de la geometría.

(Chamorro, Belmonte, & Francisco, 2006) Los autores plantean enseñar el área lógico matemática en la educación infantil y proponen en geometría ir más allá del reconocimiento de las formas básicas (el cuadrado, el círculo y el triángulo) por medio de la manipulación de diferentes materiales y la utilización de programas. Presentan diferentes actividades de temas geométricos para aplicar a los estudiantes y así tengan buenas bases para las temáticas de bachillerato. No incluyen otras figuras como son los demás cuadriláteros y los polígonos regulares.

(Camacho & Santos, 2006) En su investigación presenta algunas preguntas como: “¿Qué aspectos del quehacer matemático se potencian en la resolución de problemas con el uso de un software dinámico?, ¿qué significa representar objetos matemáticos y problemas en forma dinámica?, ¿cómo favorece el empleo de un software dinámico el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes? En este contexto, se presentan dos problemas en los que se muestra que el empleo de la herramienta no solo favorece la construcción de relaciones matemáticas, sino también la exploración y búsqueda de conexiones o extensiones de los problemas.” No se trabajan los ambientes de aprendizaje tradicionales.

(Villiers, 2008) Muestra algunos de los desarrollos de la geometría basándose en el modelo de Van Hiele, centrándose en los 4 primeros niveles que son los más pertinentes en la enseñanza de la Geometría en secundaria. La investigación rusa en la Educación de la Geometría consistía en dos fases, una intuitiva para los grados 1 al 5 y la otra de sistematización (deductiva) desde el grado 6º. Utilizan como ambientes de aprendizaje la manipulación de materiales como el tangram y el computador. No se menciona en este trabajo la manipulación de papel ni los instrumentos tradicionales con regla y compás.

(Retegui, 2012) Según el autor la implementación de las TIC es una gran ayuda en el aprendizaje de la geometría, ya que facilitan la visualización, comprensión y simulación. También la investigación mostró que las dificultades es que la parte de la geometría al final del largo temario y que hay una brecha digital. También se deja de lado los ambientes de aprendizaje tradicionales.

(Barrantes, 2013) En su investigación plantea que los cambios en contenidos son particularmente profundos en el área de Geometría, Estadística y Probabilidad. Este autor describe y analiza el papel que la geometría desempeña en el nuevo currículo de matemáticas para la Educación Primaria y Media costarricense. Se plantean la enseñanza – aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas en primaria y el uso de la tecnología digital como quinto eje curricular. Se dejan de lado los medios tradicionales.

(Planas, y otros, Enero 2015) Los autores de esta investigación hablan del aprendizaje, formación del docente y la resolución de problemas en matemáticas en los países de Brasil, Colombia, España, Costa Rica, México y Portugal. Para promover el aprendizaje matemático más democrático y de calidad. En geometría la implementación de los Software dinámico Cabri y GeoGebra entre otros sitios libres en la red como www.wolframalpha.com. El software permite el desarrollo del pensamiento y demostraciones formales en temas como la geometría plana. No se mencionan los ambientes tradicionales.

1.2. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza - aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas planas

(Calderon & Puig, 1996) En este libro se presenta un consolidado de las ponencias en el seminario CIDE (Corporación Internacional para el Desarrollo Educativo). Una de las investigaciones presentadas es la de Collette Laborde acerca de la geometría dinámica con Cabri-Geometre. Las propiedades atribuidas al objeto en forma estática tienen una probabilidad de perderse cuando se deforma el dibujo.

El sujeto (estudiante) comienza con un dibujo puro y al realizar el desplazamiento hay una retroalimentación acerca de la geometría. (Ver Figura 1)

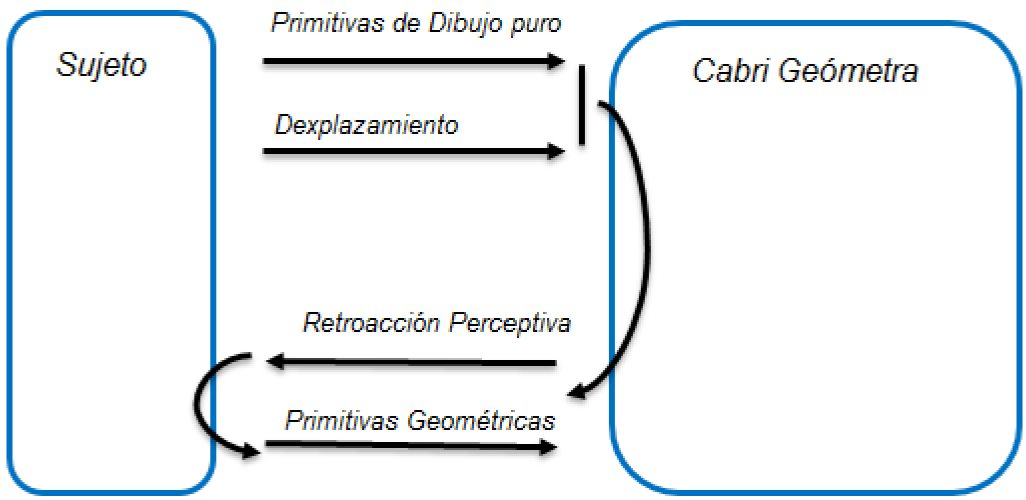


Figura 1. Cabri. Colette Laborde.

"La asociación entre lo visual y lo geométrico es difícil que adquiera sentido en el entorno de lápiz y papel, el programa Cabri II Geómetra ofrece posibilidades de organización de un medio para el aprendizaje de este control por tres razones:

1. *Los fenómenos visuales adquieren importancia por la dimensión dinámica del Cabri - Dibujo.*

2. *Estos fenómenos están controlados por la teoría ya que son el resultado de una modelización gráfica de un modelo analítico de ciertas propiedades geométricas.*

3. *El sin número de posibilidades de situaciones geométricas que pueden ser visualizadas con un gran número de objetos y en forma precisa*."[4]

No se mencionan las herramientas tradicionales.

(Barroso, Elección de cuatro problemas geométricos para una investigación sobre la comprensión de propiedades geométricas, 2003) Propuesta de investigación que presenta cuatro problemas relacionados con las figuras geométricas planas como son el cuadrado, rectángulo, rombo, paralelogramo y el triángulo. Utilizan en primer instante regla y compás, enseguida el programa Cabri II. Permite en cada problema comprobar varias propiedades a partir de propiedades iniciales, también se pueden descubrir otras. Presenta un buen punto de partida para desarrollar el proceso con las demás figuras geometrías planas.

(Rizo & Campistrous, 2003) Este trabajo de investigación aborda el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en la escuela básica, donde se tienen en cuenta el uso de las tecnologías, en particular la calculadora que contiene el software Cabri II. En este trabajo se evidencia una postura crítica frente al uso de los medios tradicionales. Es importante iniciar la enseñanza de las propiedades de algunas de las figuras geométricas planas en los estudiantes de primaria involucrando el manejo de los SDG (Software de Geometría Dinámica).

(Utah, 2003) Plantea que los alumnos deben estar familiarizados con las propiedades comunes del círculo y polígonos como triángulos, trapecios, rectángulos, rombos, y cuadrados, para propiciar la resolución de ejercicios y/o problemas en los estudiantes

---

[4] Investigación presentada en el Seminario CIDE 1996 por Colette Laborde

apoyados con la familia. La metodología utilizada es figuras en papel de diferentes colores y pliegues. No se menciona la utilización de la tecnología.

(Godino, 2004) Este libro para maestros, presenta una parte acerca de la enseñanza de la geometría. El capítulo 1 parte III trata de las figuras geométricas planas y espaciales, proponiendo actividades acerca del tema y de las propiedades de los cuadriláteros, rombo, cuadrado, trapecio, entre otras. En el capítulo 3 parte IV da unas orientaciones curriculares del MEN, los Principios y Estándares 2000 del NCTM (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas), acerca de la implementación del conocimiento de las propiedades geométricas de los objetos y lugares, además en los niveles superiores de primaria y en secundaria el sistema de coordenadas puede ser útil para explorar y descubrir propiedades de las figuras. Plantea la utilización del programa Cabri para el estudio de la geometría.

(Lastra, 2005) Esta investigación de maestría propone una metodología de enseñanza –aprendizaje de los cuadriláteros para grado cuarto por medio de actividades utilizando métodos tradicionales y el software dinámico Cabri II, basándose en su entorno y motivándolos a que su creatividad contribuya no sólo al conocimiento sino a la autoestima y autoconcepto.

(Itzcovich, 2005) En el capítulo 2 de la investigación se proponen actividades para los docentes en la enseñanza – aprendizaje por medio de construcciones como medio para explorar las propiedades de las figuras geométricas, para que los alumnos se despejen de lo visual por medio de análisis de figuras y la formulación de propiedades. Se pretende que los alumnos interactúen con los problemas, para que indaguen, identifiquen y reconozcan propiedades de las figuras. El vocabulario y la formalidad son base importante para más adelante resolver situaciones problemas de geometría o de otros contextos. No se implementan las TIC.

(Barajas & Mendoza, 2006) Se evidencia la importancia de enseñar la geometría por medio del software dinámico Cabri en la enseñanza de las figuras geométricas en grado sexto. Establece vínculos entre la geometría y otros temas como son la variación del área o el volumen de figuras y cuerpos cuando aumenta o disminuye el valor de una de las dimensiones. Se evidencia la importancia en áreas de conocimiento como la estadística y en la resolución de problemas de medición entre otras. No se implementan otros ambientes de aprendizaje.

(Smith & Beman, 2007) Este libro incluye 400 figuras para resolver problemas prácticos acerca de las figuras planas y sólidas. Inicia el libro con definiciones básicas. Luego se trabaja con las figuras geométricas planas y sus propiedades como son: el triángulo, paralelogramos, cuadriláteros, polígonos regulares y el círculo; también se presentan teoremas y demostraciones relacionadas con el tema.

(Secretaria de Educación Pública (SEP) del Estado de Chihuahua) Esta cartilla para normalistas del estado de Chihuahua presenta un programa de geometría en el cual los estudiantes adquieran bases sólidas en relación a la geometría Euclidiana. Temas relacionados con parte de su historia, los elementos básicos y propiedades de las figuras geométricas planas y sólidas. Le permita abordar situaciones relacionadas con la geometría donde los estudiantes desarrollen habilidades de medir, trazar e imaginar relaciones geométricas y espaciales así como poder calcular áreas y volúmenes. Proponen actividades utilizando los implementos tradicionales de geometría (regla y compás), geoplano y el programa Cabri.

(Machado & Muñoz, 2009) En este trabajo los autores presentan dos propuestas una para los estudiantes y otra para el docente. Se muestra el trabajo de los estudiantes en el aula por medio de la observación donde construyen definiciones y si es el caso demostraciones formales de los temas de geometría como las propiedades de las figuras geométricas planas. También transformaciones en el plano (isometrías, homotecias y semejanza). El docente planifica sus clases por medio de mapas conceptuales. No se especifica el material utilizado por los estudiantes en el proceso de la observación.

(Morales R. G., 2010) El autor en la investigación propone la implementación del software dinámico y actividades como construcciones. Esto evidencia un excelente ejercicio para el estudiante ya que descubre relaciones por medio del arrastre y la manipulación de objetos, además le permite escoger la herramienta que más le sirva de acuerdo a los objetivos propuestos por el docente. Se dejan de lado los ambientes de aprendizaje tradicionales.

(Barroso, Laboratorio virtual de triángulos con Cabri II, 2010) Presenta variedad de problemas acerca de los triángulos utilizando el software de geometría dinámica Cabri que permite la ampliación del conocimiento de las propiedades y sus relaciones.

(Villarroel & Natalia, 2011) Los autores se proponen identificar y caracterizar los materiales didácticos concretos que pueden utilizarse en la enseñanza de los contenidos geométricos en primer año de la Educación Secundaria. También se refieren a reconocer las habilidades geométricas que tales materiales permiten desarrollar al ser aplicados. Este estudio se fundamenta teóricamente en las ideas que sustenta la Educación Matemática Realista. Los investigadores distinguen siete grandes grupos de materiales: modelos fijos 2D y 3D, rompecabezas geométricos, tangram, geoplano, transformaciones dinámicas, origami o papiroflexia y objetos del entorno real. Ellos aducen que en dependencia de la intencionalidad didáctica, estos favorecen el desarrollo de variadas habilidades geométricas y el aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas planas en el sexto grado. La autora de esta tesis no utiliza los SGD (Software de Geometría Dinámica).

(Kesan, 2013) La investigación realizada con alumnos de grado séptimo, tiene como objetivo mirar los efectos que tiene la enseñanza de la geometría en los temas de ángulos y polígonos. Se implementa la investigación a dos grupos. Un grupo utiliza ambientes de aprendizaje tradicional y otro implementa la utilización del software de geometría Cabri II. Esta investigación presenta como resultado una diferencia significativa entre los dos grupos. Se tuvo en cuenta una prueba de rendimiento y hojas de trabajo comparado con los resultados obtenidos de las pruebas del 2005.

Los estudiantes que trabajaron con el software tuvieron mejores resultados.

1.3. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría y de las propiedades de las figuras geométricas planas en Colombia

1.3.1. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría y de las propiedades de las figuras geométricas planas a través del Software Geometría Dinámica Cabri II

(MEN., 2004) Proyecto del Ministerio de Educación Nacional donde quiere implementar el software Cabri II en la enseñanza de la geometría en todos los colegios para potenciar la enseñanza – aprendizaje en los diferentes temas del currículo. La implementación se llevó acabo en algunos los colegios.

(Morales & Majé, 2011) Este proyecto de investigación presenta una propuesta didáctica acerca de las propiedades de los cuadriláteros utilizando el software dinámico Cabri II con actividades relacionadas en su contexto social y económico.

(Sanchez, 2011) Este proyecto consta de 2 investigaciones aplicadas a estudiantes de grado sexto en la enseñanza de la geometría como las propiedades de los triángulos, isometrías (rotación y reflexión) con el uso de la tecnología en particular con el programa Cabri Geometre de las calculadoras TI 92. Para los educandos es más ágil y atractivo el desarrollo de las clases. El autor concluye que permiten potenciar la construcción del conocimiento.

(Gallejo, 2012) En esta investigación se exponen los posibles beneficios e la utilización de las TIC en la enseñanza – aprendizaje de la geometría. La implementación de los entornos interactivos con lleva a mejorar el proceso. La parte

6 del libro trata de la Geometría dinámica con GeoGebra y Cabri entre otros y en la parte 7 del libro presentan ejemplos con estos programas en las diferentes unidades didácticas de Geometría como en el tema de las propiedades de las figuras geométricas.

(Camargo & Samper, 2014) Está es una investigación acerca de una propuesta curricular basada en el programa Cabri para la educación básica. En los conceptos de geometría y más específicamente en las propiedades del círculo. Los estudiantes realizan procesos de conjeturación y justificación. Se presentan algunos ejemplos para grado cuarto, sexto, séptimo y octavo. No utilizan otras herramientas didácticas.

1.3.2. Investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría y de las propiedades de las figuras geométricas planas a través de Ambientes de aprendizaje tradicional.

(Leal, Suarez, Fernández, & Moreno, 2010) Trabajo de investigación de acompañamiento y capacitación de los docentes en Duitama y Cundinamarca. Por medio de actividades para la temática de las líneas notables del triángulo y la implementación del plegado en el grado sexto y séptimo. Los estudiantes desarrollaron habilidades de construcción y realizaron conjeturas acerca del tema. Los docentes interactúan con otros compañeros de profesión e intercambian experiencias; además, realizan consultas para perfeccionar sus clases.

Conclusiones del capítulo 1

Teniendo en cuenta los trabajos de investigación analizados y los resultados obtenidos por estos, es claro que la enseñanza – aprendizaje de la geometría y más específicamente en el tema de las propiedades de las figuras geométricas planas en la educación primaria, plantea una reforma al currículo educativo a nivel nacional e internacional, entre las que se destacan la de (Godino, 2004), (Chamorro, Belmonte, & Francisco, 2006) y (Villiers, 2008).

Las últimas investigaciones presentan algunos aspectos del quehacer matemático, en implementar las TIC en la resolución de problemas y en particular del software dinámico como son el GoeGebra, Jclic y Cabri, tema tratado en trabajos como el de (Godino, 2004), (Camacho & Santos, 2006) y (Gallejo, 2012).

Teniendo en cuenta las investigaciones mencionadas anteriormente se ve la necesidad de motivar a los estudiantes por medio de los actuales ambientes de aprendizaje con la utilización del computador y en la retoma de los ambientes de aprendizaje tradicionales como el la manipulación de papel con dobleces y en algunos casos con la utilización de tijeras, también herramientas como la regla, compás y transportador. Esto permite que los alumnos realicen sus propias conjeturas acerca de las propiedades de algunas de las figuras geométricas planas (triángulos, cuadriláteros, círculo, circunferencia y polígonos regulares).

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1. Teoría de la resolución de problemas

Una de las competencias matemáticas es la resolución de problemas. A través de la historia han planteado diferentes métodos en la resolución de problemas como son: Dewey (1933), Polya (1945), Maza (1991), Miguel de Guzmán (1994), Friedman (1985) entre otros.

Se toma como punto de partida al matemático “Polya (1981) que definió la noción de problema de la siguiente manera: “tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable en forma inmediata” (Pochulu & Rodriguez, 2012).

Polya ha modelizado la resolución de problemas en cuatro fases o etapas (Ver Figura 2).

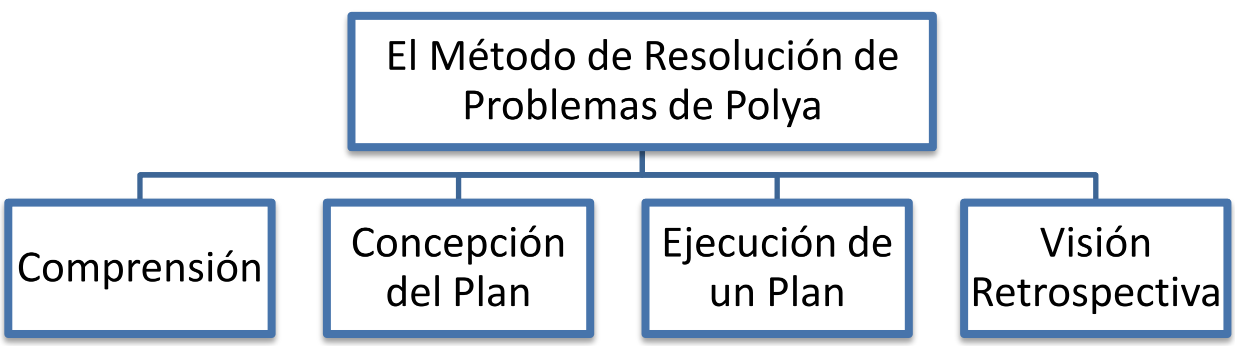


Figura 2. Diagrama Polya.

En el proceso de enseñanza – aprendizaje la resolución de problemas es un eje principal de la matemática. Permite al estudiante entender, interpretar, analizar y plantear soluciones en problemas planteados por el docente, por medio de problemas interesantes y dejando de lado los problemas rutinarios.

Hay que dejar bien en claro los tipos de problemas que le podemos dar a los educandos. Un Problema rutinario es cuando puede ser resuelto aplicando directa y mecánicamente una regla que el estudiante no tiene ninguna dificultad para encontrar; la cual es dada por los mismos profesores o por el libro de texto. En este caso no hay ninguna invención ni ningún desafío a su inteligencia. El alumno adquiere cierta práctica en la aplicación de una regla única al resolver un problema como este. Algunos estudiantes se desmotivan y tienen una actitud negativa frente a la clase de matemáticas. Es por eso que actualmente se fomenta la resolución de problemas no rutinarios que exige cierto grado de creación y originalidad por parte del estudiante. “Su resolución puede exigirle un verdadero esfuerzo, pero no lo hará, si no tiene razones para ello. Un problema no rutinario no deberá:

1. Tener un sentido y un propósito, desde el punto de vista del estudiante.
2. Estar relacionado, de forma natural, con objetos o situaciones familiares.
3. Servir a una finalidad comprensible para él” (Doría, 2013).

En la actualidad los problemas retadores animan al estudiante a pensar autónomamente, a indagar, a cuestionar, a razonar y a explicar su razonamiento (Losada, 2001).

La resolución de problemas se ha trabajado en la clase matemáticas y actualmente las investigaciones en educación matemática están enfocadas en el tema. La resolución de problemas tiene como fin que el estudiante desarrolle habilidades de analizar, razonar, a desarrollar la lógica matemática entre otras. Para lograr lo anterior se debe plantear problemas retadores o interesantes en las clases y así los estudiantes tienen una actitud positiva frente a las clases de matemáticas.

2.2. La geometría dinámica y su influencia en el razonamiento geométrico

Los programas de Geometría Dinámica han abierto nuevas posibilidades para la Geometría escolar. La principal ventaja consiste en que las figuras dejan de ser estáticas: del papel saltan a la pantalla del ordenador. Ahora se nos presentan en forma de animaciones, que nos permiten observarlas desde distintos puntos de vista e, incluso, nos permiten interactuar con ellas al modificar ciertas condiciones en el diseño y analizar qué es lo que ocurre.

Los autores plantean que la utilización de los programas de Geometría Dinámica en clase ayudará a acercar los contenidos matemáticos a los estudiantes y mejorar su comprensión: resolución de problemas, realización de investigaciones, introducción y consolidación de conceptos, trabajo de exploración de situaciones o apoyo en trabajos interdisciplinares. (Planas, y otros, Enero 2015)

Como indica Mora (2007) la utilización más frecuente de la Geometría Dinámica en la clase de Matemáticas se hace por dos vías:

1. Por los alumnos, que hacen las Matemáticas utilizando el ordenador como si fuera una herramienta de dibujo para resolver problemas, desarrollar proyectos de investigación o seguir lecciones diseñadas previamente.
2. Por el profesor, para realizar presentaciones de conceptos o procedimientos con el apoyo de un cañón de proyección conectado a un ordenador.

Según los autores, los programas de Geometría Dinámica son útiles para que el alumno descubra por sí mismo conceptos y procedimientos mediante la exploración de situaciones prácticas. El problema es que, en muchos casos, basta con una acción de ratón para que se visualicen algunas de las propiedades de las figuras geométricas y se realicen conjeturas más no demostraciones formales. Desde ese punto de vista, el trabajo del profesor consiste en guiar a los estudiantes en el desarrollo de las actividades.

Otra de las utilidades de los programas de Geometría Dinámica es la interdisciplinaridad. Mora (2007) explica que la interdisciplinaridad desde la clase de Matemáticas puede ser entendida como una forma de entrar en otro campo para ver con los ojos del matemático. Los profesores nos quejamos con frecuencia de la falta de elementos en la vida real que refuercen los contenidos matemáticos. Los alumnos de la clase de Historia pueden visitar un museo y les ayudará a comprender el arte de cada época y sus circunstancias históricas.

Mora[5] (s.f), sostiene un trabajo en línea sobre “Geometría Dinámica en Matemáticas”, donde propone una actividad para que el alumno también pueda ver las ideas matemáticas en un cuadro, que las pueda utilizar después en clase y, lo que es aún mejor, cuando vea esa y otras obras, pueda sentirse más cerca de ellas con la ayuda de las Matemáticas. Mora utiliza la Geometría Dinámica para estudiar diversos cuadros.

---

5 Mora, J. (s.f).Geometría Dinámica en Matemáticas. Recuperable el 9 de febrero de 2015 de la URL: http://jmora7.com/

"El análisis que se realiza de la obra tiene en cuenta el proceso de composición del autor: vendría a suponer el proceso inverso al realizado por el artista. Si él reúne, organiza y distribuye los elementos, las formas y los colores para componer la obra, nosotros vamos a hacer lo contrario, la diseccionamos en la búsqueda de una idea inicial que, conscientemente o no, el artista tenía en su mente previamente y después ha ido evolucionando durante su realización. Con ello pretendemos acercarnos al tipo de conocimientos y técnicas que disponía y sus intenciones". Mora (2007).

2.3. Temática acerca de algunas propiedades de las figuras planas

La siguiente información fue obtenida del libro "Geometría Plana y del Espacio con una introducción de la trigonometría". (Baldor, 1967).

2.3.1 Triángulos

Triángulo es un polígono que consta de 3 vértices, 3 ángulos y 3 lados.

Ángulo exterior de un triángulo: es el formado por un lado y la prolongación del otro.

Los triángulos se clasifican de acuerdo a sus lados en: equiláteros, isósceles y escalenos. (Ver Figura 3)

Según la longitud de sus lados

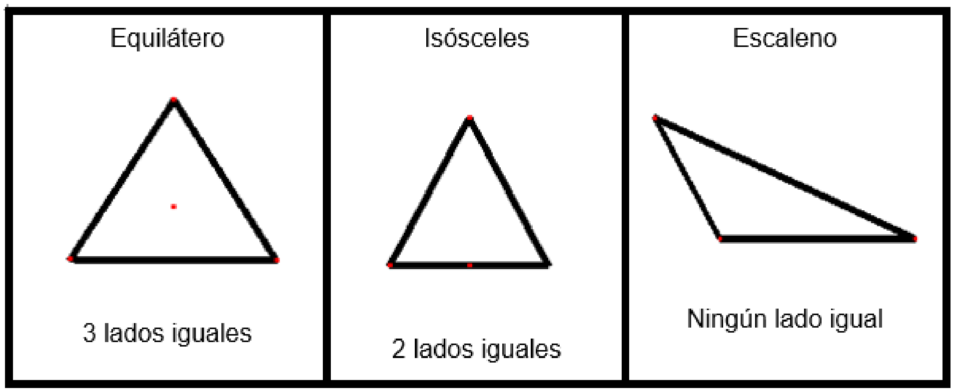


Figura 3. Clasificación de triángulos según la longitud de sus lados.

Según sus ángulos

Los triángulos se clasifican según sus ángulos en: rectángulos, acutángulos y obtusángulos (Ver Figura 4).

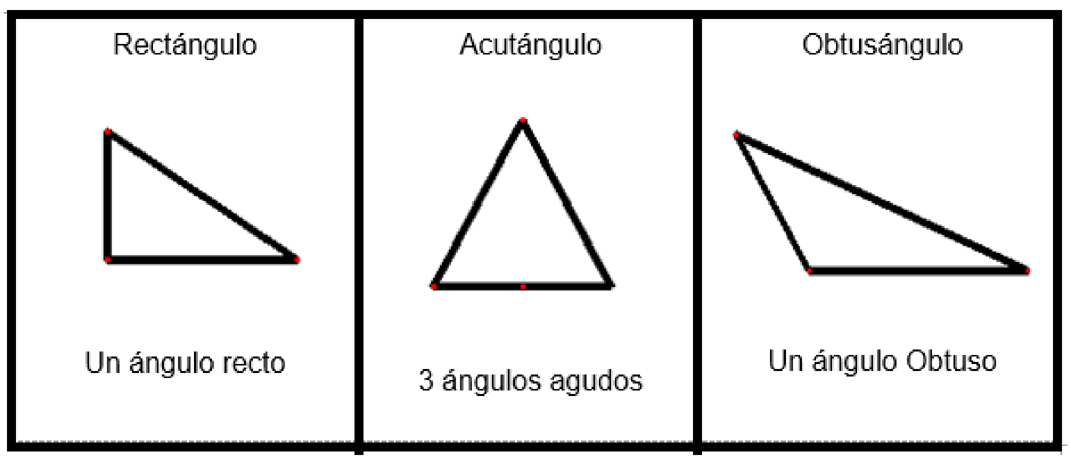


Figura 4. Clasificación de triángulos según sus ángulos.

La altura del triángulo sobre uno de sus lados corresponde a la longitud del segmento perpendicular trazado de un vértice al lado opuesto. (Ver Figura 5)

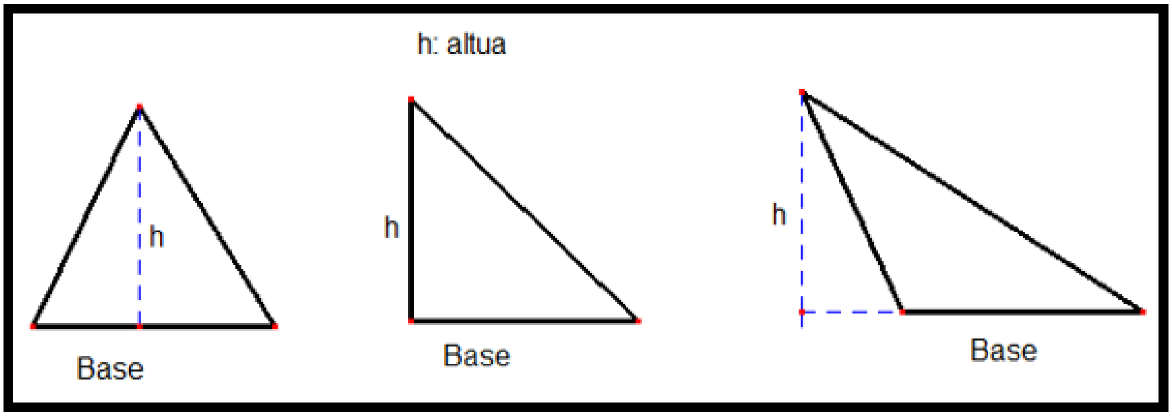


Figura 5.Trazo de la altura del triángulo.

Líneas notables del triángulo

- **Bisectriz:** divide el ángulo interior en dos ángulos congruentes.
- **Altura:** es el segmento trazado desde un vértice, perpendicular al lado opuesto. Se denota con h.
- **Mediana**: es el segmento que une al vértice con el punto medio del lado opuesto.
- **Mediatriz:** es la perpendicular en el punto medio de cada lado del triángulo

Propiedades

1. Desigualdad triangular: un lado del triángulo es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.
2. Los ángulos internos de un triángulo suman 180°. (Ver Figura 6)

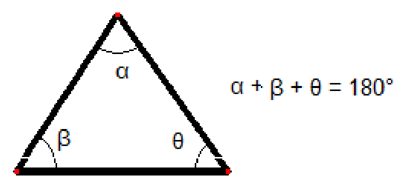


Figura 6. Suma de ángulos internos de un triángulo.

3. La suma de los ángulos exteriores de un triángulo suman 360°. (Ver Figura 7)

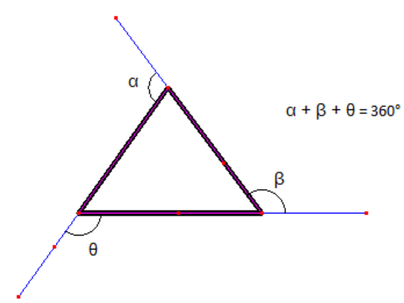


Figura 7. Suma de los ángulos exteriores del triángulo.

4. La medida de un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos internos o interiores no adyacentes.

5. Teorema de Pitágoras: para todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las longitudes de sus catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa. (Ver Figura 8)

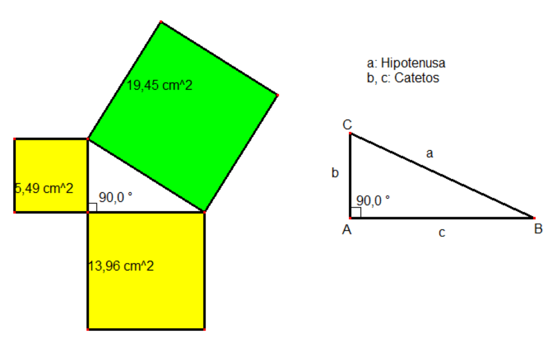


Figura 8. Teorema de Pitágoras.

6. Las bisectrices de un triángulo se intersectan en un punto llamado Incentro (I).

7. Las alturas de un triángulo se intersectan en un punto llamado Ortocentro (O)

8. Las mediatrices de un triángulo se intersectan en un punto llamado Circuncentro (C).

9. En todo triángulo rectángulo cuyos ángulos agudos midan 30° y 60°, la longitud del cateto mayor es $\sqrt{3}$ veces la longitud del cateto menor y la longitud de la hipotenusa es el doble del cateto menor.

2.3.2. Cuadriláteros

Un cuadrilátero es un polígono que tiene cuatro lados. Los cuadriláteros se clasifican en: paralelogramos, trapecios y trapezoides. (Ver Figura 9)

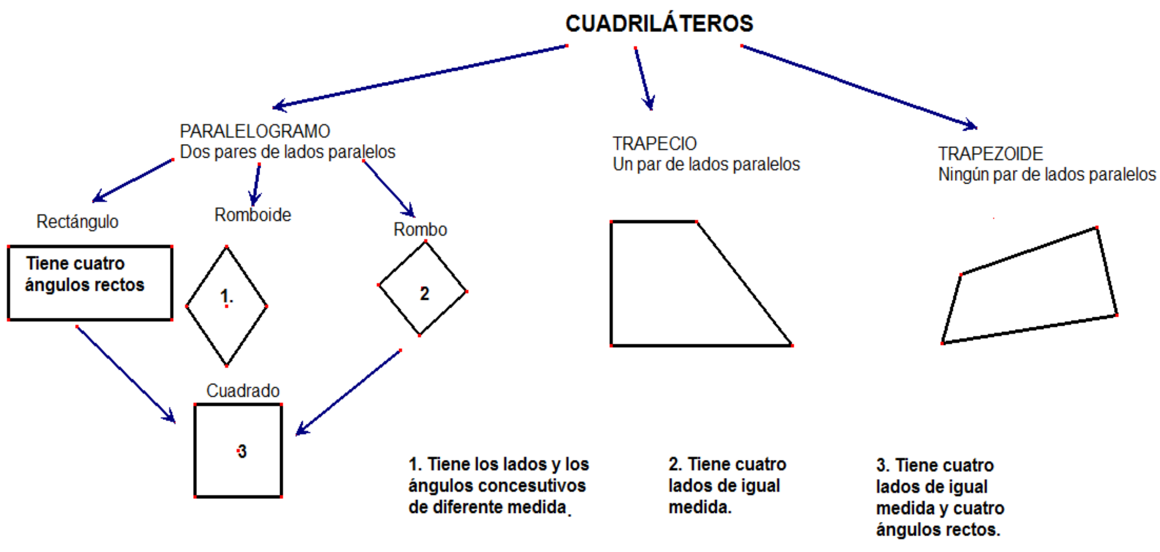


Figura 9. Clasificación de los cuadriláteros.

Los trapecios se clasifican en: Trapecio rectángulo, trapecio isósceles y trapecio escaleno. (Ver figura 10)

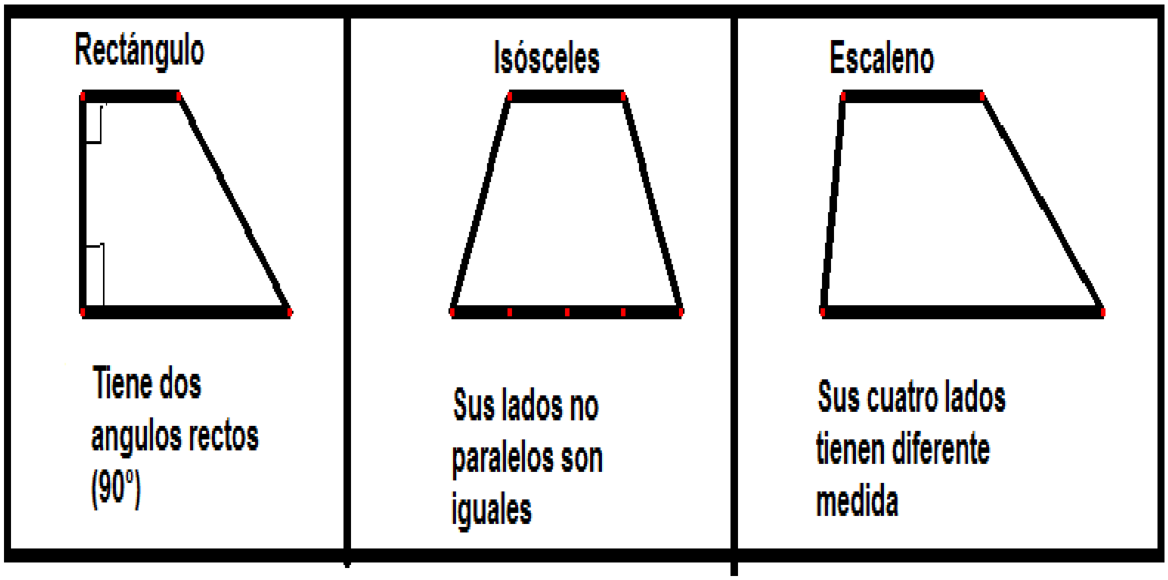


Figura 10. Clasificación de trapecios.

Los trapezoides se clasifican en: Trapezoides simétricos y trapecios asimétricos. (Ver Figura 11*)*

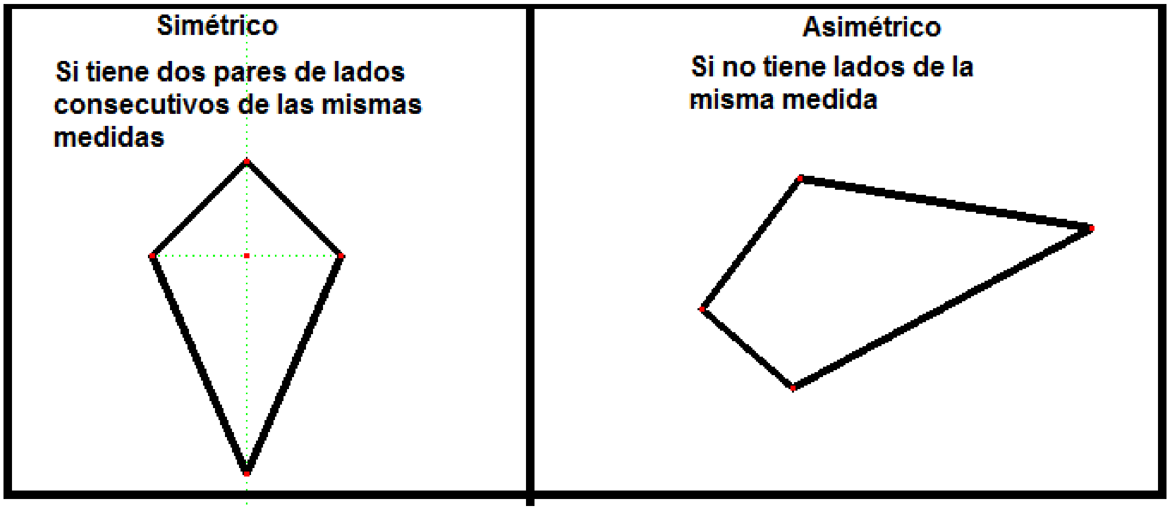


Figura 11. Clasificación de trapezoides.

Propiedades

CUADRILÁTERO

1. La suma de los ángulos internos de un cuadrilátero suman 360°.
2. Desde un vértice de un cuadrilátero a otro vértice del mismo cuadrilátero solo se puede trazar una diagonal.
3. El número total de diagonales que se puede trazar en un cuadrilátero, es 2.

PARALELOGRAMO

1. Si ambos pares de lados opuestos de un cuadrilátero son iguales, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
2. Si ambos pares de ángulos opuestos de un cuadrilátero son iguales, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
3. Si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan mutuamente, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

4. Además se cumplen las 3 propiedades especificadas para los cuadriláteros

RECTÁNGULO

1. Si un paralelogramo es un rectángulo, entonces sus diagonales son iguales.
2. Si las diagonales de un paralelogramo son iguales, entonces el paralelogramo es un rectángulo.
3. Si un cuadrilátero es un rectángulo entonces sus cuatro ángulos son ángulos rectos.
4. Un ángulo exterior de un cuadrilátero rectángulo vale un ángulo recto.
5. Además se cumplen las 4 de los paralelogramos.

CUADRADO

1. Todos los lados son iguales
2. Los ángulos del cuadrado son rectos.
3. Cada ángulo exterior del cuadrado vale un ángulo recto.
4. Las diagonales del cuadrado son iguales.
5. Las diagonales del cuadrado son perpendiculares y se cortan en el centro.
6. Las diagonales del cuadrado son bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.
7. Los lados opuestos son paralelos.
8. Además se cumplen las 5 de los rectángulos

ROMBO

1. Los lados de un rombo son iguales.
2. La suma de los ángulos internos de un rombo es igual a 360°.
3. Los ángulos opuestos de un rombo son iguales.
4. Los ángulos consecutivos suman 180°
5. Las diagonales de un rombo son perpendiculares y se cortan en el centro.
6. Las diagonales del rombo son bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.
7. Si las diagonales de un paralelogramo son perpendiculares, entonces el paralelogramo es un rombo.
8. Cada diagonal de un rombo biseca un par de ángulos opuestos.

TRAPECIO

1. Tiene un par de lados paralelos.
2. La suma de los ángulos internos del trapecio es igual a 360°.
3. Tiene un par de lados opuestos paralelos.
4. Los ángulos entre paralelas suman 180°.
5. La mediana de un trapecio es paralelo a las bases y su medida es la mitad de la suma de las medidas de las bases.
6. Los ángulos de la base de un trapecio isósceles son iguales.
7. Las diagonales de un trapecio isósceles son iguales.

2.3.3. Círculo – Circunferencia

Circunferencia: es el conjunto de todos los puntos de un plano que equidistan de otro punto llamado centro**.**

Círculo: es el conjunto de todos los puntos de la circunferencia y de los interiores de la misma.

Las líneas notables de la circunferencia son: secantes, cuerdas, tangentes, radios, diámetros. (Ver Figura 12)

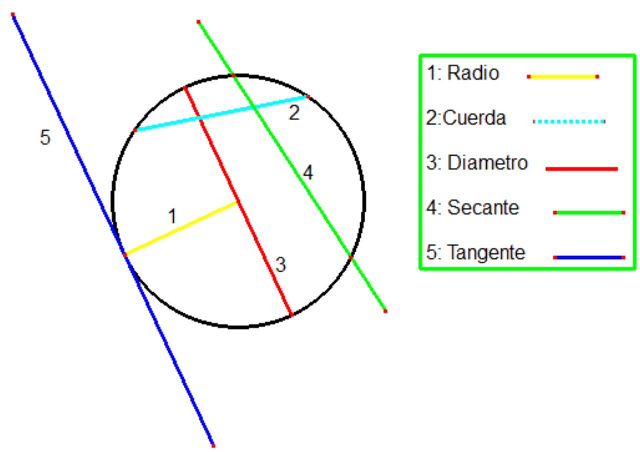


Figura 12. Líneas notables de la circunferencia.

1. **Secante:** es la recta que tiene dos puntos comunes con la circunferencia**.**
2. **Cuerda:** es el segmento determinado por dos puntos de la circunferencia**.**
3. **Tangente:** es la recta que tiene un punto común con la circunferencia
4. **Radio**: es el segmento que va del centro a cualquier punto de la circunferencia**.**

5. **Diámetro:** es toda cuerda que pasa por el centro. El diámetro es igual a la **suma de dos radios.**

Propiedades

1. Un diámetro divide a la circunferencia y al círculo en dos partes iguales.
2. El diámetro es la mayor cuerda de la circunferencia.
3. Todo diámetro perpendicular a una cuerda, divide a ésta y a los arcos subtendidos en partes iguales.
4. En una misma circunferencia, o en circunferencias iguales, a arcos iguales, corresponden cuerdas iguales, y si dos arcos son desiguales (menores que una circunferencia) a mayor arco corresponde mayor cuerda.
5. La tangente a una circunferencia y el radio, trazado por el punto de tangencia son perpendiculares.

2.3.4. Polígonos: es una región plana limitada por una línea poligonal cerrada de 3 o más segmentos de recta.

2.3.4. Polígono Regular

Polígono Regular es aquel que tiene todos sus lados y sus ángulos iguales. Los polígonos regulares se clasifican de acuerdo a sus lados en: triángulo equilátero, cuadrado, pentágono, hexágono, heptágono, octágono, nonágono, decágono, endecágono y dodecágono. (Ver Figura 13)

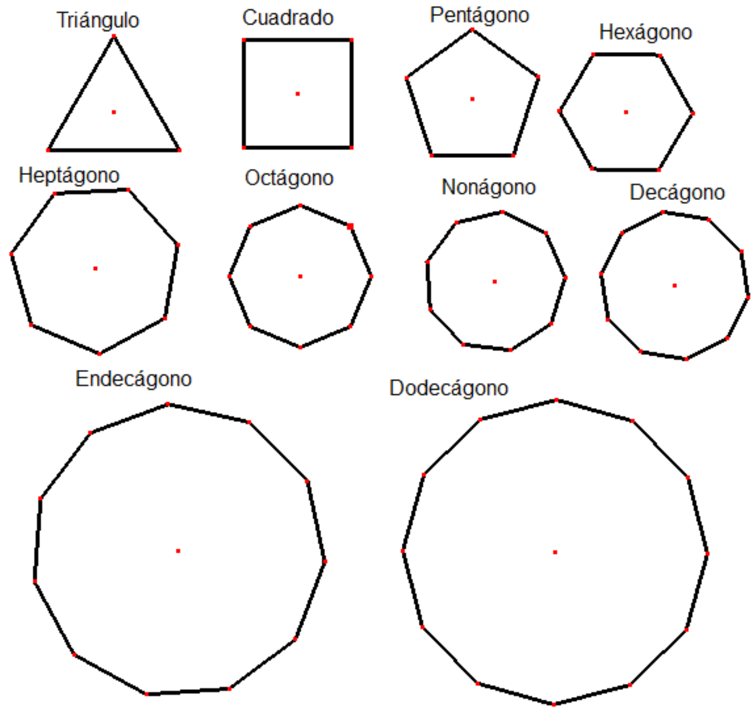


Figura 13. Clasificación de los polígonos regulares de 3 a 12 lados.

En un polígono regular se puede distinguir: centro, radio, apotema, ángulo central, ángulo interno. (Ver Figura 14)

1. **Centro:** centro del circunscrito del polígono.
2. **Radio:** radio del círculo circunstante.
3. **Apotema:** segmento que va del centro del polígono al punto medio de un lado.
4. **Ángulo Central**: ángulo comprendido entre dos radios consecutivos.
5. **Ángulo interno**: ángulo conformado de dos lados consecutivos

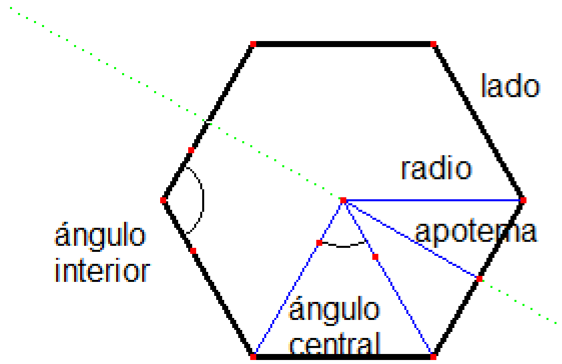


Figura 14. Partes de un Polígono Regular.

Propiedades de los Polígonos Regulares

1. Todo polígono regular puede ser inscrito en una circunferencia.

2. Los lados de un polígono regular son iguales.

3. Los ángulos internos de un polígono regular son iguales.

4. En un polígono regular la suma de los ángulos centrales es 360°. Luego la medida del ángulo central de n lados es: $\theta = \frac{360°}{n}$

5. La medida de cada uno de los ángulos internos es: 180 – θ.

6. La suma de los ángulos internos de todo polígono regular es igual a: (180 – θ)n.

7. El número de diagonales que pueden trazarse desde un vértice es igual al número de lados menos tres.

8. Si n es el número de lados del polígono, el número total de diagonales D, que pueden trazarse desde todos los vértices, está dada por la fórmula

$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

Fórmula 1. Número Total de Diagonales de un Polígono Regular.

2.4 Cabri II

Es un programa de geometría dinámica, no gratuito. Versión original de Francia, creada por los esposos Laborde Jean – Marie y Colette Laborde. Le permite al estudiante de manera interactiva en varios sistemas de representación interconectados. La posibilidad de ver y trabajar con varias figuras geométricas y observar de manera dinámica los cambios y las invariantes geométricas que permanecen. Las figuras geométricas dejan de ser una sucesión de trazos, además el estudiante tiene la oportunidad de construir un verdadero conocimiento para avanzar en su formación matemática. (Orjuel Osorio & Guzmán Tovar, 1999)

2.5. Teoría de la Comunidad de Práctica de Wenger

Teniendo en cuenta la teoría de la comunidad de Práctica de Wenger, que se enfoca en la comunidad de práctica. Concibe el aprendizaje como un proceso de participación social. En esta se explora la intersección de cuestiones relacionadas con la comunidad, la práctica social, el significado y la identidad. Concibe el aprendizaje como un proceso de participación social. (Wenger, Comunidad de Práctica: Aprendizaje, Significado e Identidad, 2001)

La comunidad de práctica es un grupo de personas que comparten una preocupación, un conjunto de problemas o un interés común acerca de un tema y que profundizan su conocimiento y pericia en este a través de una interacción continua (Wenger, McDermott y Snyder, 2002)

La comunidad de práctica presenta tres características:

El dominio: puesto que una comunidad de práctica se enfoca sobre un dominio de interés compartido.

La comunidad: en la consecución de los intereses de su dominio, los miembros se comprometen en actividades y discusiones conjuntas, se ayudan uno al otro y comparten información. Así es como forman una comunidad alrededor de su dominio y construyen relaciones.

La práctica: una comunidad de práctica no es meramente una comunidad de interés. "Los miembros de una comunidad de práctica desarrollan un repertorio compartido de recursos: experiencias, historias, herramientas, formas de manejar problemas recurrentes – en una práctica breve y compartida (2001: 2 y 3)" (Juaréz, 2004)

Por medio de experiencias hay mayor acercamiento de experiencias con los estudiantes, por medio de tres dimensiones:

a) Interna que tiene que ver con los contenidos y la participación de las comunidades; b) externa, prácticas reales que tienen que ver con sucontexto y más allá de las cuatro paredes y participación de la comunidad; c) educación para toda la vida ¿cómo prestar servicio a las necesidades de aprendizaje a lo largo de la vida de los estudiantes a través de comunidades de práctica organizadas, enfocadas sobre temas de continuo interés, más allá del periodo escolar?

"Wenger afirma que las nuevas tecnologías como el software han ampliado el alcance de las interacciones, éstas van más allá de los intercambios de las comunidades tradicionales al vencer las limitaciones geográficas, además expande las posibilidades de las comunidades y crea las condiciones para nuevos tipos de comunidades basadas en prácticas compartidas". (Juaréz, 2004)

Propone que una Teoría Social del Aprendizaje, donde parte de cuatro premisa:

1- Somos seres sociales: aspecto esencial del aprendizaje

2- Conocimiento: cuestión de competencia

3- Conocer: cuestión de participación, de comprometerse activamente en el mundo

4- Significado: capacidad de experimentar el mundo y el compromiso con él como algo significativo

“Debe integrar los componentes necesarios para caracterizar la participación social como un proceso de aprender y conocer. Los componentes son: significado, práctica, comunidad e identidad. (Ver Figura 15)

a. Significado: es la capacidad individual y colectiva de experimentar nuestra vida y el mundo como algo significativo.
b. Práctica: recursos históricos y sociales, marcos de referencia y perspectivas compartidas que sustentan el compromiso mutuo en la acción.
c. Comunidad: configuraciones sociales donde se valoran nuestras habilidades y donde se reconoce como competencia nuestra participación.
d. Identidad: el aprendizaje produce cambios en quienes somos y la creación de historias personales en el contexto de nuestras comunidades” (Wenger, Comunidad de Práctica: Aprendizaje, Significado e Identidad, 2001).

Las conexiones de estos elementos (Ver Figura 15)

Figura 15. Componentes de la Comunidad Práctica de Wenger (Wenger, 2001).

Wenger sostiene que todos pertenecemos a comunidades de prácticas, las mismas están por todas partes. Son parte integral de nuestra vida diaria.

Respecto al aprendizaje, Wenger da unos principios basados en:

1. Aprender es inherente a la naturaleza humana.
2. Aprender es por encima de todo, la capacidad de negociar nuevos significados.
3. El aprender es desarrollar habilidades
4. Aprender crea estructuras de solución

5. El aprender es fundamentalmente en la experiencia y social.
6. El aprendizaje transforma nuestras identidades.
7. Aprender constituye estructuras de participación
8. Aprender es una cuestión de poder y energía social.
9. Aprender es una cuestión de responsabilidad
10. Aprender es una cuestión de imaginación
11. Aprender supone una interacción entre lo local y lo global.
12. El aprendizaje no se puede diseñar". (Wenger, 2001) [6]

Esta teoría permite que el estudiante interactúe con sus compañeros y desarrolle la competencia de trabajo en grupo, fomentando actitudes de solidaridad, cooperación y colaboración. El docente interactúa cuando sea necesario para acelerar el proceso de aprendizaje.

2.6. Ambientes de aprendizaje

En la actualidad los docentes trabajan diferentes ambientes de aprendizaje para que los estudiantes tengan un aprendizaje más significativo. "Un ambiente se deriva de la interacción del hombre con el entorno natural y social que lo rodea. Por otro lado el ambiente de aprendizaje es una concepción activa que involucra al ser humano y por tanto involucra acciones pedagógicas en las que, quienes aprenden, están en condiciones de reflexionar sobre su propia acción y sobre las de otros, en relación con el ambiente". (Viveros, s.f.)

El sujeto (estudiante) es el centro del ambiente de aprendizaje, donde el docente lidera en el desarrollo de prácticas pedagógicas y metodológicas para potenciar los

[6] Tomada de la tesis de Andrés Blanco 2013. (Blanco, 2014)

procesos. (Carvajal, Sandra; González, Lyda;Ospina, María; Hernández, Nury, 2014) También promueve el hacer, el ser, querer y el poder en los Ambientes de aprendizaje. (Ver Figura 15)

Figura 16. Estructura de Un Ambiente de Aprendizaje.

La estructuración e implementación en el currículo de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en los ambientes de aprendizaje, como son: la calculadora, los software dinámico Cabri, GeoGebra, Derive entre otros y el internet.

Otros medios de aprendizaje tradicional es el uso de: tangram, regla, compás, transportador, figuras en papel, ábaco, entre otros.

Para esta investigación se emplea el manejo de regla, compás y transportador en la resolución de problemas y el manejo de figuras de papel, aplicando dobleces.

Conclusiones del capítulo 2

El fundamento teórico del trabajo de investigación inicia con la resolución de problemas de Polya (1945), teniendo en cuenta las cuatro etapas: Comprensión del problema, Concepción de un plan, Ejecución del plan y Revisión retrospectiva en la solución de problemas interesantes, que le permiten al estudiante resolver determinadas situaciones y así cumplir con los objetivos propuestos en cada actividad.

Se analizan los principales elementos de la teoría de la Comunidad de Práctica de Wenger (1998) que le permitirán al educando desarrollar la competencia de trabajo en grupo y tener un aprendizaje colectivo.Se enuncia las propiedades de las figuras geométricas planas que se desarrollarán en la investigación.

Se definen los ambientes de aprendizaje propuestos en la tesis como son el software dinámico Cabri II y ambientes tradicionales como son los dobleces de papel, regla y compás.

CAPÍTULO 3. ACTIVIDADES PARA LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS PROPIEDADES DE ALGUNAS DE LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

3.1. Estructura de las actividades

Se plantea en el trabajo de investigación afianzar el tema de las propiedades de algunas figuras geométricas planas, por medio de cuatro actividades. Se diseñan las actividades con la temática mencionada en el marco teórico.

Para la elaboración de la actividad se tiene en cuenta lo planteado por Galperin y Talizina, una etapa motivacional que es el primer problema, en seguida los demás problemas deben ser interesantes o retadores, algo nuevo donde se vaya alcanzando mayor grado de complejidad. [7]

El diseño de las cuatro actividades presenta cada una con la siguiente estructura: a. tema; b. objetivo; c. sugerencias metodológicas; d. materiales y medios a utilizar; e. desarrollo de la actividad.

3.2. Actividades determinadas por problemas interesantes para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de las propiedades de algunas figuras geométricas planas a través del software de geometría dinámica Cabri II y medios tradicionales.

3.2.1. Actividad 1: el mundo de los triángulos

Objetivo: resolver problemas interesantes de geometría aplicando las propiedades de los triángulos (teorema de Pitágoras, la suma de los ángulos interiores, los ángulos externos, la desigualdad triangular y las rectas notables), donde se utilice el

---

[7] Tomada de http://www.netsalud.umich.mx/images/DocsNet/modelo_educativo.pdf

software de geometría dinámica y los materiales tradicionales para mejorar la enseñanza aprendizaje en el aula.

Sugerencias metodológicas

En el desarrollo de estas actividades cada grupo de grado séptimo del Colegio Tibabuyes Universal jornada mañana realiza la actividad utilizando una herramienta diferente. (Ver Tabla 1)

Tabla 1. Ambiente de Aprendizaje que trabaja cada grupo de 7°

CURSO	**HERRAMIENTAS(H)**
701	Papel cuadriculado (H1)
702	Regla, escuadras, transportador y compás (H2)
703	Programa Cabri II (H3)

Herramienta 1(H1): Se le entregará a cada estudiante la guía y la estructura o figura de cada ejercicio en hoja cuadriculada. Pueden utilizar tijeras y si fuese pertinente, cortes para resolver los ejercicios.

Herramienta 2(H2): Se le entregará a cada estudiante la guía y la estructura o figura de cada ejercicio, los cuales se realizarán con los instrumentos tradicionales de geometría.

Herramienta 3(H3): Se le entregará a cada estudiante la guía y la estructura o figura de cada ejercicio, los cuales se realizarán con el programa Cabri II.

Cada estudiante debe consignar en su carpeta el proceso de resolución de los problemas de las actividades.

El desarrollo de las actividades se sustenta en la teoría de Comunidades de Práctica de Wenger (1998), con el objetivo de que los estudiantes profundicen y socialicen los resultados obtenidos, donde se forman grupos de tres estudiantes. A partir de los resultados en los grupos, se elaborarán conjeturas que conlleven a la solución de cada problema. Finalmente, se socializará ante el grupo para unificar la respectiva resolución de cada problema de la actividad.

El docente explicará la guía, e indicará a los estudiantes que especifiquen la solución de cada ejercicio en su carpeta de trabajo. Además, el docente a través de preguntas heurísticas orienta a los estudiantes hacia la resolución de los problemas en las diferentes actividades de ser necesario y también aclarará las dudas cuando sea pertinente. La actividad se realizará en cuatro horas de clase.

En el primer ejercicio se busca motivar al estudiante en el tema de triángulos por medio de una lectura. Esta estrategia está apoyada en la etapa motivacional de la actividad planteada por Galperin y Talizina, donde no es necesaria una acción por parte del estudiante. Sin embargo, la autora de este trabajo plantea la necesidad de hacer ciertas preguntas para lograr el interés en los estudiantes y que estos alcancen una mejor comprensión de la importancia de los triángulos.

En el segundo problema se les ofrece a los estudiantes una guía que contiene seis triángulos. Cada uno de los triángulos tiene un color (amarillo, azul y rojo) en sus vértices y las distancias entre vértices están notadas por una letra minúscula (a, b y c). Se le solicita al estudiante, encontrar la distancia más corta para llegar de un punto a otro: del vértice de color amarillo al vértice del color azul, del vértice de color azul al vértice del color rojo y del vértice de color rojo al vértice del color amarillo.

Posteriormente se les orienta comparar la longitud de un lado con respecto a la suma de las longitudes de los otros dos lados en cada triángulo, donde los estudiantes deben de llegar a una primera **conjetura** que la longitud de un lado es menor que la longitud de la suma de los otros dos lados.

En la segunda parte (2.2) del segundo problema se les dan a los estudiantes las medidas de los lados de los triángulos. Primero se les pide comparar la longitud de un lado con respecto a la suma de las longitudes de los otros dos lados en cada triángulo, construir el triángulo de ser posible y después deben ser capaces de conjeturar que condición deben tener los lados para construir un triángulo. Por ejemplo en el grupo que trabaja con dobleces, una vez construido los triángulos, se le sugiere recortar cada triángulo, donde a través de pregunta se le orienta que tomen un lado y hagan coincidir a través de dobleces los otros dos lados y así puedan visualizar que el lado inicial es menor que la suma de los otros dos.

En este momento la (el) docente a través de preguntas logrará que todos los estudiantes desde los tres ambientes de aprendizajes que están trabajando lleguen a una conjetura de que la longitud de un lado es menor que la suma de las longitudes de los otros dos lados. Aquí la (el) docente le plantea que esta es una propiedad importante en los triángulos, la cual se denomina desigualdad triangular.

En el tercer problema se les ofrece a los estudiantes del grupo 703 que están trabajando con Cabri II, un archivo que contiene siete triángulos, para los restantes estudiantes una guía que contiene a estos triángulos. Se les solicita verificar a que es igual la suma de los ángulos interiores en cada triángulo de acuerdo a las herramientas que cada grupo posea. Los estudiantes que trabajan con dobleces, a cada triangulo le recortan los ángulos y trazan en el papel una recta, donde colocan las tres piezas formando ángulos consecutivos logran visualizar que se obtiene un ángulo llano.

Este mismo grupo, con la relación que existe entre el ángulo exterior y los interiores no adyacentes a él, recortan el ángulo exterior y los ángulos interiores no adyacentes a él y después lo sobreponen, para visualizar la igualdad entre estos. Y con relación a la suma de los ángulos externos, los estudiantes los recortan y los colocan en forma consecutiva, donde pueden visualizar que la suma es un ángulo completo.

Para los estudiantes que trabajan en los restantes ambientes de aprendizaje se les exige sumar los ángulos internos de cada triángulo, buscando que conjeture que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180°. Luego se les pide que verifiquen que la suma de los ángulos externos de un triángulo es igual a 360°. Se termina con la propiedad que especifica que la amplitud de un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de las amplitudes de los ángulos internos no adyacentes. A continuación la docente aclara que estas conjeturas a las cuales ellos han llegado constituyen propiedades esenciales en los triángulos.

En el cuarto problema se les ofrece a los estudiantes la gráfica de la constelación del Ave Fénix y ellos, por medio de las herramientas que cada grupo posea, deben verificar la propiedad de que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180°.

En el quinto problema se les ofrece a los estudiantes del grupo 703 que están trabajando con Cabri II, un archivo que contiene cuatro triángulos, para los restantes estudiantes una guía que contiene estos triángulos. Se les solicita trazar las rectas notables (bisectriz, alturas y las medianas) de cada triángulo. En la guía está definida cada línea notable del triángulo y su respectiva gráfica. El docente explica para cada grupo un ejemplo en el tablero. Luego trazan las bisectrices, alturas y medianas de cada triángulo de acuerdo a las herramientas que cada grupo posea. Específicamente el grupo que trabaja con dobleces recortara cada triángulo y encontrara la bisectriz de cada ángulo visualizando la intersección de las tres en un punto. Seguidamente encontraran las medianas y las alturas de cada triángulo, visualizando la intersección de cada una de estas.

En los demás ambientes de aprendizaje una vez concluido el desarrollo de la actividad, se les pregunta a los estudiantes si las bisectrices se intersectan en un punto interior o exterior del triángulo y así con las demás rectas.

En el sexto problema se retoma la Constelación del Ave Fénix y cada estudiante toma un triángulo rectángulo y uno isósceles y deben trazar las rectas notables de acuerdo a las herramientas que cada grupo posea. La docente a través de preguntas a los alumnos los guiará para que ellos formulen conjeturas acerca de las semejanzas y diferencias de las rectas notables en estos tipos de triángulos.

En el séptimo problema se les ofrece a los estudiantes una situación de un terreno en forma de un triángulo equilátero, el cuál será utilizado para la construcción. En una mitad del triángulo se construirá un parque y en la otra mitad una piscina. La forma de la piscina es de un triángulo rectángulo con un ángulo de 30°, ellos deben ayudar al constructor para que realice tal fin. Cada estudiante utilizará las herramientas que cada grupo posee. Por medio de preguntas por parte del docente se pretende llegar a que el alumno descubra las propiedades de los triángulos rectángulos cuando tienen un ángulo de 30°. Una propiedad es que el lado mayor de un triángulo rectángulo con un ángulo de 30° es el doble del lado menor. Específicamente para el grupo que trabaja con dobleces, se les dará a los estudiantes un triángulo equilátero y realizarán un doblez que divida al triángulo en dos partes iguales, así visualizarán que el triángulo queda dividido en dos triángulos rectángulos con un ángulo de 30°. El grupo que trabaja con instrumentos construirá un triángulo equilátero y luego traza la bisectriz de un ángulo con regla y compás.

En el octavo problema se les ofrece a los estudiantes una guía que contiene una breve historia del creador del Teorema de Pitágoras. Específicamente para el grupo que maneja dobleces se le orienta para que construya un triángulo rectángulo y un cuadrado en cada uno de los lados del triángulo. Ellos utilizan tijeras para realizar los respectivos cortes y así visualizar que el área del cuadrado del lado mayor es igual a la suma de las otras dos áreas de los otros dos cuadrados. Para los estudiantes que tienen otras herramientas calculará el área de cada cuadrado y puede decir que el área del cuadrado del lado mayor del triángulo es igual a la suma de las áreas de los otros dos lados del triángulo. El docente mencionará a los estudiantes la importancia del Teorema de Pitágoras.

En el noveno problema se les ofrece a los estudiantes una guía que contiene a la fotografía del cine Domo de MaloKa en Colombia y la estructura que conforma. Luego replican la figura de acuerdo a la herramienta que posea cada grupo. Por medio de preguntas se afianzarán algunas propiedades trabajadas en los ejercicios anteriores acerca de los triángulos como: la desigualdad triangular y que la suma de los ángulos internos es igual a 180°. Acerca de los triángulos equiláteros, que los ángulos internos miden lo mismo y que las líneas notables (bisectriz, alturas y medianas) se intersectan en un punto en común. Además la propiedad del Teorema de Pitágoras en el numeral c) donde se recomienda utilizar calculadora al estudiante.

En el décimo problema se les ofrece a los estudiantes la fotografía del primer Cine Domo Epcot Center de Estados Unidos y la estructura que conforma. Luego replican la estructura conformada por triángulos isósceles y equiláteros, de acuerdo a la herramienta que posea cada grupo. Por medio de preguntas se pretende afianzar algunas propiedades trabajadas en los ejercicios anteriores acerca de los triángulos como la desigualdad triangular y la suma de los ángulos internos es igual a 180°. Se sistematizará en los triángulos equiláteros que los ángulos internos miden lo mismo y que las líneas notables (bisectriz, alturas y medianas) se intersectan en un punto en común, y en los triángulos isósceles que estas rectas coinciden respecto a la base.

Materiales y medios a utilizar

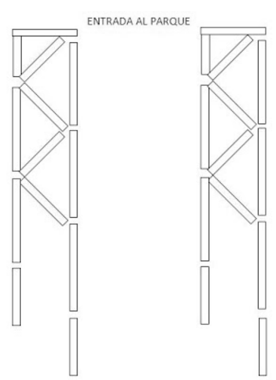
- Carpeta de geometría.
- Triángulos en papel cuadriculado.
- Kit de geometría (regla, escuadras de 45° y 30°, transportador y compás.
- Tijeras.
- El programa Cabri II.
- Pegante.

Problemas

1. CUENTO MATEMÁTICO: EL PODER DEL TRIÁNGULO[8]

Había ido con mis padres y el pequeño de mi hermano (que tenía 6 años) al increíble parque de la Warner. A la alegría de pasar el día allí, tenía que añadir que me habían dicho que los jugadores del Real Madrid iban a pasar a firmar autógrafos después de ganar la liga de Campeones. Estaba loca de alegría; a mis ocho años era toda una fanática del fútbol.

Al llegar al parque, comprobamos que había todo un dispositivo de seguridad desplegado: las entradas al parque se encontraban rodeadas por vallas de seguridad dispuestas en filas. Eran un poco raras, porque formaban una fila y al lado de la puerta esas filas estaban cruzadas con triángulos. Algo parecido al siguiente dibujo.



Nosotros nos encontrábamos en el medio, entre las dos filas de vallas. Era un poco aburrido estar esperando a que nos tocara entrar. A mi hermano se le ocurrió que jugáramos al pilla pilla. Es muy fácil pillarle, así que le dije que sí. Pero esta vez el muy chiquillo se metió entre las vallas que ves a la izquierda en el dibujo. Estaba a

[8] Versión modificada del original de la página web http://evamate.blogspot.com/2009/04/cuento-matematico.html

punto de entrar yo, cuando nuestro padre nos dijo que saliéramos de allí. No se podía estar en la zona de seguridad. Le dije a mi hermano que saliera, pero no me hacía caso.

Entonces pude ver que se acercaba un autobús. ¿Acaso sería…? Sí, sí que lo era. Ya estaban allí; el corazón se me salía del pecho. Eran ellos, los jugadores del Real Madrid. Su autobús aparcó justo después de las vallas que estaban a la izquierda del dibujo. La gente se abalanzo sobre la zona de seguridad, y/o también. Quería ver a mis jugadores favoritos, tenía que conseguir un autógrafo antes que nadie. No me lo podía creer. Llegue a la valla y me subí a ella.

Entonces me di cuenta de que la valla cedía; la gente por detrás de mí empujaba tanto que la valla cedía. Fue en ese mismo momento cuando me percaté de que mi hermano estaba dentro y la valla se dirigía hacia él… Le iban a aplastar. Miré qué podía hacer. No podía saltar a ayudarle, tampoco podía cogerle en brazos; mi hermano empezaba a asustarse. ¿Qué hacer? Mis padres estaban muy atrás, y ni siquiera se habían dado cuenta del peligro. ¿Por qué se había tenido que meter allí? Entonces me dí cuenta que en la zona de los triángulos las vallas no cedían al peso de la gente. Tal vez si mi hermano lograba alcanzar esa zona no sería aplastado.

-Vete para arriba, a la zona de los triángulos – le grité por encima del gentío.

Mi hermano me entendió, ¡menos mal!, y se dirigió hacia allá. Llego justo a tiempo. Las vallas cedieron por toda la parte de abajo, donde no había triángulos. Los jugadores entraron por una puerta exclusiva para ellos, y los guardas de seguridad sacaron a mi hermano de la zona de triángulos.

Cuando nos pudimos calmar y reunir con mis padres, les pregunté por qué en la zona de triángulos no habían cedido las vallas. Entonces mi padre me contó lo siguiente:

-Los triángulos son muy poderosos, no ceden ante ninguna fuerza exterior; tendrían que romper las vallas para que los triángulos se deformasen. Sin embargo, con los cuadrados o los rectángulos o cualquier otra figura geométrica no ocurre lo mismo: ante cualquier presión se deforman y cambian de forma. Por eso en las zonas de seguridad bien construidas se triangulan las vallas para evitar que al empujar la gente se deformen y consigan traspasar el cinturón de seguridad.

-¡Vaya! Sí que son poderosos los triángulos. Nunca lo hubiera pensado así – dije yo, un poco sorprendido.

-¡Sí los triángulos han salvado a tu hermano! – dijo mi padre.

¿Cuál crees que es el poder del triángulo de acuerdo a la lectura?

¿Conoces otro poder del triángulo, menciónalo?

2. Cada uno de los siguientes triángulos tiene un color en sus vértices (Y: amarillo, B: azul y R: rojo) y las distancias entre colores están dadas por las letras a, b y c respectivamente en cada triángulo (Ver Figura 17), responda:

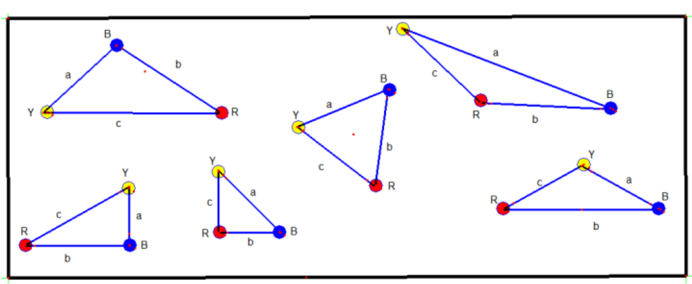


Figura 17. De la actividad de triángulos, figura 1. Triángulos.

a. En cada triángulo ¿Cuál es la distancia más corta para llegar al vértice de color azul partiendo del vértice de color amarillo? ¿Por qué?

b. Repite el proceso partiendo del vértice de color Azul hacia el vértice de color rojo y partiendo del vértice de color rojo hacia el vértice de color amarillo. ¿Qué puedes decir?

c. De acuerdo a los numerales a) y b) al comparar la longitud de uno de los lados del triángulo con respecto a la suma de las longitudes de los otros dos lados del triángulo. ¿Qué puedes decir?

2.2 Las siguientes construcciones incluyen las longitudes de tres segmentos: construcción 1 (4, 7, 10), construcción 2 (3, 4, 5), construcción 3 (4, 4, 4), construcción 4 (3, 4, 8) y construcción 5 (5, 5, 2). Responda:

a. Compare la longitud de un segmento con respecto a la suma de las longitudes de los otros dos segmentos en cada construcción.

b. Construya los triángulos de ser posible.

c. ¿Qué condición impidió la construcción de uno de los triángulos anteriores?

3. Dados los siguientes triángulos (Ver Figura 18) responda:

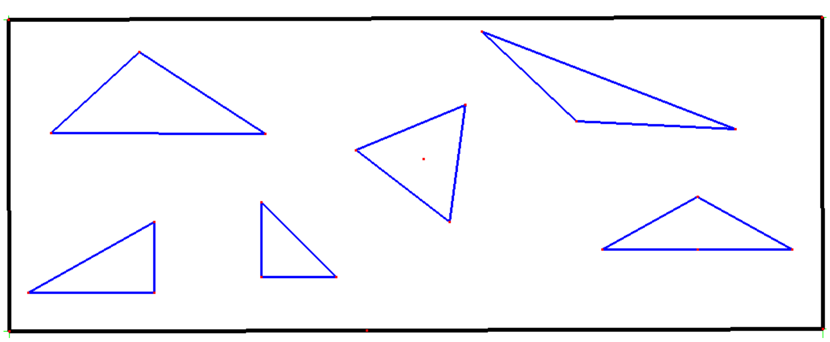


Figura 18.De la actividad de triángulos, figura 2. Triángulos.

a. ¿En cada triángulo, verifique a que es igual la suma de los ángulos interiores? ¿Qué puedes decir?

b. Traza los ángulos externos del triángulo y suma las amplitudes de estos. ¿Qué puedes decir?

c. Toma en cada triángulo por lo menos un ángulo externo y compara su amplitud con la suma de los ángulos internos no adyacentes a él. ¿Qué relación puedes establecer?

Si miramos a nuestro alrededor podemos ver que muchas cosas están conformadas por triángulos, los siguientes son algunos ejemplos: Cine Domo de Maloka, Cine Domo de Epcot Center y la Constelación del Ave Fénix.

4. La constelación el Ave Fénix (Ver Figura 19), está formada por las estrellas Alfa, Beta, Gamma, Ankaa, Omega, Delta y Excilón.

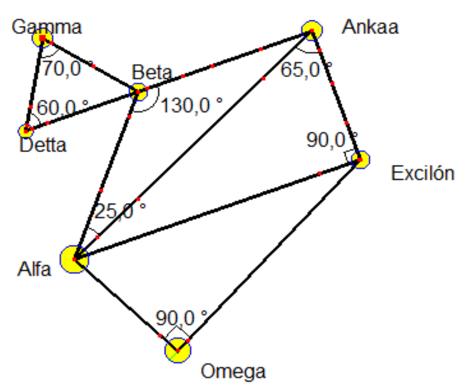


Figura 19. De la Actividad de Triángulos Figura 3. Constelación El Ave Fénix (Nuñez, 2009).

a. Clasifique que tipo de triángulo según sus lados se forman en la constelación de El Ave Fénix.

b. ¿Cuánto miden los ángulos internos de cada uno de los triángulos que conforman la constelación El Ave Fénix?

c. De acuerdo a la clasificación de los triángulos por sus ángulos, ¿qué tipo de triángulos forman la constelación de El Ave Fénix?

d. Con respecto a la suma de los ángulos internos de los triángulos del numeral 3ª. ¿Qué puede decir?

5. Dados los siguientes triángulos. (Ver Figura 20), responda:

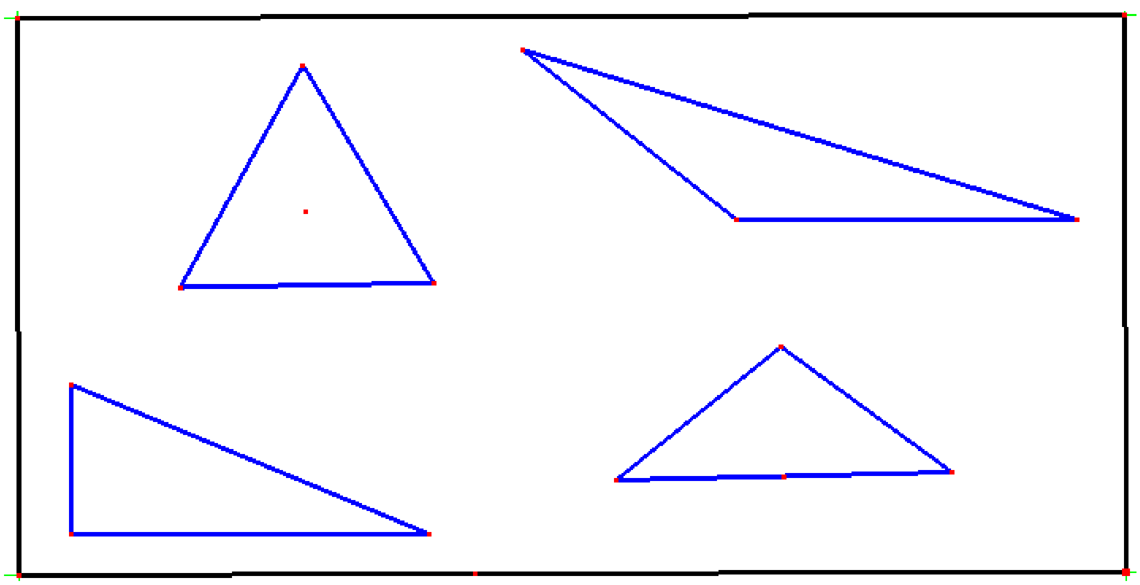


Figura 20. De la actividad de triángulos, Figura 4. Triángulos.

a. La semirrecta que divide un ángulo en dos ángulos iguales y tiene por origen el vértice del ángulo se llama **bisectriz** (Ver Figura 21) de dicho ángulo. Traza la bisectriz de cada uno de los ángulos en los triángulos.

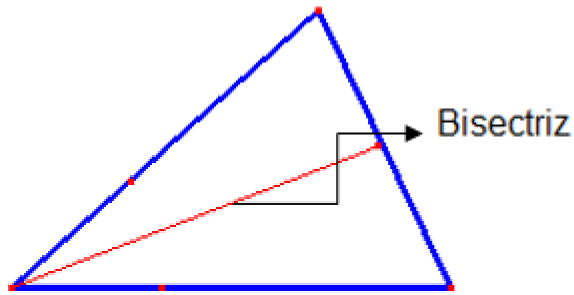


Figura 21. De la actividad de triángulos, Figura 5 Bisectriz.

b. ¿Se intersectan las bisectrices, en el interior del triángulo o en el exterior del triángulo?

c. La **altura** de un triángulo es la perpendicular trazada desde el vértice hasta el lado opuesto a él (Ver Figura 22). Traza las alturas de cada uno de los lados en los triángulos.

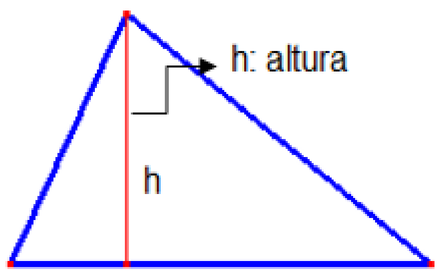


Figura 22. De la actividad de triángulos, Figura 6 Altura.

d. ¿Se intersectan las alturas, en el interior del triángulo o en el exterior del triángulo?

e. La mediana es el segmento trazado desde el vértice y hasta el punto medio del lado opuesto (Ver Figura 23). Traza las medianas de cada uno de los lados en los triángulos.

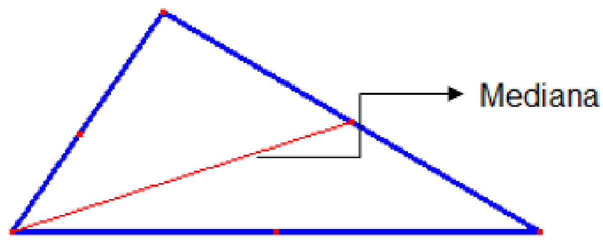


Figura 23. De la actividad de triángulos, Figura 7 Mediana.

¿Se intersectan las medianas, en el interior del triángulo o en el exterior del *T*riángulo?

6. Toma un triángulo que tenga un ángulo de 90° y un triángulo que tenga dos lados iguales, de los que conforman la constelación El Ave Fénix y encuentra sus líneas notables. ¿Qué puedes decir?

7. El club el Nogal dispone de un área en forma de triángulo equilátero, para construir en una mitad una zona de parque y en la otra mitad para construir una piscina. Al constructor le surgen las siguientes inquietudes. Ayúdalo para que pueda construir la piscina.

   a. Dibuje el plano de la zona que dispone el club con su respectiva división para el parque y la piscina.

   b. ¿Qué forma tiene la zona de la piscina?

   c. ¿Cuánto miden los ángulos internos de la zona de la piscina?

d. ¿Qué relación tiene la medida del lado mayor de la piscina con el lado menor de está?

e. Si en la piscina del Club que tiene forma de triángulo rectángulo (Ver Figura 24), la longitud del lado menor mide 6 m y su ángulo opuesto mide 30°. ¿Cuál sería la longitud del lado mayor de la piscina?

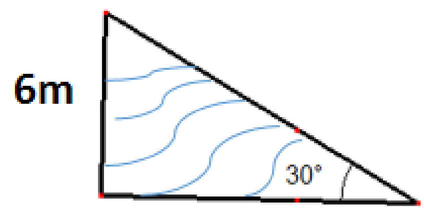


Figura 24. De la actividad de triángulos, Figura 8 plano de la Piscina.

8. Pitágoras fue filósofo y matemático griego, nació en la Isla de Samos 572 a.c. Fue discípulo de Thales y creó la escuela Pitagórica. Creador del primer gran **Teorema de Pitágoras.**

a. Traza un triángulo rectángulo.

b. Construye un cuadrado en cada lado del triángulo

c. Comprueba por el método de disección que el área del cuadrado del lado mayor es igual a la suma de las áreas de los otros dos cuadrados. ¿Qué puedes decir?

9. El Cine Domo de Maloka en Colombia (Ver Figura 25), tiene una estructura (Ver *Figura 26*). El elemento principal de la estructura son triángulos.

Figura 25. De la actividad de triángulos, Figura 9 El Cine Domo de Maloka, Colombia (1461).

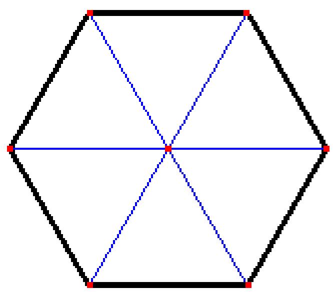


Figura 26. De la actividad de triángulos, Figura 10. Parte de la Estructura que Compone el Cine Domo.

a. ¿Qué tipo de triángulo forma esta estructura?

b. ¿Cuánto miden los ángulos internos del triángulo que conforma la estructura?

c. Si la altura del triángulo medida desde la base de la estructura es de 6 metros. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

d. Construye un triángulo equilátero y encuentra el Ortocentro, Incentro y el Baricentro. ¿Qué puede decir?

10. En los Estados Unidos cerca de Orlando Florida fue construido el primer Domo esférico geodésico denominado el Epcot Center que tiene la forma de una bola de golf gigante (Ver Figura 27). El elemento principal de la estructura son triángulos. Una vista frontal del elemento principal de la estructura (Ver Figura 28).

Figura 27. De la actividad de triángulos, Figura 11, Epcot Center - Estados Unidos. (Nuñez, 2009).

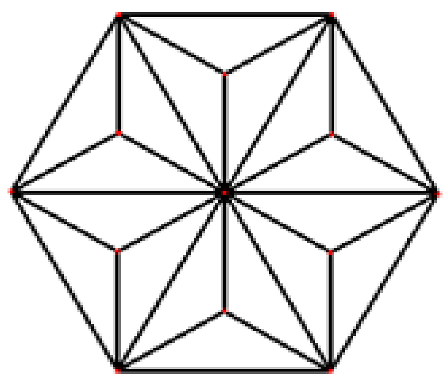


Figura 28. De la actividad de triángulos, Figura 12 parte de la Estructura del Epcot Center. (Nuñez, 2009).

a. Según la clasificación de los triángulos por sus lados, ¿qué tipo de triángulos forman esta estructura?

b. Según la clasificación de los triángulos por sus ángulos, ¿qué tipo de triángulos forman esta estructura?

c. ¿Cuánto miden los ángulos internos de cada uno de los triángulos que conforman la estructura?

d. Con respecto a la suma de los ángulos internos de los triángulos del numeral 10c. ¿Qué puede decir?

e. ¿Cuánto miden los ángulos externos de cada uno de los triángulos que conforman la estructura? ¿Qué puede decir?

f. Construye el triángulo isósceles que conforma la estructura y encuentra el Ortocentro, Incentro y el Baricentro**.** ¿Qué puede decir?

3.2.2. Actividad 2: el mundo de los cuadriláteros

Objetivo: resolver problemas interesantes de geometría aplicando propiedades de los cuadriláteros (cuadrados, rectángulos, rombos, trapecios y trapezoides), donde se utilizará el software de geometría dinámica y los materiales tradicionales para mejorar la enseñanza-aprendizaje en el aula**.**

Sugerencias metodológicas

En esta actividad se trabajan las siguientes propiedades de los cuadriláteros: la suma de los ángulos internos es igual a 360°, sólo se pueden trazar dos diagonales, las diagonales se cortan, las diagonales de un paralelogramo dividen la figura en dos partes iguales y algunas propiedades específicas de cada cuadrilátero visto. El estudiante resuelve cada problema aplicando las cuatro etapas de Polya que son: La comprensión, concepción del plan, ejecución de un plan y visión retrospectiva

La actividad se realizará en dos horas de clase.

En el primer ejercicio se busca motivar al estudiante en el tema de cuadriláteros dado una figura. La figura está compuesta de cuadrados y rectángulos. Cada estudiante por medio de la observación cuenta cuantos cuadrados conforma la figura. Luego identificara los rectángulos y por medio de preguntas realiza otros cuadriláteros que conozca de acuerdo a las herramientas de cada grupo.

En el segundo problema se les ofrece a los estudiantes una guía que contiene la estructura que conforma el cine domo de Maloca. Luego por medio de la visualización identifican los cuadriláteros, el trapecio isósceles y el rombo. Por medio de preguntas se afianzarán algunas propiedades acerca de los lados y los ángulos internos y externos de estos cuadriláteros. Los alumnos que trabajan con papel lo realizan por medio de dobleces y si es necesario, utilizan tijeras. Verifican la propiedad de que posee dos diagonales de cualquier cuadrilátero, específicamente que estas se bisecan y en el caso del rombo son perpendiculares.

En el tercer problema se les ofrece a los estudiantes la estructura que conforma el cine Domo Epcot Center de Estados Unidos, por medio de la visualización identifican los cuadriláteros, el trapezoide y el rombo. A través de preguntas se afianzarán algunas propiedades acerca de los lados y los ángulos internos y externos de estos cuadriláteros. Los alumnos que trabajan con papel lo realizan por medio de dobleces y si es necesario, utilizan tijeras. Verifican la propiedad de que posee las diagonales.

En el cuarto problema se les ofrece a los estudiantes la gráfica de la constelación del Ave Fénix y ellos, por medio de las herramientas que cada grupo posea, deben identificar el trapecio rectangular. Reconocer las propiedades de que posee un ángulo recto y que la suma de los ángulos es igual a 360°. Por medio de las herramientas que cada grupo posea construye un trapecio rectangular, Los alumnos que trabajan con papel lo realizan por medio de dobleces y si es necesario, utilizan tijeras. Verifican la propiedad de que posee dos diagonales.

En el quinto problema se les ofrece a los estudiantes una situación problema de un terreno forestal en forma de trapecio. Cada vértice representa una ciudad A, B. C, y D. Se va construir un túnel para acortar el camino para llegar a la ciudad A partiendo de la ciudad C. La trayectoria del túnel representa una diagonal del trapecio isósceles, dividiendo el trapecio en dos partes. Una parte tiene la forma de un triángulo rectángulo. Ellos pueden utilizar el teorema de Pitágoras visto en la actividad 1), para obtener la longitud del túnel.

En el sexto problema se les ofrece a los estudiantes tres ejercicios para que realice las construcciones de un trapecio, paralelogramo y un rectángulo. Cada figura tiene condiciones específicas acerca de los ángulos y lados. Utilizando las herramientas que cada grupo posea. Los alumnos que trabajan con papel lo realizan por medio de dobleces y si es necesario, utilizan tijeras.

En el séptimo problema los estudiantes realizan un mapa conceptual acerca de la clasificación de los cuadriláteros y sus propiedades. El ella, ellos y ellas desarrollara su competencia comunicativa y argumentativa.

Materiales y medios a utilizar

- Carpeta de geometría.
- Estructuras de Cine Domo de Maloka de Colombia y Estructuras de Epcot Center de Estados Unidos en papel cuadriculado.

- Papel cuadriculado.
- Kit de geometría (regla, escuadras de 45° y 30°, transportador y compás.
- Tijeras.
- El programa Cabri II.
- Pegante

Problemas

1. Observa y contesta las preguntas. (Ver Figura 29)

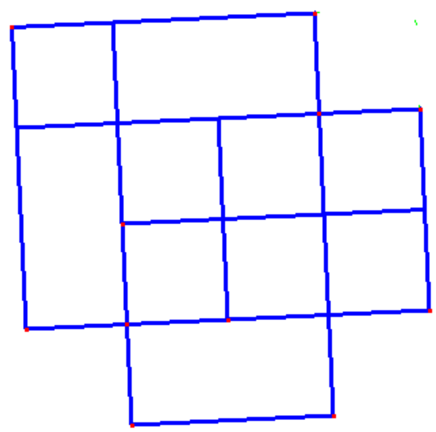


Figura 29. De la actividad de cuadriláteros, Figura 1.(Camargo, Leonor; García, Gloria; Leguizamon, Cecilia; Samper, Carmen y Serrano, Celli, 1999).

a. ¿Cuántos cuadrados hay en la figura?

b. ¿Conoces otra figura geométrica que sea cuadriláteros en la figura dada?

c. Menciona semejanzas y diferencias entre los tipos de figuras.

d. Dibuja otros cuadriláteros que conozcas diferentes a los anteriores*.*

2. El Cine Domo de Maloka en Colombia tiene una estructura (Ver Figura 30). Observe la estructura y conteste las siguientes preguntas.

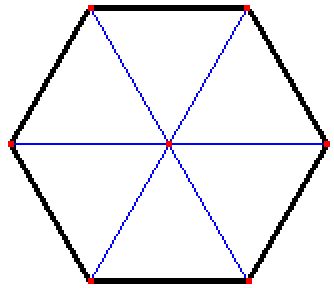


Figura 30. De la actividad de cuadriláteros, Figura 2 parte de la Estructura de Cine Domo de Maloka.

a. Según la clasificación de los cuadriláteros, ¿qué tipo de cuadriláteros forman la estructura del Cine Domo de Maloka.

b. Según la clasificación de los ángulos, ¿qué tipo de ángulo tiene los cuadriláteros que forma el Cine Domo?

c. ¿Cuánto miden los ángulos internos de los dos tipos de cuadriláteros, identificados en el enciso a) y que forma la estructura del Cine Domo?

d. Con respecto a la suma de los ángulos internos de los cuadriláteros del numeral c). ¿Qué puede decir?

e. Construye el rombo y el trapecio isósceles que conforman la estructura y traza las diagonales de estos**.** ¿Qué puede decir?

3. Dada una parte de la estructurara que conforma El Epcot Center (Ver Figura 31). . Observe la estructura y conteste las siguientes preguntas.

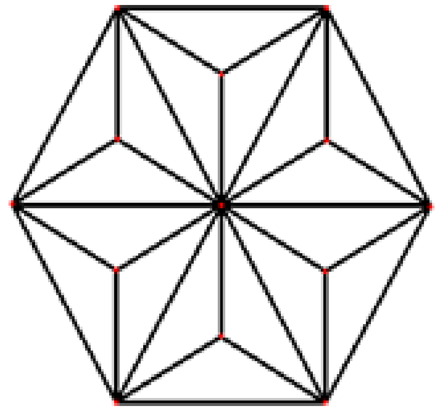


Figura 31. De la actividad de cuadriláteros, Figura 3 Parte de la Estructura del Epcot Center. (Nuñez, 2009).

a. Según la clasificación de los cuadriláteros, ¿qué tipo de cuadriláteros se forman en la estructura Epcot Center?

b. Según la clasificación de los ángulos, ¿qué tipo de ángulo tiene los cuadriláteros que forma el Epcot Center?

c. ¿Cuánto miden los ángulos internos de cada cuadrilátero que forma la estructura del Epcot Center?

d. Con respecto a la suma de los ángulos internos de los cuadriláteros del numeral c). ¿Qué puede decir?

e. Construye los rombos y el trapezoide que conforma la estructura y traza las diagonales de estos**.** ¿Qué puede decir?

4. La constelación el Ave Fénix (Ver Figura 32), está formada por las estrellas denotadas por Alfa, Beta, Gamma, Ankaa, Omega, Delta y Excilón.

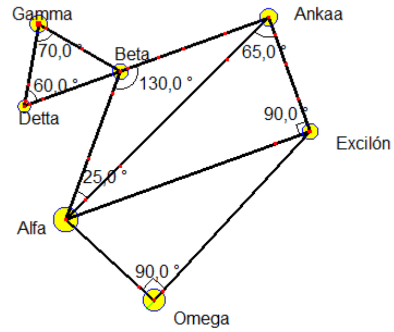


Figura 32. De la actividad de Cuadriláteros, Figura 6 La Constelación del Ave Fénix. (Nuñez, 2009).

a. Según la clasificación de los cuadriláteros, ¿Cuántos cuadriláteros se forman en la constelación El Ave Fénix? Clasifíquelos Según la clasificación de los ángulos, ¿qué tipos de ángulos tienen los cuadriláteros que forma la constelación El Ave Fénix?

b. ¿Cuánto miden los ángulos internos de los cuadriláteros que forman la constelación El Ave Fénix?

c. Con respecto a la suma de los ángulos internos de los cuadriláteros del numeral c). ¿Qué puede decir?

d. Construye el trapecio rectangular que conforma la constelación El Ave Fénix y traza las diagonales de este**.** ¿Qué puede decir?

5. La zona forestal del Amazona está representada por el trapecio isósceles (Ver Figura 33). Esta zona forestal está limitada por cuatro ciudades A, B, C y D. Las distancias entre las ciudades es tal que AD = AB = BC = 1 Km y DC = 2 Km, donde AB es paralela a DC. El ángulo A = 90°. Para llegar a la ciudad C partiendo desde la

ciudad A, se debe bordear la zona. El Ministerio de Transporte construye un túnel que atraviesa la zona forestal permitiendo la conservación de está.

a. ¿Qué longitud tiene el túnel?

b. ¿Cuántos metros se acorta la distancia con él nuevo camino?

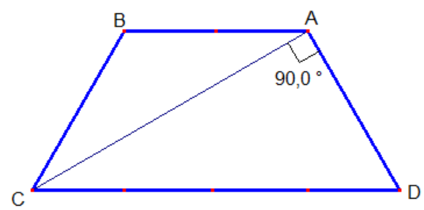


Figura 33. De la actividad de Cuadriláteros, Figura 7 Zona Forestal del Amazona.

6. Construya la figura de acuerdo a las condiciones dadas.

a. Un paralelogramo con uno de sus ángulos de 45°.

b. Un trapecio con dos ángulos rectos.

c. Un rectángulo cuyo ancho sea la cuarta parte de su largo.

7. Realiza un mapa conceptual que permita relacionar los cuadriláteros, rombo rectángulo, cuadrado, trapecio, paralelogramo y trapezoide vistos en la actividad.

3.2.3. Actividad 3: el mundo de la circunferencia y círculo

Objetivo: resolver problemas interesantes de geometría aplicando las propiedades del círculo y la circunferencia, donde se utilice el Cabri II y los materiales tradicionales para mejorar la enseñanza – aprendizaje en el aula**.**

Sugerencias metodológicas

En esta actividad se trabajan las siguientes las propiedades del círculo y la circunferencia: elementos de la circunferencia, el diámetro es dos veces el radio, el diámetro divide la circunferencia en dos partes iguales, recta tangente y la circunferencia se divide en 360°.

Todos los educandos utilizarán las cuatro etapas de Polya (1965) para la resolución de problemas. La actividad se realizará en dos horas de clase.

En el primer ejercicio se busca motivar al estudiante con una lectura acerca del origen del círculo y la circunferencia a través de la historia. Los alumnos realizan la lectura y luego responden cuatro preguntas, las cuales plantea la autora de la tesis, siguiendo las recomendaciones del Plan Lector del Colegio. La primera pregunta los alumnos la contestan a partir de la lectura. La segunda pregunta la contestan de acuerdo a la lectura y conocimiento previo de ellos. La tercera y cuarta pregunta tiene que ver con el tema pero para contestarlas deben apoyarse en sus conocimientos previos.

En el segundo problema se les ofrece a los estudiantes una guía que contiene tres círculos. Ellos deben dividir el círculo en dos, cuatro y en ocho partes iguales. Al grupo de estudiantes que utiliza dobleces se les dará tres círculos grandes en papel cuadriculado para que realicen los respectivos dobleces en cada círculo y así dividir la circunferencia en partes iguales. Posteriormente se les orienta para que comparen los segmentos que dividen la circunferencia, donde los estudiantes deben de llegar a una primera **conjetura** que el segmento que divide la circunferencia en dos partes iguales y pasa por el centro se denomina diámetro. El segmento que se traza del centro a cualquier punto de la circunferencia se denomina radio.

En el tercer problema se les ofrece a los estudiantes una guía que contiene dos círculos. Ellos deben dividir el primer círculo en tres partes iguales con tres trazos y el segundo círculo en ocho partes con tres trazos. El educando puede mostrar que puede dividir el primer círculo de acuerdo a las herramientas de cada grupo. El segundo círculo solo lo podrán resolver los estudiantes que estén con la herramienta de papel por medio de dobleces. El docente explica a los educandos que en el segundo círculo aparentemente se ve que lo realiza con tres dobleces, pero al abrir la figura se observa cuatro trazos, ya que en el tercer doblez en realidad representa dos dobleces.

En el cuarto problema se les ofrece a los estudiantes una guía que contiene un círculo. Ellos deben trazar una recta tangente de acuerdo a las herramientas de cada grupo. En la guía se le especifica que la recta tangente es perpendicular a un radio de la circunferencia.

En el quinto problema se les plantea a los estudiantes una situación problema acerca de un rodamiento, conformado por tres círculos tangentes, cada uno con un radio de 5 cm. Se les pide calcular la longitud del radio de un cuarto rodamiento donde los tres círculos son tangentes a esté. Los estudiantes que tienen como herramienta papel cuadriculado, harán la figura y luego la recortan. Ellos calcularán la longitud del radio guiándose por la cuadrícula. Otra forma es que tengan los tres círculos recortados por aparte y luego los sobrepongan en una hoja cuadriculada de acuerdo a la figura dada y así calculan la longitud del radio del cuarto rodamiento.

En el sexto problema se les plantea a los estudiantes una situación relacionada con la fotografía del Cine Domo de MaloKa. Ellos deben calcular el perímetro de la semicircunferencia, dado el diámetro que es 20 m. Los alumnos que trabajan con papel trazan la semicircunferencia donde un centímetro equivale a 1 m. Para reafirmar en los estudiantes la relación que existe entre el diámetro y el radio se les plantea una nueva problemática.

En el séptimo problema se les plantea a los estudiantes una situación problema acerca de cuanto avanza la bicicleta al dar la rueda 50 vueltas. La rueda tiene un radio de 35 cm. A los estudiantes que utilizan dobleces se les entregará un círculos de radio 3.5 cm. Ellos marcarán un punto sobre la circunferencia, luego sobre una hoja cuadriculada calculan cuanto avanzan con una vuelta completa. Finalmente realizarán una multiplicación para obtener la solución del ejercicio.

En el octavo problema se le plantea a los estudiantes una situación acerca de una circunferencia que en cuyo interior se encuentra un rectángulo. El estudiante debe calcular el diámetro de la circunferencia a partir del rectángulo. Aplicando las propiedades de los rectángulos y la realización de la multiplicación del radio por dos obtendrán la respuesta al ejercicio. Pueden verificar su respuesta de acuerdo a la herramienta que estén utilizando. Los estudiantes que manipulan papel se les darán unos círculos de radio 6 cm.

Materiales y medios a utilizar

- Carpeta de geometría.
- Estructuras de Cine Domo de Maloka de Colombia y Estructuras de Epcot Center de Estados Unidos en papel cuadriculado.
- Círculo de papel cuadriculado de 3.5 cm de radio.
- Kit de geometría (regla, escuadras de 45° y 30°, transportador y compás.

- Tijeras.
- El programa Cabri II.
- Pegante.

Problemas

1. **¿Cómo surgió?**[9]

Los filósofos griegos, en particular Platón (428 – 347 a.c.), consideraban que la recta y la circunferencia eran las curvas básicas y perfectas. Por esa razón, las construcciones geométricas aceptables sólo eran aquellas que podían hacerse usando esas curvas. Si recordamos las diferentes construcciones estudiadas, todo punto del plano resulta de la intersección de dos rectas, una recta y una circunferencia o dos circunferencias.

Tanto egipcios y babilonios como indios y árabes se interesaron en la el estudio del círculo, en lo correspondiente a la medida del área y de la circunferencia. Aun cuando desde tiempos remotos se sabía que la razón entre la longitud de la

[9] Tomada del libro ALFA 9 Serie de MATEMÁTICAS para educación básica secundaria y media vocacional, página 282.

circunferencia y su diámetro, (π) es constante, sin importar el tamaño de está, hasta hoy ha sido tarea de algunos matemáticos calcular valores racionales que sean mejores aproximaciones de esa constante. Alrededor del año 850 d.c. el matemático Al – Kasi, en su libro *El tratado de la circunferencia,* logró una aproximación a π realmente sorprendente usando la media aritmética entre los perímetros de polígonos inscritos y circunscritos a una circunferencia.

A partir del tercer libro de los *Elementos de Euclides,* aparece la circunferencia como objeto de estudio en sí mismo, aun cuando ya se había utilizado para algunas de las construcciones que el menciona.

a. Menciona los aportes hechos por cada matemático mencionado en la lectura.

b. ¿Conoces aproximadamente cuál es el valor de π?

c. ¿Cuál crees que es la diferencia entre círculo y circunferencia?

d. ¿Recuerdas alguna fórmula para calcular el área y el perímetro del círculo?

2. Traza tres circunferencias (Ver Figura 34) y divide la primera en dos partes iguales, la segunda en cuatro partes y la tercera en ocho ¿Qué característica tienen los segmentos en que dividió las circunferencias y cómo se denominan?

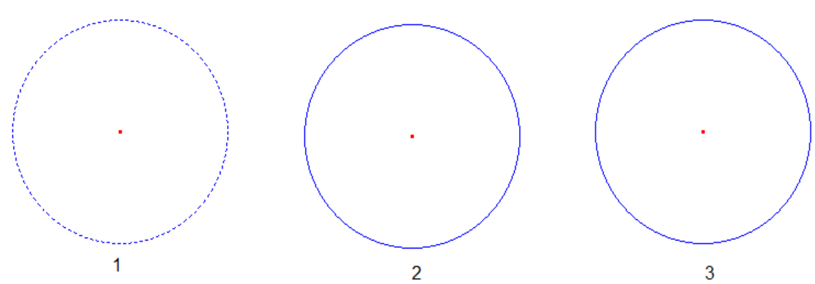


Figura 34. De la actividad de Circunferencia y Círculo, Figura 1. Circunferencias.

3. Dados dos círculos (Ver Figura 35), con sólo tres trazos divide el círculo en tres y ocho partes iguales.

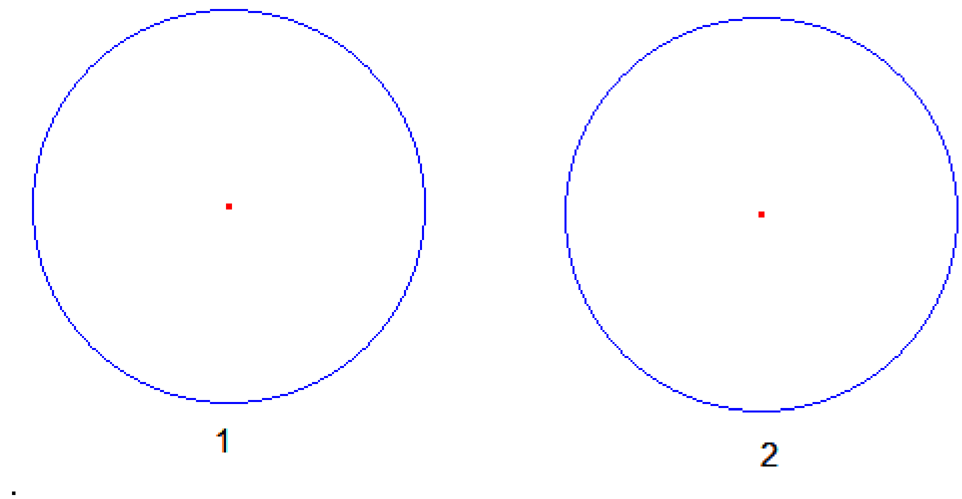


Figura 35. De la actividad de Circunferencia y Círculo, Figura 2. Circunferencias.

4. La recta que corta a la circunferencia en un punto se denomina **recta tangente**. La recta tangente es perpendicular a uno de los radios de la circunferencia. Traza una recta tangente a la circunferencia dada.(Ver Figura 36)

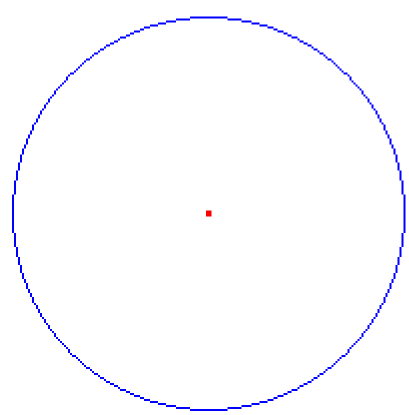


Figura 36. De la actividad de Circunferencia y Círculo, Figura 3. Circunferencia.

5. Tres rodamientos iguales, de radio 5 cm, son mutuamente tangentes (Ver Figura 37). Si un cuarto rodamiento de radio r se ubica tangente a los tres anteriores. ¿Cuál es el valor de r? [10]

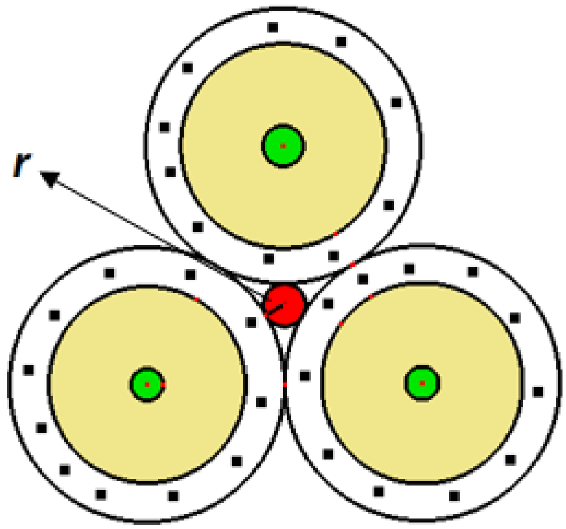


Figura 37. De la actividad de Circunferencia y Círculo, Figura 4 Rodamiento. (Camargo, Leonor; García, Gloria; Leguizamon, Cecilia; Samper, Carmen y Serrano, Celli, 1999).

[10] Tomada del libro ALFA 8 Serie de MATEMÁTICAS para educación básica secundaria y media vocacional, pasatiempo 3. Página 243.

6. El Cine Domo de Maloka (Ver Figura 38) tiene 20 m de diámetro.

Figura 38. De la actividad de Circunferencia y Círculo, Figura 5 Foto de Cine Domo de Maloka.

a. ¿Cuál es la longitud de la semicircunferencia de acuerdo a la fotografía?

b. Para modernizar en cine, se compra un nuevo equipamiento cuya altura es de 12 m. ¿Cuál es el diámetro mínimo que debería tener la nueva estructura para poder instalar los nuevos equipos?

7. El radio de una rueda de bicicleta (Ver Figura 39) es de 35 cm. ¿Cuánto avanza la bicicleta al dar la rueda 50 vueltas?

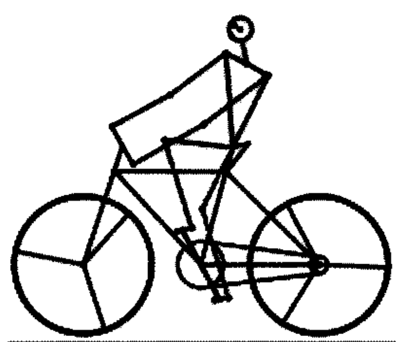


Figura 39. De la actividad de Circunferencia y Círculo, Figura 6 Ciclista.

8. El rectángulo ABCD está en el interior de la circunferencia de tal manera que el vértice B es el centro de la circunferencia (Ver Figura 40). Si AC = 6 cm y el ángulo ACB = 30°. ¿Cuánto mide su diámetro?

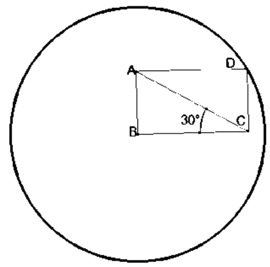


Figura 40. De la actividad de Circunferencia y Círculo, Figura 7.

3.2.4. Actividad 4: el mundo de los polígonos regulares

Objetivo: resolver problemas interesantes de geometría aplicando las propiedades de los polígonos regulares, donde se utilice el Cabri II y los materiales tradicionales para mejorar la enseñanza-aprendizaje en el aula.

Sugerencias metodológicas

En esta actividad se trabajan las siguientes propiedades de los polígonos regulares: todo polígono regular puede ser inscrito en una circunferencia, todos los lados son iguales, los ángulos centrales son iguales y suman 360°, el número de diagonales que pueden trazarse desde un vértice es igual al número de lados menos tres y si n es el número de lados del polígono, el número total de diagonales D, que pueden trazarse desde todos los vértices, está dada por la fórmula

$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

Fórmula 2. Número Total de Diagonales de un Polígono Regular

Debe utilizar las cuatro etapas de Polya para la resolución de estos problemas.

Los alumnos que trabajan con papel lo realizan por medio de dobleces y si es necesario, utilizan tijeras. La actividad se realizará en dos horas de clase.

En el primer ejercicio se motiva al estudiante con una lectura relacionada con la Ciencias Naturales acerca de las abejas y la forma geométrica de su panel. Los alumnos realizan la lectura y luego responden cuatro preguntas. La comprensión lectora está apoyada por medio de preguntas, una de las cuales ayuda a la comprensión del vocabulario desconocido. Algunas preguntas las contestan a partir de la lectura y otras a partir del conocimiento previo.

En el segundo problema se les ofrece a los estudiantes una guía que contiene un pentágono con una estrella inscrita. Ellos deben construir la figura, después por medio de la observación relacionan el número de lados con el número de puntas de la estrella. Para los alumnos que trabajan papel se les dará una tira larga para que puedan construir el pentágono donde podrán utilizar tijeras. El docente explica a cada grupo las herramientas que no trabajaron. Este ejercicio da el punto de partida para las construcciones de los polígonos regulares.

En el tercer problema se le ofrece a los estudiantes una guía que contiene un cuadro donde están los pasos para construir polígonos regulares con compás, transportador y regla. Cada estudiante construirá algunos polígonos regulares de acuerdo a la herramienta que cada grupo utilice. Para los estudiantes que utilizan papel cuadriculado, se les dará círculos grandes para que puedan construir los polígonos regulares inscritos. Después contestarán preguntas que tienen relación con las propiedades de estos. Tales propiedades son: la suma de los ángulos centrales, el número de diagonales y la suma de los ángulos internos.

En el cuarto problema se les ofrece a los estudiantes una guía que contiene la estructura que conforma el Cine Domo de MaloKa. Se verifica por medio de preguntas algunas propiedades de los polígonos regulares tales como: la suma de los ángulos centrales, el número de diagonales y la suma de los ángulos internos del hexágono. Por último se le plantea una situación problema para que la realice.

En el quinto problema se les plantea a los estudiantes una situación con cuatro elementos para que cada vez que contesten uno, completen una figura. Para los estudiantes que utilizan como herramienta el papel, se les dará el dibujo en hoja cuadriculada para que realicen los dobleces necesarios. Luego delinean con lápiz los dobleces para completar el dibujo. Tiene como objetivo afianzar todo lo visto en esta actividad y aplicarlo en una situación específica como es la de completar el dibujo.

Materiales y medios a utilizar:

Carpeta de geometría.

Tiras de papel de 10cm x 25 cm.

Estructura de Cine Domo de Maloka

Kit de geometría (regla, escuadras de 45° y 30°, transportador y compás.

Tijeras - Pegante.

El programa Cabri II.

1. Lectura: “La Geometría de las Abejas”[11]

La disciplina y su misión de las abejas a las reinas que dirigen su colmena, es admirable pero lo que sorprende más es su emulación, su limpieza en la recogida de la miel, la prevención y cuidado que dedican a su conservación. Escogiendo las más bellas flores entre las más agradables que crecen sobre la tierra, las abejas preparan unos recipientes para depositar la miel, llamados alvéolos, iguales entre sí, semejantes, yuxtapuestos y de forma hexagonal.

Ellas llegan a este resultado mediante una finísima y precisa intuición geométrica. Han descubierto que estas figuras deben estar necesariamente yuxtapuestas y tener sus lados comunes, a fin de que nada extraño pueda caer entre ellas y echar a perder su obra.

Habría tres figuras poligonales que podrían satisfacer está condición, es decir, las figuras que son regulares, equiláteras y equiángulas, porque las figuras irregulares serian desagradables para las abejas aunque los triángulos equiláteros, los cuadrados y los hexágonos pueden yuxtaponerse y tener sus lados comunes sin intersticios irregulares, sin embargo, las abejas con su sabiduría, eligieron para su

[11] Tomada del libro Nuevo Pensamiento Matemático 7, página 109

labor la de mayor número de ángulos, intuyendo que contendría más miel que ninguna de las dos restantes.

A partir de la lectura realizada, responda:

¿Cuál es el significado de las siguientes palabras tomadas del texto: emulación, yuxtapuesto, figura irregular, equiángulo, intersticio, equilátero y hexagonal?

¿Por qué solamente el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono regular, satisfacen las condiciones necesarias para almacenar la miel?

¿Es posible llenar un espacio plano alrededor de un punto utilizando pentágonos regulares?

¿Por qué la selección del hexágono regular y no la del cuadrado o la del triángulo equilátero para almacenar la miel?

¿Qué se puede decir de las áreas de dos polígonos regulares según el número de ángulos?

2. Construye la siguiente figura y compara la estrella con el pentágono.

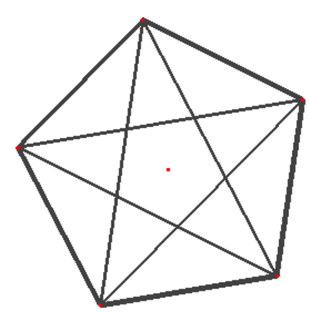


Figura 41. De la actividad de Polígonos Regulares, Figura 1 Pentágono con una estrella inscrita.

3. Una manera de construir polígonos regulares es por medio de compás, transportado y regla. Para trazar un polígono regular se procede de la siguiente manera. (Ver Tabla 2)

Tabla 2. Proceso para la Construcción de un Polígono regular con Regla, Compás y transportador

a. Se traza una circunferencia con el compás
b. Se divide 360 grados entre en el número de lados del polígono,
c. Se hacen marcas en la circunferencia con ayuda del transportador, según los grados obtenidos en el paso b).
d. Con la regla se unen las marcas consecutivas.

Construya modelos de polígonos regulares (hexágono, heptágono, octágono, eneágono y decágono). Luego traza las diagonales de cada polígono. Conteste:

a. ¿Cómo son los ángulos centrales de cada polígono?

b. ¿Cuánto suman los ángulos centrales de cada polígono?

c. Compara el número de lados con el número de diagonales. ¿Qué puedes decir?

d. Averigüe, ¿cuántas diagonales tendrá un polígono de 24 lados?

4. Observe parte de la estructura del Cine Domo de Maloka (Ver Figura 42) y conteste las siguientes preguntas.

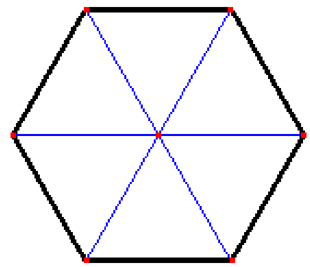


Figura 42. De la actividad de Polígonos Regulares, Figura 2 Parte de la Estructura de Cine Domo de Maloka Colombia.

a. Según la clasificación de los polígonos, ¿qué tipo de polígono limita la estructura del Cine Domo?

b. ¿Cuánto mide el ángulo interno y el ángulo central del polígono regular?

c. ¿Cuánto miden los ángulos internos y los ángulos centrales de cada polígono que forma el Cine Domo?

d. Con respecto a la suma de los ángulos internos y de los ángulos centrales del numeral c. ¿Qué puede decir?

e. Construye el hexágono que conforma el Cine Domo y traza las diagonales de este**.** ¿Qué puede decir?

f. La cúpula del Cine domo tiene un área de 1147.62 m^2 y esta conformada por 200 triángulos equiláteros. ¿Cuál es el área de cada una de las estructura que conforma la cúpula?

5. Completa el dibujo(Ver Figura 43).

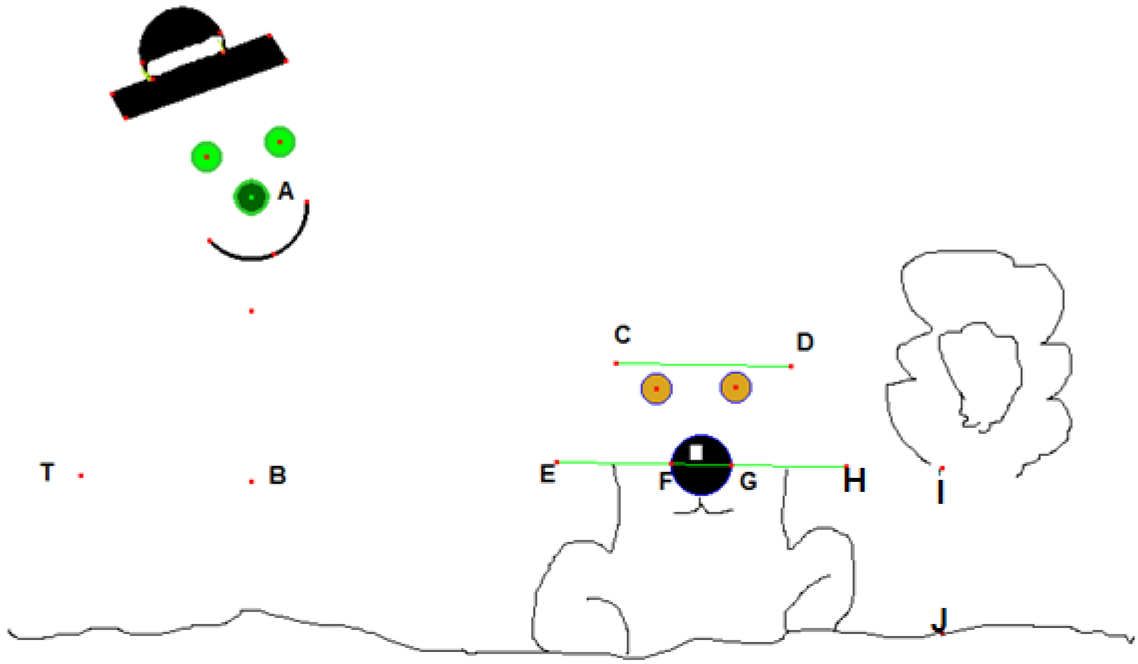


Figura 43. De la actividad de Polígonos Regulares, Figura 3 Dibujo. (Muñoz, 2000).

a. Traza una circunferencia de radio 2,4 cm, con centro en el punto A, y dentro de ella un polígono de 8 lados.

b. Traza una circunferencia de radio 3 cm, con centro en el punto B, y dentro de ella un pentágono regular, en donde el punto T sea un vértice.

c. Construya 3 triángulos equiláteros: uno de lado CD hacia abajo y los otros dos hacia arriba con lados EF y GH.

d. Construya un cuadrado hacia la derecha, de lado IJ. [12]

3.2.5. Actividad 5: Encuesta de Satisfacción

Se diseña una encuesta de satisfación con 10 preguntas cerradas y cada pregunta con 5 opciones de respuesta (Ver Anexo 7. Encuesta de Satisfacción)

---

[12] Tomada del libro AVENTURA Matemática 5, ejercicio 8 Nuevo, página 129, Editorial Norma

Conclusiones del capítulo 3

En este capítulo se han elaborado varias actividades de aprendizaje, donde se usa un contenido de información especificado para la construcción del conocimiento acerca de las propiedades de algunas figuras geométricas planas (triángulos, cuadriláteros, polígonos, circunferencia y círculo). Cada actividad tiene La siguiente estructura: un primer problema donde plantea una etapa motivacional donde no entra ningún tipo de acción, que pueden ser lecturas relacionadas con la matemática y la historia de esta o también un reto matemático, donde se plantea algunas preguntas. A continuación se plantean varios problemas que deben ser interesantes o retadores que vayan alcanzando mayor grado de complejidad.

CAPÍTULO 4. VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LAS ACTIVIDADES

En este capítulo encontrarán cuatro epígrafes (el contexto de la implementación de las actividades, análisis de la implementación de las actividades, resultados de la encuesta de satisfacción y las conclusiones inherentes al capítulo. En el análisis de actividades, se valora cada una de ellas en tres pasos que son: el desarrollo de la actividad, la motivación por el aprendizaje, los logros y las dificultades.

4.1. Análisis de los resultados de las actividades

Este trabajo de tipo descriptivo, realiza una propuesta de actividades en respuesta a la problemática planteada; fue aplicada a los estudiantes deI Colegio Distrital "Tibabuyes Universal (IED)", específicamente en los tres grados séptimos (701, 702 y 703) en la jornada de la mañana del año académico 2015.

Las edades del grupo oscilan entre los 11 y 13 años, cuyo estrato social oscila entre el 1,2 y 3. Se decidió trabajar con los ambientes de aprendizaje tradicional y el Software dinámico Cabri II donde se aborda la temática específica.

Como instrumentos aliados se tienen fotografías para el análisis de los procesos abordados por los estudiantes, tanto individual como colectivamente durante la ejecución de las diferentes actividades, y la elaboración de las correspondientes sugerencias o recomendaciones en pro de su aplicación.

4.2. Análisis de los resultados de la implementación de las actividades en el contexto escolar

4.2.1. Actividad 1: El mundo de los triángulos

Desarrollo de la actividad: Se inicia con grupos de 4 estudiantes en cada curso, donde se le da la fotocopia a cada uno de ellos o ellas de la actividad. Se les da algunas directrices a cada grupo acerca del ambiente de aprendizaje que van a utilizar. En la conformación de los grupos de trabajo, dado a que la investigación se sustenta en la teoría “de comunidad de práctica de Wenger (1998), sin desconocer que es aplicable aquí también la metodología de resolución de problemas de Polya.

El comienzo como tal fue fácil para los tres grupos, ya que debían realizar la lectura titulada “El Poder de los triángulos”, al contestar la primera pregunto en general los tres contestaron que daba fortaleza a la estructura y que la figura no se deformaba. Para la segunda pregunta los grupos 701 y 702 no conocían otro poder del triángulo el grupo si conocían otro poder del triángulo, para el grado 703 contestaron que tenía que ver con la relación de la astrología.

Para la pregunta dos la docente pregunta qué relación tiene que ver el color de con la letra del vértice de cada triángulo, el grupo 701 y 703 llegaron a la relación con los colores en Inglés. Enseguida para el literal a) los estudiantes recortaron los triángulos al tamaño de la guía y se les dificulto por medio de dobleces llegar a la distancia más corta, otro decían que a simple vista se veía la distancia más corta. En el medio de aprendizaje con Cabri II los estudiantes realizaron los triángulos utilizando la herramienta de triangulo, polígono y polígono regular, midiendo con el programa la longitud de cada segmento del triángulo y hacer la conjetura que el camino más corto es el lado más que la suma de los otros dos lados. Los estudiantes con regla midieron cada lado del triángulo, realizando la comparación matemática entre un lado del triángulo y la suma de los otros dos lados.

Para el literal 2.2 los estudiantes con regla construyeron los triángulos posibles y con la construcción 4 (3, 4, 8) no se pudo construir, justificando su respuesta que

$$3 < 4 + 8, 4 < 3 + 8 \; y \; 8 > 3 + 4$$

$$3 < 12, 4 < 11 \; y \; \mathbf{8} > \mathbf{7}$$

Para los estudiantes con Cabri II dibujaron la figura realizando primero los tres segmentos y luego formaron cada triángulo que se podía realizar con las medidas dadas también llegaron que no se podía realizar la construcción 4 (3, 4, 8) y el grupo de papel no sabían cómo realizarlo y se les mando hacer tiras de papel de acuerdo a la medida dada, aclarando que dos cuadriculas miden 1 cm. y observando que no logro formar el triángulo de la construcción 4. (Ver Figura 44)

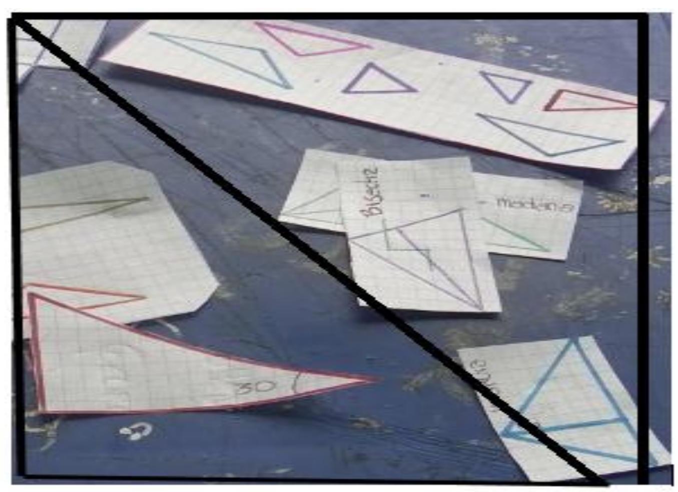


Figura 44. Foto de la Actividad de Triángulo, Ambiente de Aprendizaje en Papel.

En el ejercicio 3 los estudiantes del grupo de instrumentos logran medir los ángulos y en algunos casos coinciden que la suma de los ángulos internos es igual a 180° grados. Para los educandos que trabajan con Cabri II muy pocos lograron medir los ángulos con el programa, se les explica cómo se medía el ángulo, teniendo los triángulos se coge uno de estos, luego con la herramienta medida de ángulo, se hace clic sobre uno de los lados, en el vértice y en otro lado que forma el ángulo, enseguida pasan los alumnos a para calcular la medida de los otros ángulos. Al tener ya las medidas, suman los ángulos internos de cada triángulo y conjeturan que la suma de los ángulos internos es igual a 180°, para los ángulos externos dos grupos realizaron el ejercicio y que la suma de los ángulos externos de un triángulo es igual a 360°. Para los alumnos que trabajaron con transportador realizaron la gran mayoría la actividad del literal **a)** y **b**), para el literal **c)** después de explicar que eran ángulos adyacentes un grupo llegan a qué la medida de un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos internos o interiores no adyacentes. Para el grupo de los estudiantes con papel midieron los ángulos de los triángulos rectangular y el rectangular isósceles con papel, no lograron probar que la suma de los ángulos internos es igual a 180° en los otros triángulos, la docente explica que la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es igual a 180°. (Ver Figura 45)

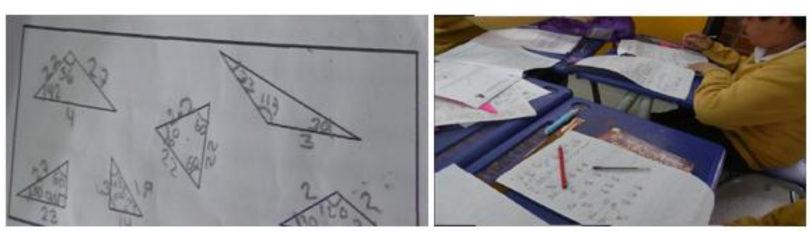


Figura 45. Foto de la Actividad de Triángulos, Ambiente de Aprendizaje regla y transportador. Suma de Ángulos Internos.

Para el problema 4 del Ave Fénix, los grupos de Cabri II y manejo de transportador encontraron la medida de los ángulos que faltaban y el triángulo rectángulo conforma la constelación por tener un ángulo de 90°. Para los estudiantes con papel calcaron la figura y la recortaron y respondieron lo pedido en este problema. (Ver Figura 46)

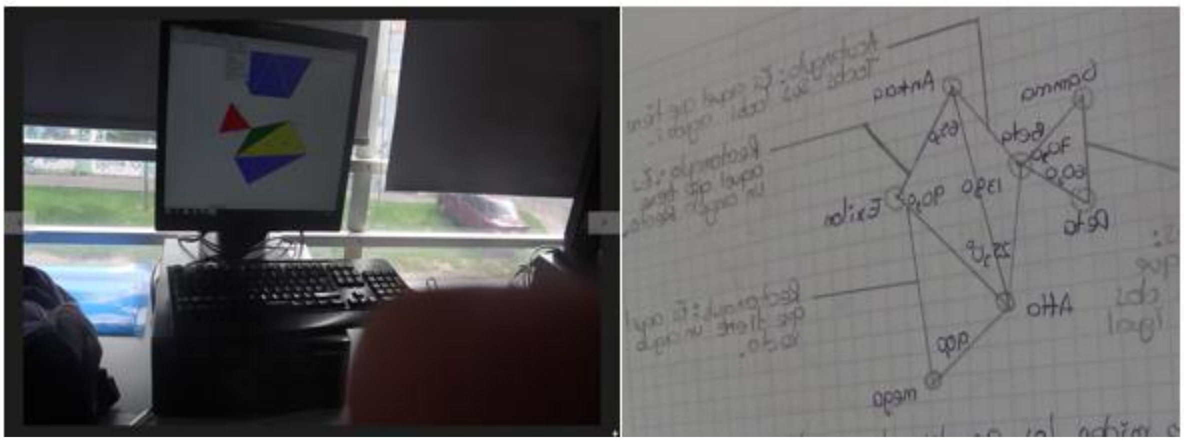


Figura 46. Foto de la Actividad de Triángulos, Ambiente de Aprendizaje Cabri II y Regla – Compás. Constelación Ave Fénix.

En el problema 5 acerca de las líneas notables del triángulo el grupo resolvió los literales del ejercicio sin mayor dificultad. Para el grupo de papel se les facilito encontrar la bisectriz en cada triángulo, calcaron las figuras y las recortaron, un estudiante las figuras eran grandes facilitando el trabajo con dobleces. Para mediatriz y la altura no lo resolvieron. Para el grupo que tiene herramienta el programa Cabri II encontraron la bisectriz y la mediatriz, las alturas no las trazaron ni las medianas (Ver Figura 47). Los alumnos con regla y compás encontraron los puntos de corte, Ortocentro, Incentro y Baricentro. (Ver Figura 48)

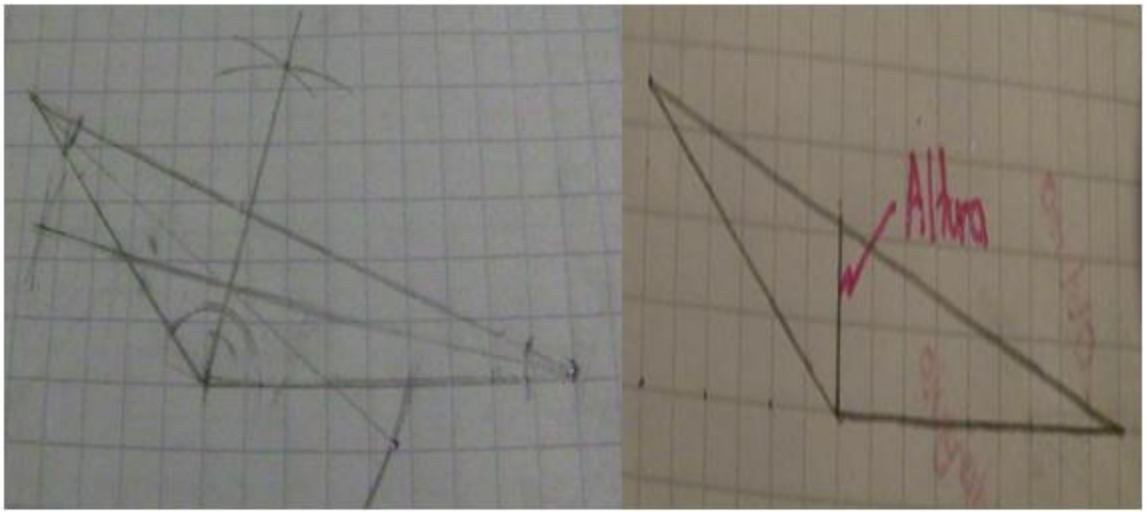


Figura 47. Foto Actividad de Triángulo, Ambientes de aprendizaje Regla y Compás. Bisectriz y Altura.

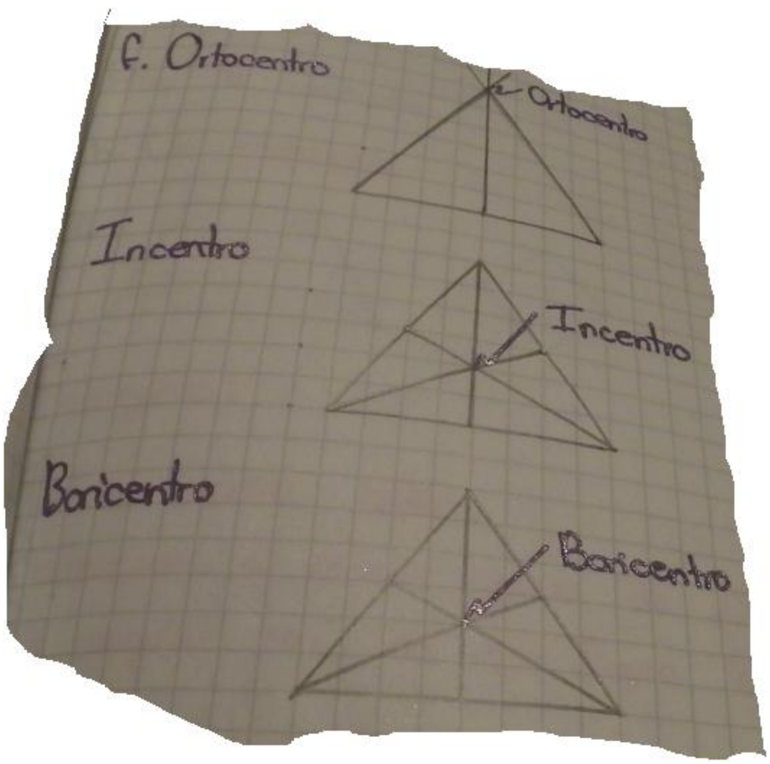


Figura 48. Foto de la Actividad de Triángulos, Ambiente de Aprendizaje Regla - Compás. Líneas Notables.

En el problema 6, acerca de las líneas notables del triángulo rectángulo que tenga dos lados iguales (isósceles), contestaron:

- *El grupo con la herramienta de la regla y transportados resolvió los literales del ejercicio sin mayor dificultad.
- + Para el grupo de papel se les facilito encontrar la bisectriz en el triángulo, calcaron las figuras y las recortaron, un estudiante las figuras eran grandes facilitando el trabajo con dobleces. Para mediatriz y la altura no lo resolvieron.
- Para el grupo que tiene herramienta el programa Cabri II encontraron la bisectriz y la mediatriz, las alturas no las trazaron ni las medianas.

Los tres observaron que la bisectriz está dentro del triángulo y la mediatriz sobre el lado más largo de este. (Ver Figura 49)

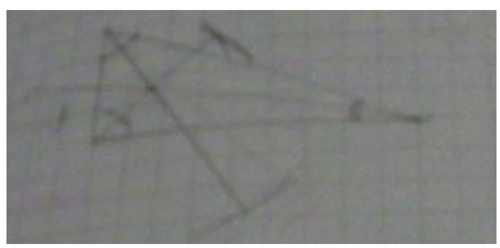


Figura 49. Foto de la Actividad de Triángulos. Ambiente de Aprendizaje Regla - Compás. Bisectriz de un Triángulo Rectángulo.

En el problema 7, los estudiantes que trabajan con los diferentes ambientes de aprendizaje contestaron sin dificultad los literales de este. Los educandos dibujaron la zona de forma de triángulo equilátero unos utilizando regla - compás y otros solo utilizando regla, luego recortaron el triángulo y fueron resolviendo cada literal, observando que la zona de la piscina es un triángulo rectángulo. Para los estudiantes con Cabri II algunos utilizaron la herramienta de:

Polígono regular, otros trazaron tres segmentos de igual longitud y formaron el triángulo rectángulo, para el literal d) con la herramienta medir miden el lado mayor, observan y contestan que el lado mayor de la piscina es el doble del lado menor. Los estudiantes se orientaron para que resolvieran la guía ya que quedaban estancados y no avanzaban. (Ver Figura 50)

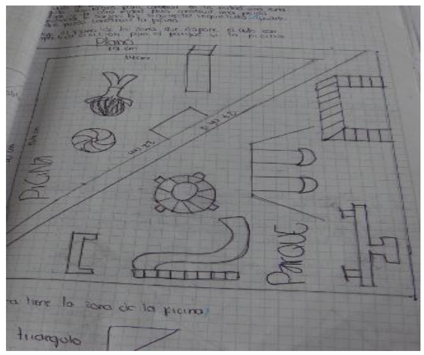


Figura 50. Foto de Actividad de triángulo, ambiente de regla - Compás. La Piscina.

Para el problema 8 acerca del Teorema de Pitágoras se les dificulto mucho, en el literal a) trazaron el triángulo rectángulo, al pasar al literal b) al construir un cuadrado en cada lado del triángulo los estudiantes que tenían la herramienta regla- compás dibujaron cuadraditos en cada lado. (Ver Figura 51)

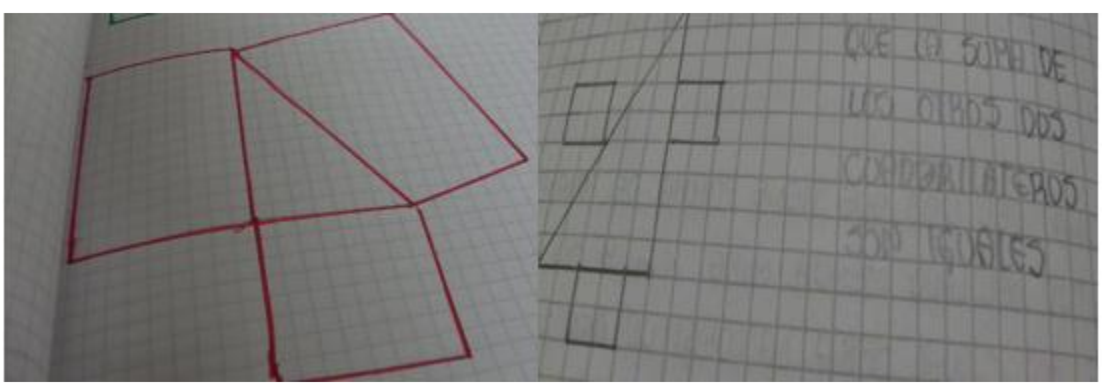


Figura 51. Foto Actividad de Triángulos, ambiente de Aprendizaje Regla - Compás. Teorema de Pitágoras.

Para el literal c) no lo resolvieron por iniciativa, la docente les corrigió la figura y se explicó que debían hacer, mejorando el proceso. Para los alumnos con papel no lo resolvieron.

Para el problema 9 y 10 que trataba acerca de reforzar las propiedades de los triángulos vistas en los problemas anteriores, se visualiza que los estudiantes realizan la estructura y se les facilita reconocer los triángulos equiláteros e isósceles, que en el triángulo equilátero los ángulos y los lados son iguales. Algunos de los alumnos con la herramienta de regla y transportador miden todos los ángulos que conforman la estructura (Ver Figura 53). Para los alumnos con Cabri II realizan la estructura con la herramienta polígono y otros con polígono regular. Los estudiantes con papel realizaron la estructura en papel y luego la recortaron, unos no obtuvieron la figura regular, otros realizaron el proceso para construir el hexágono regular, trazaron el círculo, dividieron 360° en 6 y les dio como resultado 60°, enseguida utilizando el transportador realizan marcas sobre el círculo utilizando el resultado anterior y finalmente unen las marcas consecutivamente. Otros estudiantes solo utilizaron la regla para obtener la estructura y así resolver los literales a) y b). Muy pocos realizaron los de las líneas notables. (Ver Figura 52)

Figura 52. Foto de la Actividad de Triángulos, ambientes de aprendizaje Cabri II y Regla - Compás. Líneas Notables.

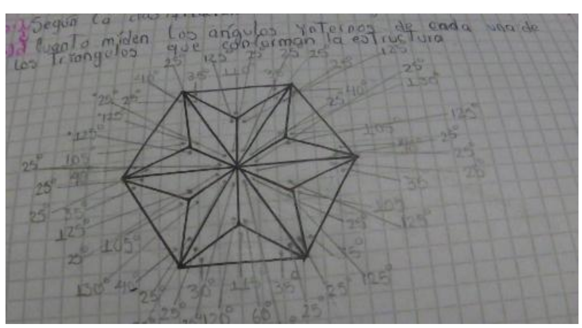


Figura 53. Foto de la Actividad de Triángulos, ambientes de aprendizaje Cabri II y Regla - Compás- transportador. Parte de la Estructura del Ave Fénix.

Motivación por el aprendizaje: para los estudiantes el tener diferentes ambientes de aprendizaje en el aula les generó curiosidad e interés por realizar las actividades. Para el grupo que manejaba papel utilizando pliegues y en algunos casos recortando se concentraron en realizar las figuras propuestas en la guía. Para los adolescentes que utilizaron regla, transportador y compás desarrollaron la habilidad en el manejo de estos. El grupo que utiliza el software dinámico Cabri II se concentró en dibujar las figuras propuestas en la guía. La docente solo cumple el papel de guía aclaradora de dudas. También en la plenaria brinda la participación de los estudiantes y por último generaliza las conjeturas realizadas por los estudiantes cuando los estudiantes.

Logros: motivar a los estudiantes para desarrollar la guía y el trabajo en equipo permitió que ellos complementaran el conocimiento entre ellos. El compromiso y responsabilidad de los estudiantes para llevar su carpeta y trabajar en la casa para completar el trabajo visto en clase**,** especialmente un grupo de estudiantes que trabajaban con la herramienta Cabri II donde dispusieron de su tiempo en la hora de descanso y en casa.

El manejo de la terminología en geometría muestra la apropiación y adquisición del conocimiento de los educandos.

Dificultades: Los problemas entre más complejos los estudiantes abandonaban el ejercicio especialmente los grupos que utilizan el ambiente de aprendizaje de papel y el software dinámico Cabri II. La no disposición de los computadores en todas las clases planeadas para llevar acabo la actividad. La guía muy larga para algunos estudiantes que a pesar de trabajar con otras herramientas tenían una actitud negativa frente a la clase.

4.2.2. Actividad 2: El mundo de los cuadriláteros

Desarrollo de la actividad: se le entrega la guía de la actividad por estudiante y luego forman los grupos ya establecidos en la actividad de triángulos. Se inicia la actividad con un problema de motivación, el cual lo contestan los tres grupos sin mayor dificultad. En el problema uno que se le da una figura conformada con los cuadriláteros cuadrados y rectángulos, la observan y contestan las preguntas. En el literal a) contestan los estudiantes dando diferentes respuestas como: que en la figuran observan 7, 10, 13 o 14 cuadrados. En el literal **b**) la conforma el rectángulo y los educandos mencionan otros cuadriláteros que conocen, como son el rombo y el trapecio. Solo otro grupo mencionó el paralelogramo. En el literal **c)** mencionan que los ángulos son iguales a 90° y las diferencias es que los lados del cuadrado son iguales y los del rectángulo dos a dos son iguales. En el grupo de manejo de papel, algunos estudiantes dibujaron otras figuras similares a la dada. (Ver Figura 54)

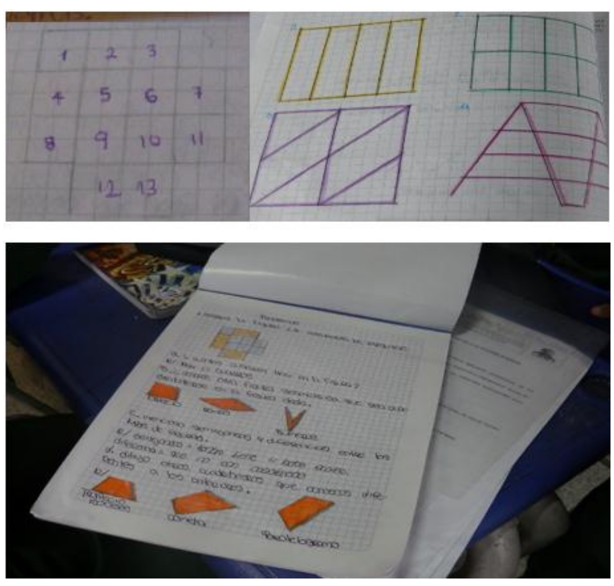


Figura 54. Foto de la Actividad de Cuadriláteros, ambiente de aprendizaje regla - compás. Problema 1.

En el problema 2 los estudiantes en el literal a) reconocieron en la estructura del Cine Domo de Maloka el rombo y el trapecio, solo un grupo del curso que trabajaba con regla y compás menciono que el paralelogramo también conforma la estructura.

Para el ambiente de aprendizaje con Cabri II y con regla – compás realizaron la estructura y conjeturaron que la suma de los ángulos internos es igual a 360° y cualquier cuadrilátero tiene dos diagonales. Para el grupo que maneja papel se le dificulto el literal c) cuando le piden cuanto miden los ángulos internos también llegaron a conjeturar acerca de que todo cuadrilátero tiene dos diagonales.

Para el problema 3 de igual manera que el anterior los estudiantes realizaron la estructura del Epcot Center de acuerdo a su ambiente de aprendizaje, reconocieron que otro cuadrilátero que conforma la estructura es el trapezoide, verificando que todo cuadrilátero tiene dos diagonales (Ver Figura 55). Para la suma de los ángulos internos se tiene más precisión con el programa Cabri II. El grupo de dobleces se le dificulto encontrar la medida de los ángulos internos. Para verificar la propiedad que todo cuadrilátero la suma de los ángulos internos es igual a 360°.

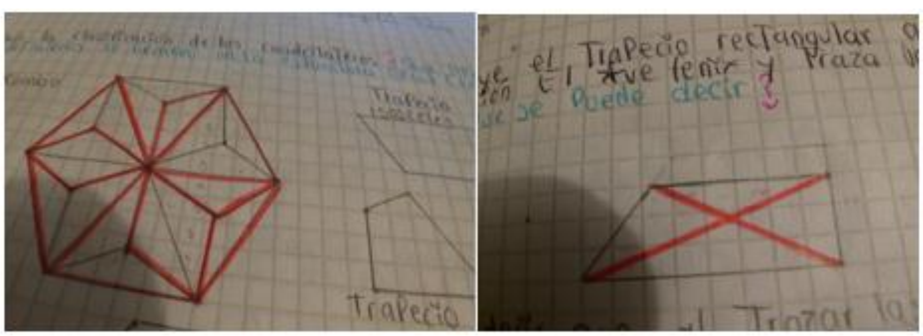


Figura 55. Foto de Actividad de Cuadriláteros, Ambiente de Aprendizaje Regla - Compás. Tipo de Cuadriláteros, diagonales.

En el problema 4 acerca de la Constelación del Ave Fénix los estudiantes reconocen que el trapecio rectangular y trazan las diagonales donde verifican la propiedad del número de diagonales de cualquier cuadrilátero es 2. Para la suma de los ángulos internos la docente interviene mencionando que utilicen la información de la actividad de triángulos y que sumen. Para algunos estudiantes no les dio con exactitud los ángulos por tanto no conjeturaron acerca de los ángulos internos. (Ver Figura 56)

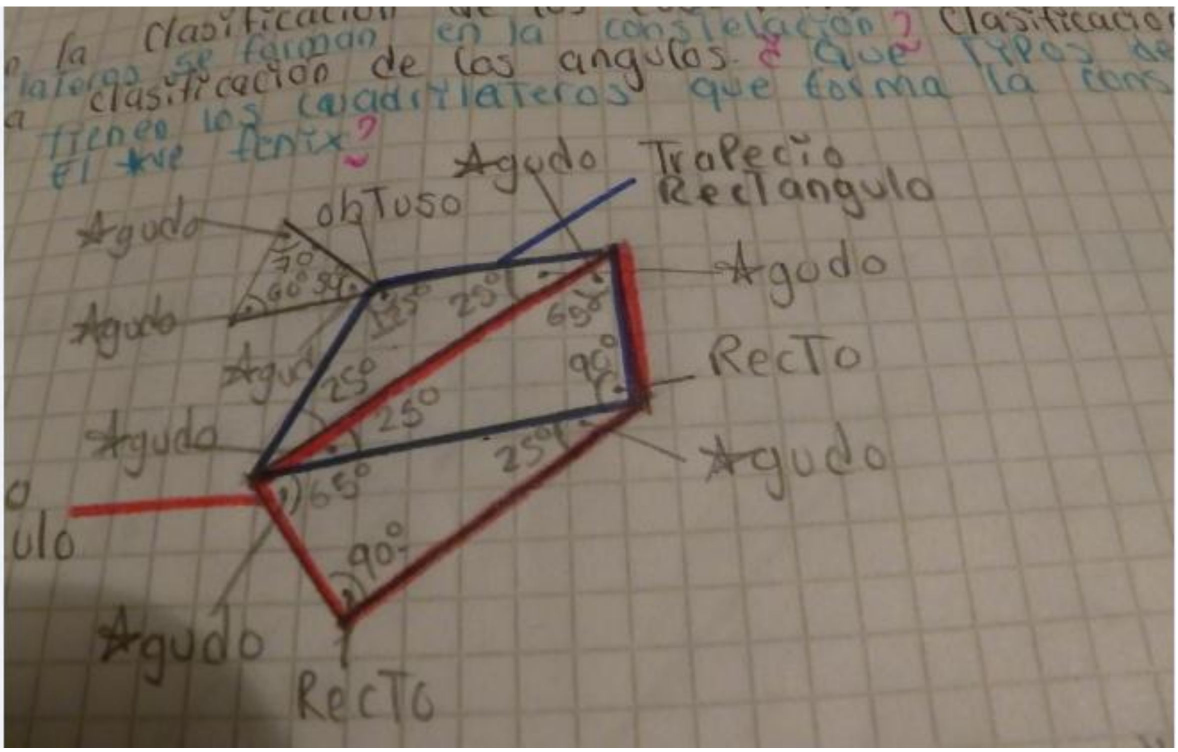


Figura 56. Foto Actividad de Cuadriláteros, Ambiente de Aprendizaje Regla y Compás. Ave Fénix.

Para el problema 5 los estudiantes dieron respuestas erróneas en los tres ambientes de aprendizaje, ya que no tienen bien claro el teorema de Pitágoras y la docente explicó el proceso para resolverlo. (Ver Figura 57)

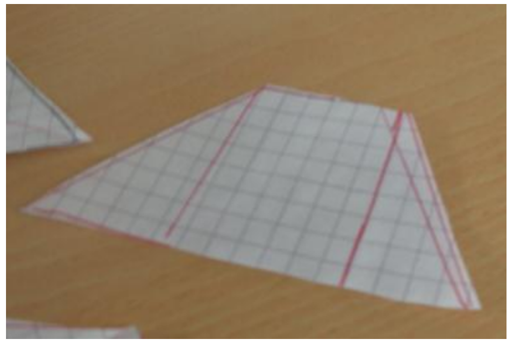


Figura 57. Foto de Actividad de Cuadriláteros, Ambiente de Aprendizaje Papel. Trapecio Isósceles.

Para el problema 6 los estudiantes realizaron las tres construcciones con regla y compás, de igual manera los de papel. Para los alumnos que trabajan con Cabri II dibujaron la figura, no la construyeron ya que con el arrastre se deforma la figura. (Ver Figura 58)

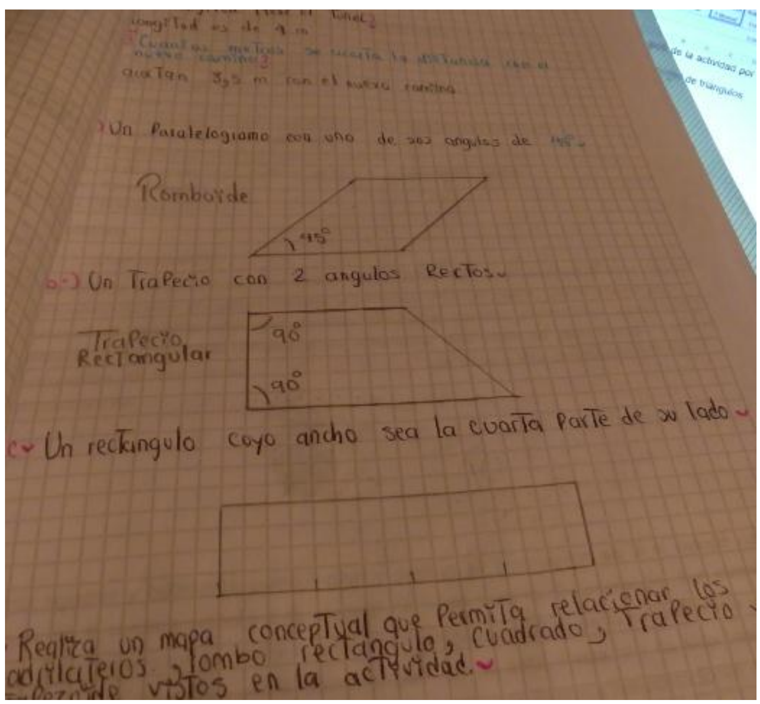


Figura 58. Foto de Actividad de Cuadriláteros, Ambiente de Aprendizaje Regla y Compás. Construcciones.

Para el problema 7 los educandos realizaron el mapa conceptual sin mayor dificultad, Algunos solo lo mencionaron los cuadriláteros, otros lo complementaron con propiedades de estos. (Ver Figura 59)

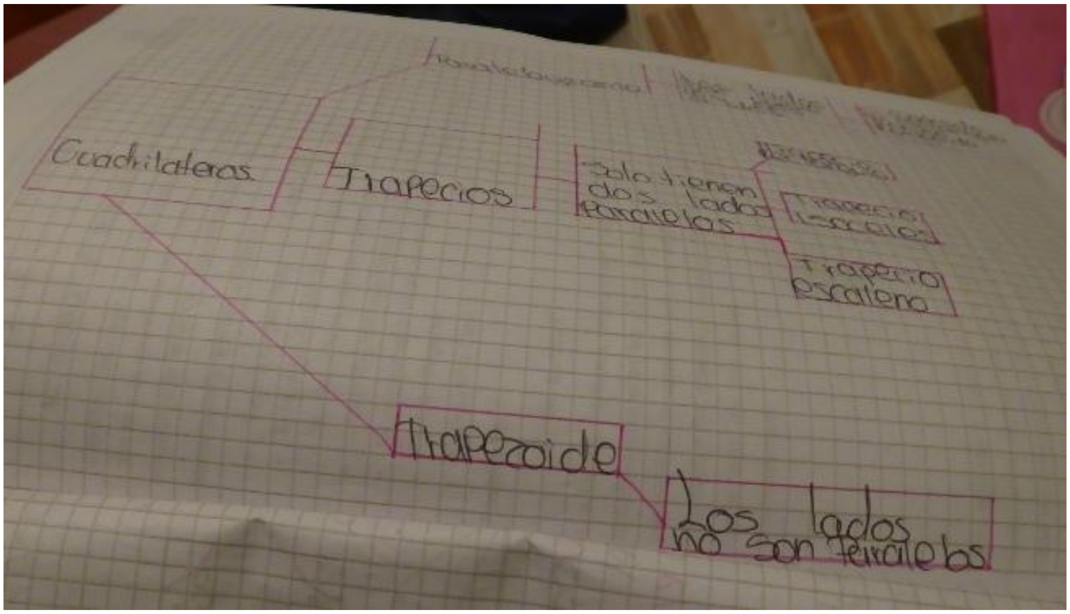


Figura 59. Foto de Actividad de Cuadriláteros, Ambiente de Aprendizaje Regla - Compás. Mapa Conceptual.

Motivación por el aprendizaje: Los estudiantes en los tres ambientes de aprendizaje no encontraron ninguna dificultad al desarrollar la actividad. Se observó el trabajo en equipo y como intercambiaron su conocimiento acerca del tema.

Logros: la disciplina y responsabilidad para desarrollar la guía sin mayor dificultad. Los educandos en los tres ambientes de aprendizaje, desarrollaron el total de la guía, ya que eran temas vistos por ellos.

Dificultades: los educandos que trabajan dobleces no se les facilitó medir los ángulos, además el problema 5, realizaron operaciones pero no llegaron a la respuesta, ya que debían utilizar el teorema de Pitágoras, lo cual se visualiza que los estudiantes no se apropiaron de este tema visto en la actividad 1. El mundo de los triángulos.

4.2.3. Actividad 3: El mundo de la circunferencia y círculo

Desarrollo de la actividad: el primer problema de motivación es una lectura de la historia de la circunferencia y el círculo, donde los educandos aprenden a conocer personajes que aportaron al tema y que son grandes como Euclides. En el literal c) y d), algunos grupos los desarrollaron y en la socialización dirigida por la docente se explica para el grupo en general con la participación de los estudiantes (Ver Figura 60). Con la respuesta acerca de las fórmulas del perímetro de la circunferencia ($\pi d = 2\pi r$) y el área del círculo (πr^2) le sirve para solucionar algunos ejercicios más adelante.

Figura 60. Foto de Actividad de Círculo y Circunferencia, Ambiente de Aprendizaje Cabri II. Lectura.

Para el ejercicio 2, 3 y 4 en los tres ambientes de aprendizaje los estudiantes no presentaron dificultad para desarrollarlos. En el problema 3 los estudiantes con tres trazos dividían el círculo en ocho partes, presentaron la solución. (Ver Figura 61)

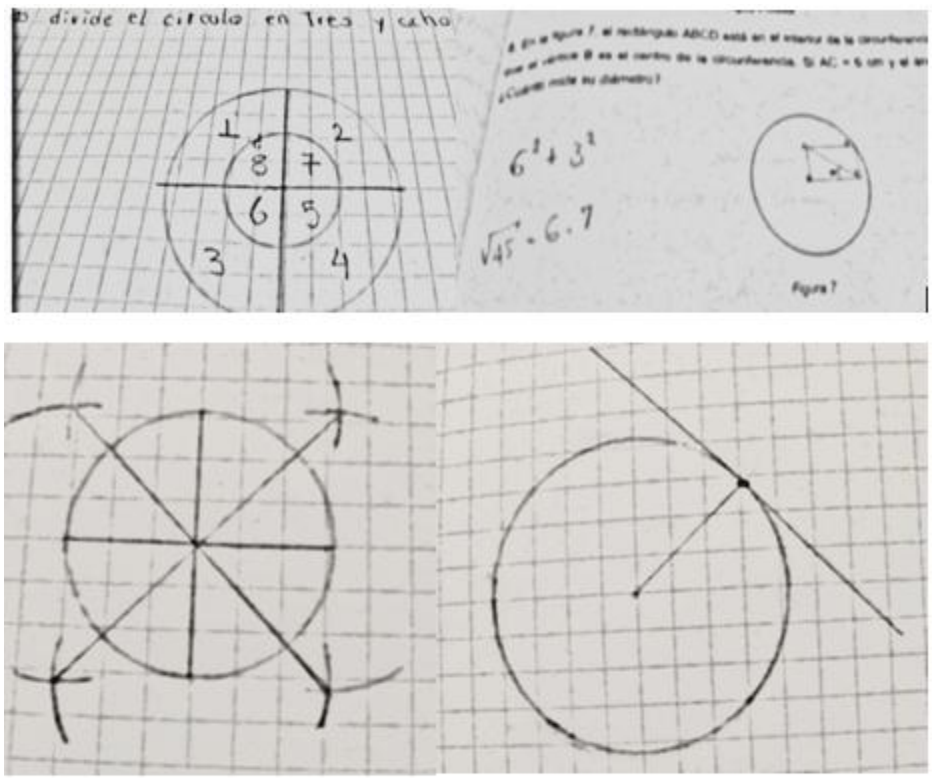


Figura 61. Foto de Actividad de Triángulos, Ambiente de Aprendizaje regla y Compás. Problemas 2, 3 y 4.

En los problemas 5, 6 y 7 que presentan un grado mayor de dificultad, algunos grupos en cada ambiente de aprendizaje propusieron soluciones, que luego fue socializada para llegar a la respectiva solución. La docente va realizando preguntas para llevarlos a construir el conocimiento, además se le da algunos tics de acuerdo a las necesidades de cada grupo. Para los alumnos que trabajaron con papel y Cabri II fue más complicado llegar a la solución. Los de papel se limitaron a realizar las figuras y no tienen la iniciativa para proponer soluciones. Para los estudiantes que tenían Cabri II, realicé la estrategia en algunos casos como la socialización con el computador personal y el televisor, donde participaban los estudiantes y la docente concluía el tema. (Ver Figura 62)

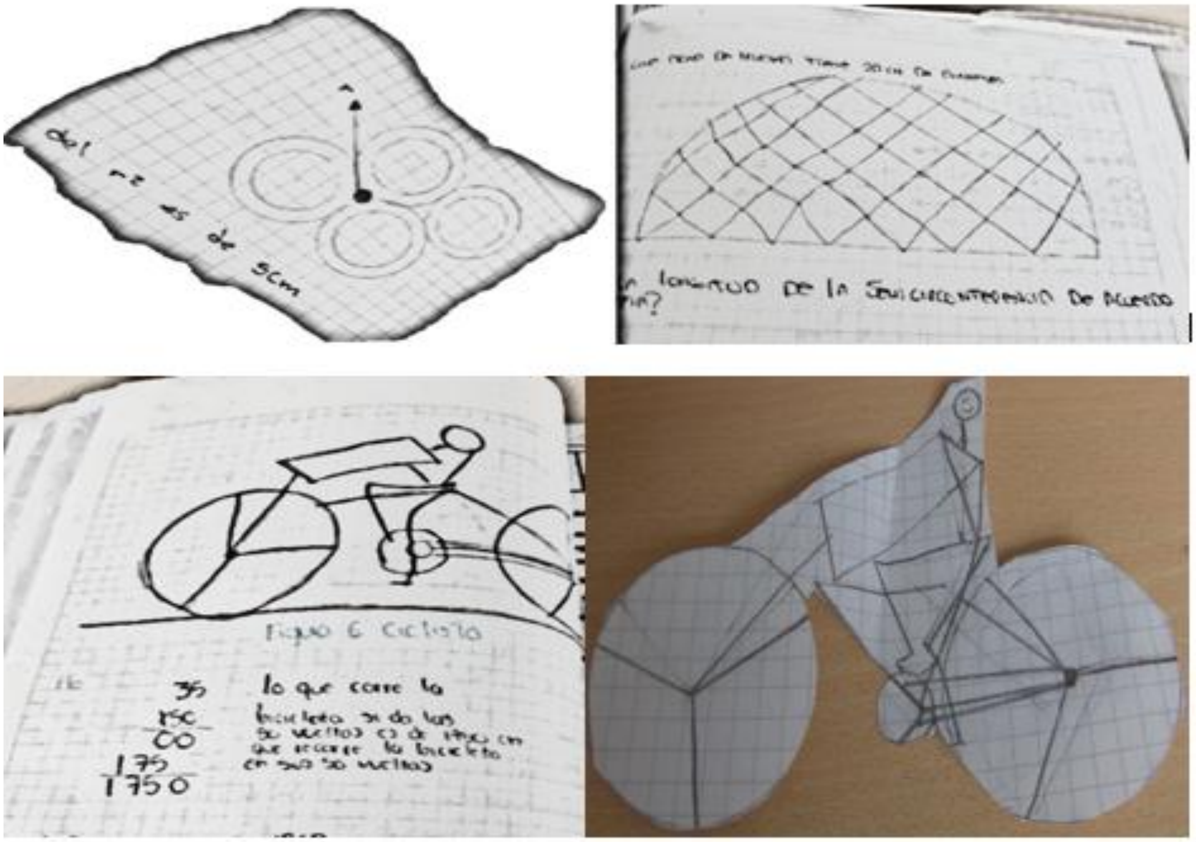


Figura 62. Foto de Actividad de Círculo y Circunferencia, Ambiente de Aprendizaje Regla - Compás y papel. Problemas 5, 6 y 7.

Motivación por el aprendizaje: la gran mayoría de los educandos ya se concentraron más en desarrollar la guía, ya que era la tercera actividad a realizar. Le preguntan al docente dudas acerca de la actividad y en algunos casos se pregunta al grupo, ellos contestan y si no interviene la docente para dar solución**.**

Logros: llegar a que los alumnos adquieran autonomía en el desarrollo de las actividades, especialmente el grupo que utiliza el ambiente de aprendizaje de regla y compás. La aplicabilidad de las fórmulas de área y perímetro para la solución de problemas por parte algunos estudiantes.

Dificultades: los educandos con las herramientas de Cabri II y papel la gran mayoría replicaron las figuras propuestas en los problemas 5, 6 y 7 y no tenían iniciativa de solución, hasta que la docente le colaboraba o lo guiaba para que realizara las respectivas conjeturas acerca de cada problema.

4.2.4. Actividad 4: El mundo de los Polígonos Regulares

Desarrollo de la actividad: el primer problema es una lectura de polígonos regulares relacionada con el tema de ciencias naturales de las abejas. Los educandos realizan la lectura y partiendo de esta responden las 5 preguntas sin mayor dificultad.

La pregunta 2 los estudiantes realizan la construcción de la figura y compara la estrella con el pentágono, donde mencionan que la punta de la estrella se intersecta con el vértice del pentágono, también que el pentágono tiene 5 lados y la estrella cinco puntas. Los que manejan el papel calcaron la figura, la docente le plantea realizar el pentágono con tiras de papel donde hacen como un nudo y luego recortan para obtener el pentágono, enseguida trazan las diagonales para obtener la estrella inscrita. Los estudiantes que trabajaron con el ambiente de aprendizaje Cabri II, con la herramienta de polígono regular realizaron el pentágono y luego con la opción segmento trazaron las diagonales para formar la estrella. Otra forma fue utilizar la herramienta polígono regular para realizar la estrella y luego con la opción polígono se traza el pentágono uniendo las puntas contiguas de la estrella y otros muy pocos estudiantes al tanteo con la herramienta segmento. El grupo del ambiente de aprendizaje de regla y compás algunos grupos ya conocían el proceso de trazar polígonos regulares con estos instrumentos y a construir las estrellas.

En el problema 3 los educandos construyeron los polígonos regulares con los diferentes ambientes de aprendizajes, contestaron los literales y conjeturaron que: los ángulos centrales son iguales, la suma de los ángulos centrales es igual a 360° (Ver Figura 65), cuando compararon las diagonales con los lados mencionaron que eran más las diagonales que el número de lados. Para el total de diagonales los educandos los estudiantes las trazaron y las contaron, para el polígono regular de 24 lados algunas respuestas fueron 504. (Ver Figura 64)

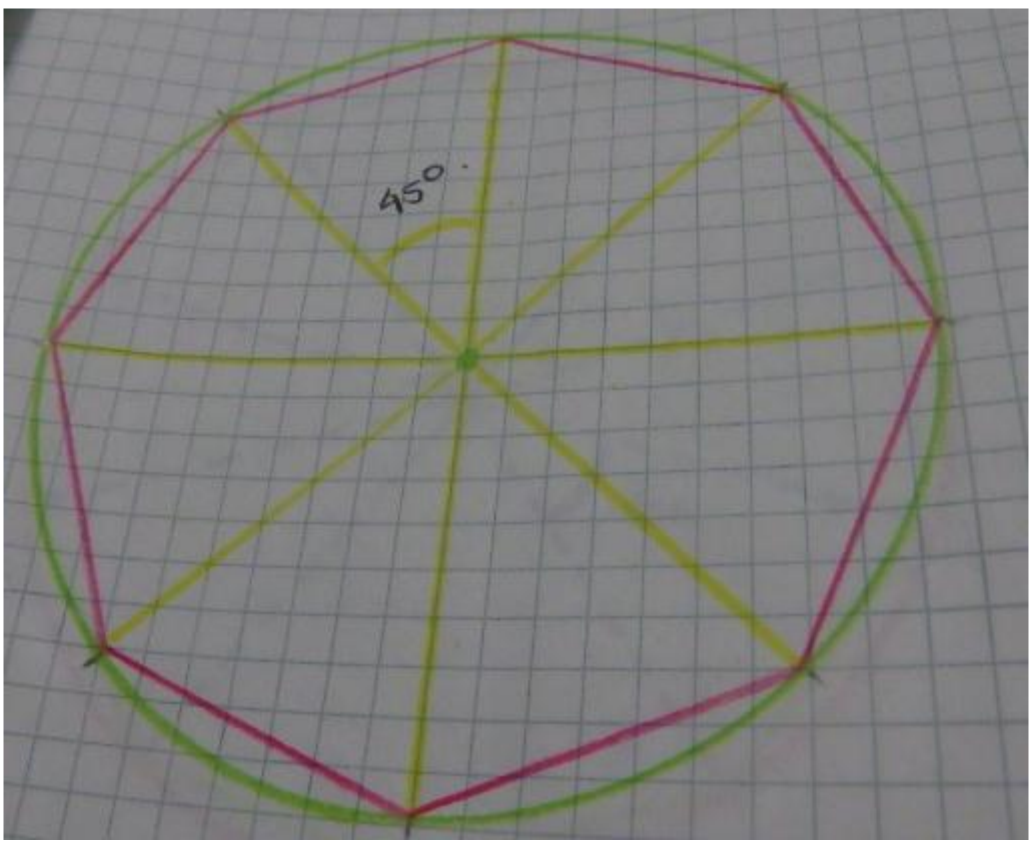


Figura 63. Foto de Actividad de Polígonos Regulares, Ambientes de aprendizaje Regla y Compás.Construcción de un Octágono.

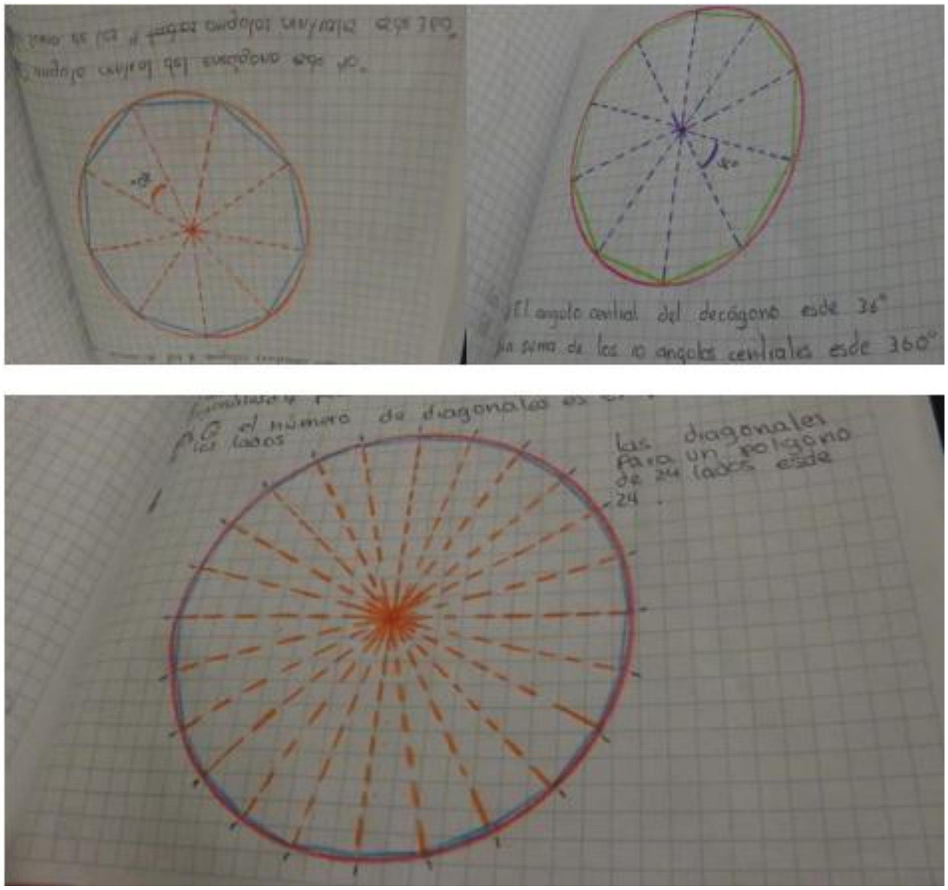


Figura 64. Foto de Actividad de Polígonos Regulares, Ambiente de Aprendizaje Regla y Compás. Construcciones.

En el problema 4 los estudiantes construyen una parte de la estructura del Cine Domo de Maloka que es limita por un hexágono regular, sin tener mayor dificultad (Ver Figura 63). Con el programa Cabri II fue realizada en poco tiempo, comparada con los otros dos ambientes, además fue fácil obtener las respuestas de los literales **a), b), c), d) y e)** utilizando la herramienta de medida. Para el literal f) los educandos en primer momento no encontraron la respuesta del ejercicio, hasta que la docente intervino y se les dio las orientaciones necesarias.

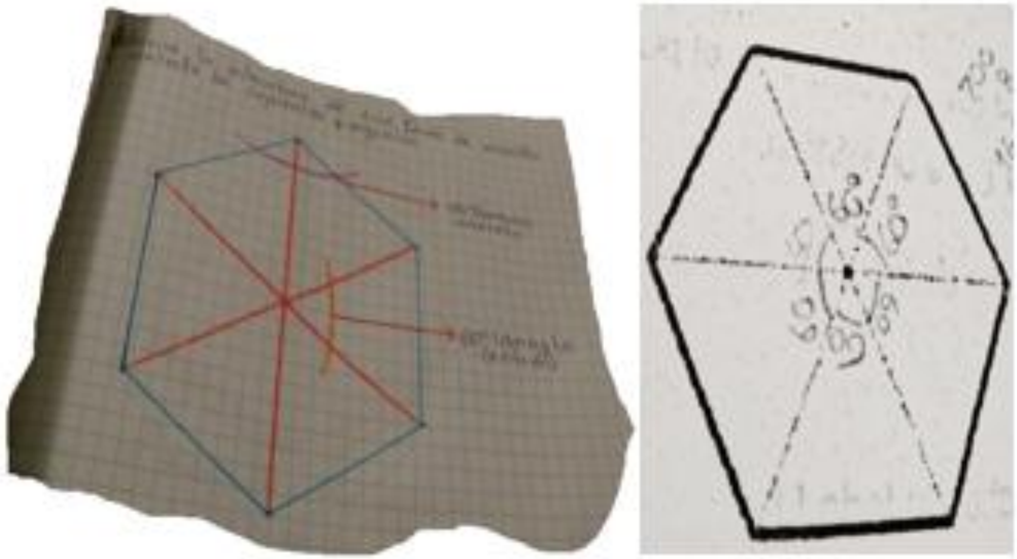


Figura 65. Foto Actividad de Polígonos Regulares, Ambientes de aprendizaje Regla - Compás. Parte de La Estructura de Cine Domo de Maloka Colombia.

En el problema 5 fue muy llamativo para los estudiantes completar el dibujo siguiendo las instrucciones de los literales de la a) a la d). Con los educandos que trabajaban papel trazaron la figura en las hojas de la carpeta. (Ver Figura 66)

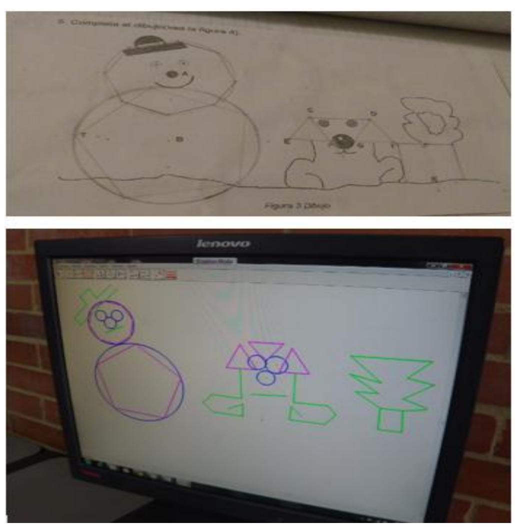


Figura 66. Foto de Actividad de Polígonos Regulares, Ambientes de aprendizaje Regla - Compás y Cabri II. Dibujo.

Motivación por el aprendizaje: la guía corta y que les llamo la atención la construcción de los diferentes polígonos regulares y el trazo de las diagonales para formar las estrellas. Además completar el dibujo siguiendo las instrucciones en la construcción de los polígonos regulares.

Logros: afianzar el tema de los polígonos regulares acerca de las diagonales, amplitud de ángulo central, ángulo interno además que al trazar segmentos desde el centro a cada uno de los vértices del polígono se forman triángulos equiláteros.

Dificultades: El literal **f)** del ejercicio 4 algunos alumnos plantearon solución al ejercicio, pero no era la correcta al no utilizar la operación correcta.

4.2. 5. Actividad 5: Encuesta de Satisfacción

Al finalizar la aplicabilidad de las actividades, los 114 estudiantes contestaron la encuesta de satisfacción individualmente.

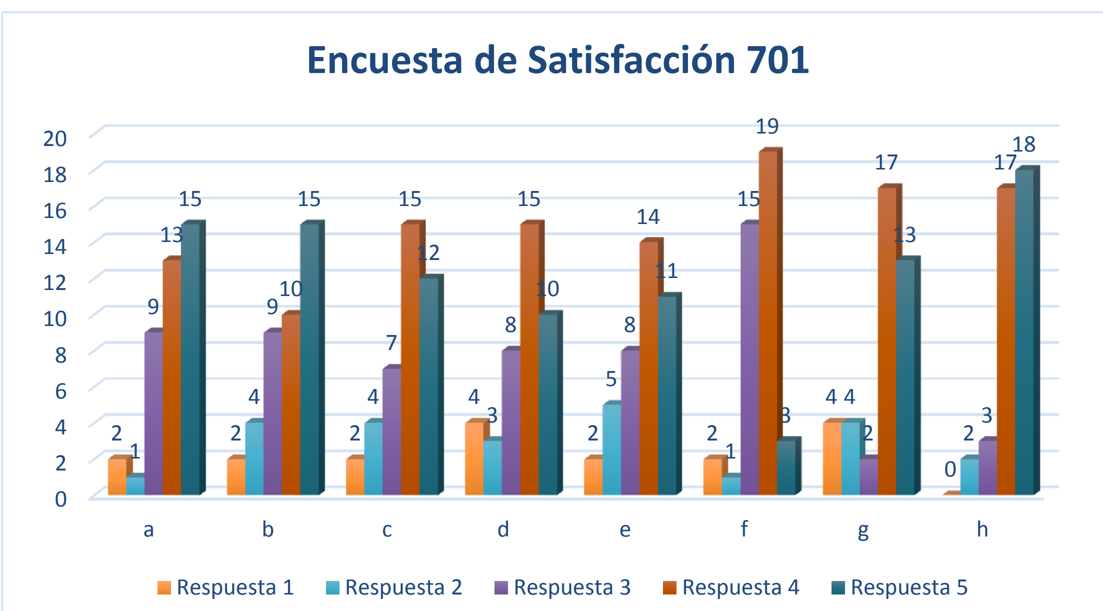
Análisis por Curso

En el curso 701 40 estudiantes respondieron la encuesta. (Ver Tabla 3**)**

Tabla 3. Resultado de Encuesta de Satisfacción de 701.

Pregunta	Respuesta 1	Respuesta 2	Respuesta 3	Respuesta 4	Respuesta 5	Total
a	2	1	9	13	15	40
b	2	4	9	10	15	40
c	2	4	7	15	12	40
d	4	3	8	15	10	40
e	2	5	8	14	11	40
f	2	1	15	19	3	40
g	4	4	2	17	13	40
h	0	2	3	17	18	40

Para los estudiantes las actividades fueron pertinentes y agradables en el desarrollo de las actividades. El trabajo en equipo le favoreció el aprendizaje de algunas de las propiedades de las figuras geométricas planas. A 35 estudiantes le gusto el rol del docente .en la construcción de propiedades. Para 4 estudiantes ni las actividades, ni el rol de la docente fue de su agrado. (Ver Gráfica 1. Encuesta de Satisfacción de 701)



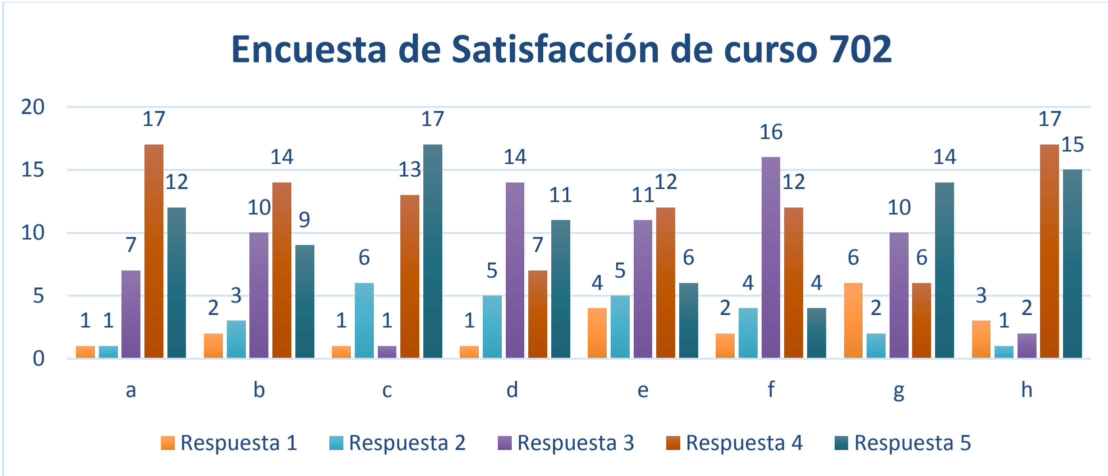
Gráfica 1. Encuesta de Satisfacción de 701.

La Encuesta de Satisfacción en el curso 702, la respondieron 38 estudiantes. (Ver Tabla 4).

Tabla 4. Encuesta de Satisfacción del Curso 702

	Respuesta 1	Respuesta 2	Respuesta 3	Respuesta 4	Respuesta 5	
Pregunta	R1	R2	R3	R4	R5	Total
a	1	1	7	17	12	38
b	2	3	10	14	9	38
c	1	6	1	13	17	38
d	1	5	14	7	11	38
e	4	5	11	12	6	38
f	2	4	16	12	4	38
g	6	2	10	6	14	38
h	3	1	2	17	15	38

La respuesta acerca de la estructura de las actividades para los estudiantes la contestaron en general 3, para 2 educandos no fueron pertinentes. La construcción del conocimiento acerca de las propiedades contestaron 16 estudiantes con la respuesta *3.* El rol del docente pertinente en el desarrollo de las activ*idades*. (Ver Gráfica 2)



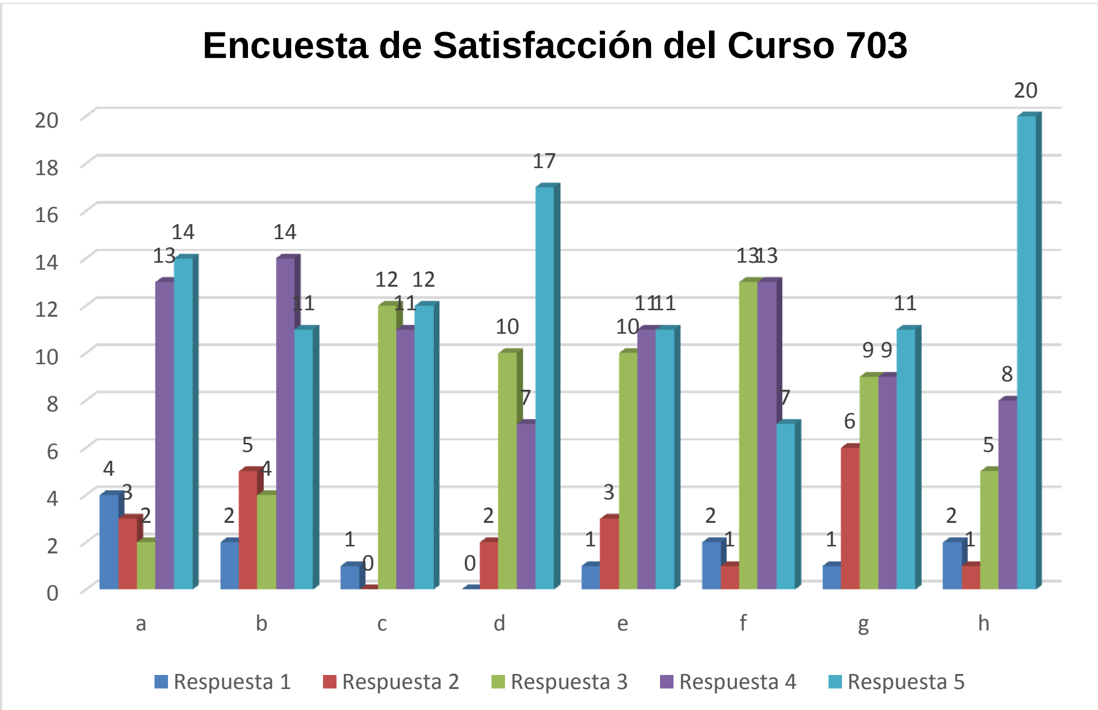
Gráfica 2. Encuesta de Satisfacción del Curso 702.

Para el curso 703 que se implementó el trabajo con Cabri II, contestaron la encuesta 36 estudiantes. (Ver Tabla 5)

Tabla 5. Encuesta de Satisfacción del Curso 703.

Pregunta	Respuesta 1	Respuesta 2	Respuesta 3	Respuesta 4	Respuesta 5	Total
a	4	3	2	13	14	36
b	2	5	4	14	11	36
c	1	0	12	11	12	36
d	0	2	10	7	17	36
e	1	3	10	11	11	36
f	2	1	13	13	7	36
g	1	6	9	9	11	36
h	2	1	5	8	20	36

Para los estudiantes fue de su agrado la implementación de las actividades con el programa. La construcción del concepto acerca de las propiedades 20 estudiantes contestó entre 3 y 4. El rol de la docente fue pertinente para 28 estudiantes y 5 más o menos y 3 que no. (Ver Gráfica 3)



Gráfica 3. Encuesta de Satisfacción del Curso 703.

En general a los estudiantes les gusto las actividades y el trabajo en grupo. Afianzaron el conocimiento acerca de las propiedades de algunas de las figuras geométricas planas. El ron del docente fue pertinente. En cada grupo 3 estudiantes no les gusto las actividades.

La gran mayoría en cada grupo le gusto los problemas planteados en la guía. (Ver Anexo 7. Encuesta de Satisfacción)

El análisis se puede visualizar en su totalidad en el CD.

Conclusiones del capítulo 4

Al trabajar con los diferentes ambientes de aprendizaje brinda la posibilidad a los estudiantes construir el conocimiento acerca de las propiedades de algunas de las figuras geométricas planas. Además de apropiarse de la terminología en geometría**.**

Los alumnos no están preparados para solucionar problemas complejos y abandonan fácilmente la actividad. Se ve la importancia del docente para intervenir cuando es necesario y brindarle unas pistas para que puedan resolver el ejercicio.

El trabajo en equipo una buena estrategia para aquellos estudiantes que tienen mayor grado de dificultad para realizar los problemas.

Para los educandos del grupo que trabajaron con regla, compás y transportador es ambiente que despertó mayor interés en los estudiantes, ya que desarrollaron casi en su totalidad las actividades, también consultaron en su casa algunos conceptos. Para los estudiantes que trabajaron con Cabri despertó el interés de algunos grupos al trabajar en el descanso y en su caso la actividad, ellos ya habían trabajado con el programa. Definitivamente los educandos que utilizaron papel, de limitaron a replicar las figuras, además fue muy tedioso por que no despertó la iniciativa de los educandos para proponer soluciones a los problemas y toco intervenís varias veces.

Partiendo cada actividad con un problema de motivación permitió a los estudiantes mostrar sus diferentes habilidades como: la comprensión de lectura y retos matemáticos. Lectura relacionada con otras áreas como la ciencia, naturales, lectura relacionada con la historia de la matemática y lecturas que se relacionan con temas actuales y del contexto.

CONCLUSIONES

- Se deben manejar diferentes ambientes de aprendizaje en el proceso de enseñanza - aprendizaje de las propiedades de las propiedades de algunas figuras geométricas plana.
- Previamente al darle al estudiante el tutorial acerca del programa, se visualizó el buen desempeño en el desarrollo de las actividades y la construcción del conocimiento de las propiedades de algunas figuras geométricas planas. Además con el previo conocimiento del Software dinámico Cabri II que tiene la docente se pudo guiar y aclarar dudas e inquietudes a los estudiantes.
- Se evidencia en el ambiente de aprendizaje de regla, compás y transportador por parte de los estudiantes el compromiso y la responsabilidad para desarrollar la guía. Se observó interés por parte de los educandos, al realizar las diferentes actividades propuestas por el docente como: Cine Domo de Maloka, el Epcot Center, los polígonos regulares, la estrella y el paisaje. También permitiéndoles gastar menos tiempo en el desarrollo de las actividades. Por medio del arrastre el programa permite comprobar algunas propiedades y realizar algunas construcciones. Para las construcciones, ellos comprueban si está bien hecha si al moverla no se deforma la figura. Los estudiantes que manipularon figuras de papel les resultó difícil hacer conjeturas de las propiedades de algunas figuras geométricas planas por medio de los dobleces y en algunos casos se necesitó recortar.
- El desarrollo de las actividades con el programa Cabri II no brindó la posibilidad al estudiante de explorar, con poca posibilidad de expresión, con un

conocimiento limitado y la participación continua de la docente para el desarrollo de las actividades. Por tanto los educando no construyeron el conocimiento con esta estrategia de enseñanza – aprendizaje.

- La apropiación del conocimiento se visualiza en la participación de los educandos a medida que avanzábamos con las actividades, ya que están relacionadas entre sí. También por medio de la encuesta de satisfacción.
- Al realizar las actividades también se involucraron los padres de familia o acudientes al acompañar a los estudiantes en este proceso. Mostraron su interés al acercarse a la docente y preguntar acerca de algunos temas vistos en la guía.
- Avanzaron los estudiantes con temas que no eran del currículo de grado séptimo, como son: las líneas notables del triángulo y la recta tangente a la circunferencia.
- Las anteriores conclusiones se pueden evidenciar en las fotos y videos anexos en el CD.

RECOMENDACIONES

- Como docente a partir de esta investigación debemos retomar las construcciones con regla y compás, ya que permite desarrollar las habilidades de los estudiantes y la perfección de un dibujo depende del conocimiento previo de esté. Involucrar en la metodología los otros dos ambientes de aprendizaje como es trabajar los software dinámicos y la manipulación de papel en las clases
- Para la implementación del software de geometría dinámica se debe dar un tutorial a los estudiantes.
- Que las guías no sean tan largas y complejas por que los educandos se desaniman y abandonan la actividad.
- Diseñar actividades de acuerdo a la facilidad de construcción del conocimiento de la propiedad de la figura geométrica plana que se está estudiando, teniendo en cuenta el ambiente de aprendizaje.
- Dar continuidad al trabajo con problemas interesantes diseñados por el docente y relacionados con el contexto.

- Diseñar actividades donde se implemente un ejercicio de motivación ya sea retos matemáticos, lecturas e implementar temas como por ejemplo: Jugando con triángulos y cuadrados formamos el Árbol Pitagórico (Geometría Fractal). (Ver Figura 67).

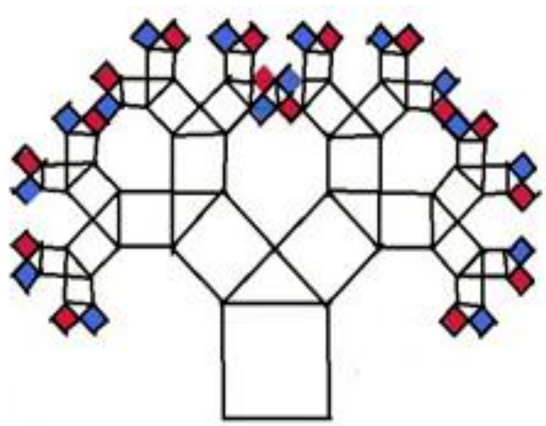


Figura 67. Árbol Pitagórico. (Geometría Fractal).

BIBLIOGRAFÍA

(s.f.). Recuperado el 4 de 6 de 2014, de http://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%BApula_geod%C3%A9sica#/media/File:Domo_de_Maloka.jpg

Baldor, J. (1967). *GEOMETRÍA PLANA Y DEL ESPACIO, Con una Introducción a la Trigonometría* (Segunda ed.). Bilbao, España: Vasco Americano S.A.

Barajas, A., & Mendoza, C. (2006). *Aprendizaje de la Geometría Plana en primer grado de Educacion Secundaria con el programa de computo Cabri Géométre.* Congreso Estatal de Investigación Educativa, Jalisco - México.

Barrantes, H. (2013). ICEMACYC. *El papel de la geometría en el currículo de enseñanza primaria y media*. Santo Domingo , República Dominicana.

Barroso, R. (2002). ELECCIÓN DE CUATRO PROBLEMAS GEOMÉTRICOS PARA UNA. INVESTIGACIÓN SOBRE LA COMPRENSIÓN DE PROPIEDADES GEOMÉTRICAS. *Funes*.

Barroso, R. (2003). Elección de cuatro problemas geométricos para una investigación sobre la comprensión de propiedades geométricas.

Barroso, R. (Ed.). (2010). Laboratorio virtual de triángulos con Cabri II. *TEU del Departamento de Didáctica de las Matemática*.

Blanco, A. (11 de 1Diciembre de 2014). Construcción del significado de Proporcionalidad a través de la Educación Matemática Realista. Bogotá D.C.

Calderon, L., & Puig, J. (1996). *Investigación y didactica de las matemáticas* (Vol. 120). Madrid: Centro de Publicaciones.

Camacho, M., & Santos, L. (junio de 2006). Sobre el desarrollo del sentido geométrico y el uso del software dinámico. *Uno. La geometría, una enseñanza imprenscindible, 42*, 20 - 33.

Camargo, L., & Samper, C. (Febrero de 2014). Aproximación temprana al razonamiento geométrico en Educación Básica. *Memoria VIII Simposio Nororiental de Matemáticas Universidad Industrial de Santander*. Bucarramanga, Colombia: Publicaciones Universidad Industrial de Santander.

Camargo, Leonor; García, Gloria; Leguizamon, Cecilia; Samper, Carmen y Serrano, Celli. (1999). *ALFA 8. Serie de MATEMÁTICAS para educación básica secundaria y media vocacional.* Bogotá, Colombia: Norma.

Carvajal, Sandra; González, Lyda;Ospina, María; Hernández, Nury. (2014). AMBIENTES DE APRENDIZAJE. Reorganizacción Curricular por Ciclos. Herramientas de consulta y orientación para el diseño e implementación de las ambientes de aprendizaje. *1*. Bogotá, Colombia.

Chamorro, M. d., Belmonte, L. G., & Francisco, V. R. (2006). *Didáctica de las Matemáticas Par Educación Infantil.* Madrid: PEARSON. Prentice Hall.

Consejo de Redacción. (abril de 2010). CUADERNOS DE DOCENCIA UNIVERSITARIA 15. *GUÍA PARA LA ELABORACIO´N DE LAS ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE*. Barcelona: ICE - Editorial Octaedro.

Delgado, A. M. (1999). Constructivismo Radical, Marco Teórico de Investigación y Enseñanza de las Ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 493 - 502.

Doría, I. (2013). PLAN DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS. San Clemente Córdoba.

Gallejo, A. P. (2012). *Las TIC en geometría. Una nueva forma de enseñar*. Bogotá, Colombia: Ediciones de la U.
García, H., Ortiz, A., Martínez, J., & Tintorer, O. (septiembre - Octubre de 2009). La teoría de la actividad de formación por etapas de las acciones mentales en la resolución de problemas. *Inter Science Place, 1*(9).
Godino, j. D. (2004). *Didactica de la Matematica para Maestros.*
González, Á. P. (2002). *Enseñanza de la Geometría con utilización de recursos multimedia Aplicación a la Primera Etapa de Educación Básica.* Venezuela.
Itzcovich, H. (2005). *niciación al estudio didáctico de la Geometría. De las construcciones a la demostraciones.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.
Juaréz, M. (enero - marzo de 2004). RESEÑA DE "UNA REVISIÓN DE LAS COMUNIDADES DE PRÁCTICA Y SUS RECURSOS INFORMÁTICOS EN INTERNET" DE ETTIENE WENGER. *Revista Mexicana De Educación Matemática, 9*(20), 235 - 244.
Kesan, D. C. (January de 2013). THE EFFECT OF LEARNING GEOMETRY TOPICS OF 7TH GRADE IN PRIMARY EDUCATION WITH DYNAMIC GEOMETER'S SKETCHPAD GEOMETRY SOFTWARE TO SUCCESS AND RETENTION. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology, 12*(1).
Lastra, S. (2005). Propuesta Metodologica de Enseñanza y Aprendizaje , de la Geometria, Aplicada en Escuelas Criticas. Santiago, Chile.
Leal, C., Suarez, G., Fernández, M., & Moreno, H. (4 de 10 de 2010). El Plegado en la Geometría. Lineas Notables del Triángulo. Duitama y Cundinamarca, Colombia.
Losada, M. F. (2001). Olimpiadas de matemáticas: retos, logros (y frustraciones) . *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, VIII(1)*. Santafé de Bogotá, D.C., Colombia.
Machado, G., & Muñoz, L. (2009). La enseñanza de la geometría en la secundaria obligatoria y en la formación docente. *Anales del Instituto de Profesores "Artigas", segunda Epoca*(3), 413 - 430.
MEN. (2004). *Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de Educación Básica Secundaria y Media de Colombia* . Bogotá.
Morales, C., & Majé, R. (2011). COMPETENCIA MATEMÁTICA Y DERROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL.UNA APROXIMACIÓN DESDE LA ENSEÑANZA DE LOS CUADRILÁTEROS. Florencia, Amazonas, Colombia.
Morales, R. G. (marzo de 2010). Análisis de las Estrategias Empleadas en el Uso de Programas Dinámicos de Geometría y Tipos de Actividades para la Enseñanza de la Geometría. *Revista digital Matemática, Educación e Internet, 10*(2), 1- 16.
Muñoz, H. (2000). *AVENTURA 5. Matemáticas 5* (séptima ed.). Bogotá, Colombia: Norma.
Nieves, V. (2002). *Enseñanza de la Geometría con utilización de recursos multimedia Aplicación a la Primera Etapa de Educación Básica.* España.
Nuñez, H. (2009). *GEOMETRIA.* Colombia: Mabel Ediciones.
Orjuel Osorio, C. P., & Guzmán Tovar, A. (1999). CABRI, REGLA Y COMPÁS VIRTUAL. Bogotá.
Planas, N., Callejo, M., Camacho, M., Cantoral, R., Carrillo, J., García, G., . . . Santos, M. y. (Enero 2015). *Avances y Realidades de la Educación Matemática.* Barcelona, España: Graó.
Pochulu, M., & Rodriguez, M. (2012). *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.* Buenos Aires, Argentina: Eduvim.

Retegui, J. L. (junio de 23 de 2012). El empleo de herramientas informaticas para construir, simular e investigar relaciones entrre elementos geometricos en el primer curso dde educación secun Matutedaria, en los Centros Educativos de el Purto de Santa María (Cádiz). El Puerto de Santa María, Cádiz, España.

Rizo, C., & Campistrous, L. (octubre - diciembre de 2003). Aprendizaje y geometría dinámica en la escuela básica. *Ciencia y Sociedad*, *28*(4), 547 -592.

Sanchez, B. (26 - 30 de junio de 2011). Enseñanza de geometría escolar por medio de situaciones didácticas y calculadoras graficadoras . *XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011*. .

Secretaria de Educación Pública (SEP) del Estado de Chihuahua. (s.f.). *Cuerpos y Figuras Geométricas.* Chihuahua: SEP.

Smith, D., & Beman, W. (2007). *New Plane and Solid Geometry*. Michigan: Merchan Books.

Sonia, L. T. (2005). “PROPUESTA METODOLÓGICA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA, APLICADA EN ESCUELAS CRÍTICAS. Santiago, Chile.

Sonia, L. T. (2005). PROPUESTA METODOLÓGICA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA, APLICADA EN ESCUELAS CRÍTICAS. Santiago , Chile.

TEU del Departamento de Didáctica de las Matemáticas. (Noviembre de 2010). *Laboratorio virtual de triángulos con Cabri*. (R. B.-S. Campos, Editor) Recuperado el 15 de marzo de 2014, de file:///C:/Documents%20and%20Settings/Administrador/Mis%20documentos/Downloads/TIC2010%20(1).pdf

Utah, T. o. (2003). *Elementary Core Academy 6 th Grade.* Utah, Estados Unidos: UtahState University.

Villarroel, S., & Natalia, S. (ctubre de 2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. *Fundación Dialnet*(78), 73 - 94.

Villiers, M. d. (2008). Recuperado el 10 de mayo de 2014, de http://imerl.fing.edu.uy/didactica_matematica/Documentos_2008/futuro%20de%20la%20geometria%20deVilliers.pdf

Viveros, I. (s.f.). AMBIENTES DE APRENDIZAJE. Una Opción para mejorar la Calidad de La Educación. Costa Rica: Universidad Eurohispanoamericana.

Wenger, E. (2001). *Comunidad de Práctica: Aprendizaje, Significado e Identidad.* Paidos Iberica.

ANEXOS

Anexo 1. Test de Homogeneidad

GET

GET FILE="/home/raul/Dropbox/Work/UAN/2014/Postgrado/dirección de tesis/doly/Pre-test.sav".

ONEWAY

```
ONEWAY /VARIABLES= NOTA BY Grupo
  /STATISTICS=DESCRIPTIVES HOMOGENEITY .
```

Descriptives

		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
						Lower Bound	Upper Bound		
NOTA	601	46	3,39	,69	,10	3,18	3,59	2,0	4,7
	602	47	3,08	,55	,08	2,92	3,24	2,0	4,3
	603	44	3,05	,63	,09	2,86	3,24	1,5	4,2
	Total	137	3,18	,64	,05	3,07	3,28	1,5	4,7

Test of Homogeneity of Variances

	Levene Statistic	df1	df2	Significance
NOTA	1,51	2	134	,22

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Significance
NOTA	Between Groups	3,19	2	1,59	4,09	,02
	Within Groups	52,25	134	,39		
	Total	55,44	136			

T-TEST

```
T-TEST /VARIABLES= NOTA
  /GROUPS=Grupo(601,602)  /MISSING=ANALYSIS
  /CRITERIA=CIN(0.95).
```

Group Statistics

	Grupo	N	Mean	Std. Deviation	S.E. Mean
NOTA	601	46	3,39	,69	,10
	602	47	3,08	,55	,08

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	*Sig.*	*t*	*df*	*Sig. (2-tailed)*	*Mean Difference*	*Std. Error Difference*	*Lower*	*Upper*
NOTA	Equal variances assumed	2,78	,10	2,33	91,00	,02	,31	,13	,05	,57
	Equal variances not assumed			2,33	86,26	,02	,31	,13	,05	,57

T-TEST

```
T-TEST /VARIABLES= NOTA
     /GROUPS=Grupo(601,603)  /MISSING=ANALYSIS
     /CRITERIA=CIN(0.95).
```

Group Statistics

	Grupo	*N*	*Mean*	*Std. Deviation*	*S.E. Mean*
NOTA	601	46	3,39	,69	,10
	603	44	3,05	,63	,09

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	*Sig.*	*t*	*df*	*Sig. (2-tailed)*	*Mean Difference*	*Std. Error Difference*	*Lower*	*Upper*
NOTA	Equal variances assumed	,28	,60	2,43	88,00	,02	,34	,14	,06	,61
	Equal variances not assumed			2,43	87,79	,02	,34	,14	,06	,61

T-TEST

```
T-TEST /VARIABLES= NOTA
     /GROUPS=Grupo(602,603)  /MISSING=ANALYSIS
     /CRITERIA=CIN(0.95).
```

Group Statistics

	Grupo	*N*	*Mean*	*Std. Deviation*	*S.E. Mean*
NOTA	602	47	3,08	,55	,08
	603	44	3,05	,63	,09

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	*Sig.*	*t*	*df*	*Sig. (2-tailed)*	*Mean Difference*	*Std. Error Difference*	*Lower*	*Upper*
NOTA	Equal variances assumed	1,46	,23	,23	89,00	,82	,03	,12	-,22	,28
	Equal variances not assumed			,23	85,96	,82	,03	,12	-,22	,28

Anexo 2. Guión de entrevista No estructurada en profundidad

Entrevistadora:	**Blanca Doly Ochoa Cuida**
Entrevista a:	
Lugar:	
Hora:	
Fecha:	
Datos del entrevistado:	
Informante:	
Institución:	
Facultad:	
Cargo:	
Formación:	
Dependencia:	

Anexo 3. Entrevista: No estructurada en profundidad

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO
MAESTRIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ, SEPTIEMBRE 2014

Entrevista: No estructurada en profundidad

Propósito: diagnosticar el proceso de enseñanza-aprendizaje acerca de las propiedades de las figuras geométricas planas por parte de la comunidad educativa en los grados sextos.

Preguntas

1. ¿Qué dificultades presenta el proceso de enseñanza – aprendizaje de las propiedades de las figuras planas en los estudiantes de grado sexto?

2. ¿Cómo usted concibe el proceso de enseñanza-aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas planas?

3. ¿Considera que es necesario un cambio en la enseñanza de las propiedades de las figuras geométricas plana? Si su respuesta es afirmativa, ¿qué cambios metodológicos propone usted para este proceso?

4. Seleccione las herramientas didácticas que usted utiliza/utilizó/utilizaría en las clases de geometría acerca de las propiedades de las figuras geométricas planas.
   a. Medios Tecnológicos (Tablero inteligente, televisor, computador…)
   b. Tablero y marcador
   c. Software de Geometría Dinámica
   d. Otras herramientas. ¿Cuáles?

La anterior reflexión es la causa de esta investigación, por lo tanto la investigadora agradece este espacio de análisis de diálogo, que posibilitará describir, interpretar y observar sus respuestas frente a las preguntas realizadas.

Gracias

Entrevistado: Dr. José María Sigarreta Almira

Siendo las 3: 27 pm del día 14 de febrero del 2015

Preguntas

Entrevistador: primera pregunta ¿Qué dificultades presenta el proceso de enseñanza – aprendizaje de las propiedades de las figuras planas en los estudiantes de grado sexto?

Entrevistado: ¿En Colombia o en Cuba en general?

Entrevistador: En general.

Entrevistado: el problema fundamental que se enfrenta puede ser visualizado en dos dimensiones. La primera asociada al concepto de figura geométrica, si los chicos no entienden el concepto de lo que es una figura geométrica y en segundo lugar la forma de planteamiento. Se debe tratar la formación de conceptos asociado a la figura geométrica por la vía inductiva por la edad que presentan, ir de lo particular a lo general. Actualmente los libros de texto no permiten explorar, no permiten valorar, no permiten hacer búsqueda, no permiten descubrir las propiedades. Los estudiantes no descubren las propiedades la visualizan, la reconocen e inmediatamente la van a olvidar.

Entrevistador: segunda pregunta ¿Cómo usted concibe el proceso de enseñanza-aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas planas?

Entrevistado: concebir yo creo que la concepción de las propiedades debe hacerse de forma gradual es decir de lo general a lo particular

Entrevistador: tercera pregunta ¿Considera que es necesario un cambio en la enseñanza de las propiedades de las figuras geométricas plana? Si su respuesta es afirmativa, ¿qué cambios metodológicos propone usted para este proceso?

Entrevistado: el cambio metodológico debe estar esencialmente dado en ver las figuras geométricas planas como conceptos y la formación de concepto es decir la aplicar la teoría de la actividad y los fundamentos psicológicos del enfoque histórico.

Entrevistador: Gracias, cuarta pregunta Seleccione las herramientas didácticas que usted utiliza/utilizó/utilizaría en las clases de geometría acerca de las propiedades de las figuras geométricas planas.

Medios Tecnológicos (Tablero inteligente, televisor, computador…)

Tablero y marcador

Software de Geometría Dinámica

Otras herramientas. ¿Cuáles?

Entrevistado: No soy ducto de las tecnologías, aunque reconozco su importancia como un medio para poder en primer lugar conjeturar o para tratar de llegar a posibles visualizaciones. Nosotros realmente utilizamos el método tradicional pizarrón y marcador.

Entrevistador: muchas gracias profesor**.**

La doctora Leonor Camargo y el doctor Martín Acosta utilizan como metodología en la enseñanza – aprendizaje de las propiedades de algunas de las figuras geométricas la combinación de los software dinámico (Cabri) y medios tradicionales. Los profesores ven la dificultad de no la enseñanza del tema en primaria.

Anexo 4. Encuesta para docentes de matemáticas

Encuesta de evaluación diagnóstica : El Proceso de Aprendizaje de la Propiedades de las Figuras Geométricas Planas con Cabri Geometre en los Estudiantes de Grado Sexto del Colegio Tibabuyes Universal (IED**)**

Por favor dedique 15 minutos a completar esta encuesta. La información obtenida servirá para conocer e identificar los diferentes procesos que se lleva a cabo en la enseñanza – aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas planas en estudiantes de grado sexto donde trabaja.

Docente su respuesta será tratada de forma CONFIDENCIAL Y ANÓNIMA, esta contribuirá para el mejoramiento acerca del proceso de aprendizaje de la Propiedades de las Figuras Geométricas Planas con Cabri II en los Estudiantes de Grado Sexto del Colegio Tibabuyes Universal.

1. ¿Qué metodología usted utiliza en la enseñanza de las propiedades de las figuras geométricas planas en grado sexto?

   ____

   ____

   ____

   ____

2. ¿Qué dificultades presenta el proceso de enseñanza – aprendizaje de las propiedades de las figuras planas en los estudiantes de grado sexto?

3. Mencione alguna de las causas que han ocasionado las dificultades anteriores.

4. Considera usted factible un cambio en la enseñanza del tema de las propiedades de las figuras geométricas en la escuela de hoy. Si su respuesta es negativa arguméntela, en caso de ser positiva mencione los cambios.

5. ¿Qué medios didácticos usted hace en el proceso enseñanza- aprendizaje en el aula?

Gracias

Se aplicó la encuesta a 20 docentes de la localidad 11 de Suba. El siguiente es el consolidado de las preguntas.

1. Qué metodología usted utiliza en la enseñanza de las propiedades de las figuras geométricas planas en grado sexto?

Hay 10 docentes que implementan en la metodología el software dinámico (Cabri o Geogebra) y la construcción de las figuras con regla, compás, transportador. También herramientas tradicionales cono figuras en cartulina y alfileres. Un docente maneja la indicción y la deducción.

2. ¿Qué dificultades presenta el proceso de enseñanza – aprendizaje de las propiedades de las figuras planas en los estudiantes de grado sexto?

Los estudiantes son perezosos, no están motivados, la no enseñanza de las propiedades de las figuras planas en primaria y el no manejo de regla, compás y transportador.

3. Mencione alguna de las causas que han ocasionado las dificultades anteriores.

Promoción de estudiantes sin las competencias necesarias para ese nivel, los estudiantes no utilizan las herramientas de compás, transportador y la regla y el poco tiempo que se le da a la geometría en primaria por priorizar la aritmética..

4. Considera usted factible un cambio en la enseñanza del tema de las propiedades de las figuras geométricas en la escuela de hoy. Si su respuesta es negativa arguméntela, en caso de ser positiva mencione los cambios.

Se deben implementar ambientes de aprendizaje mediados por las TIC, los software dinámicos como geogebra y material didácticos

5. ¿Qué medios didácticos usted hace en el proceso enseñanza- aprendizaje en el aula? __utilizar programas como: Geogebra, Cabri y Derive. Utilizar Material didáctico como: juegos, construcciones con origami, o con los instrumentos de regla, transportador y compás.

Anexo 5. Evaluación Inicial de Geometría

Evaluación Inicial de Geometría para el trabajo de Investigación "El Proceso de Aprendizaje de la Propiedades de las Figuras Geométricas Planas con Cabri II en los Estudiantes de Grado Sexto del Colegio Tibabuyes Universal (IED)**".**

Nombre:________________________Curso: 60_

Completa la siguiente tabla, realiza un dibujo debajo del nombre.

FIGURA	PROPIEDADES
Triángulo	
Cuadrado	
Rectángulo	
Rombo	

Trapecio	
Círculo	
Polígono Regular	

Los 130 educandos reconocen las cuatro figuras básicas (cuadrado, círculo, triángulo y rectángulo. 50 estudiantes reconocen el rombo, trapecio. Utilizan términos como puntas y esquinas.

Anexo 6. Solución de Actividades.

GUÍA DE SOLUCIÓN DE ACTIVIDAD "EL MUNDO DE LOS TRIÁNGULOS"

Herramienta 1(H1): Papel cuadriculado

Herramienta 2(H2): Regla, escuadras, transportador y compás

Herramienta 1(H3): Programa Cabri II

Problema 1

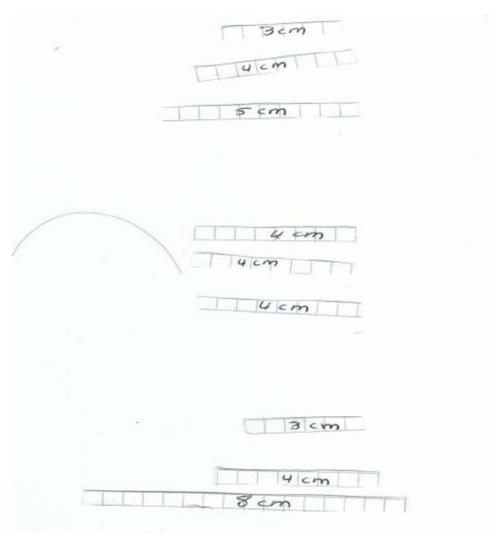
Lectura de Motivación: El poder del triángulo.

El poder del triángulo es que le da fortaleza a las estructuras y no se deforma.

Otro poder es que lo utilizan en la astrología y en la representación de Dios la Trinidad

Problema 2.2

H1

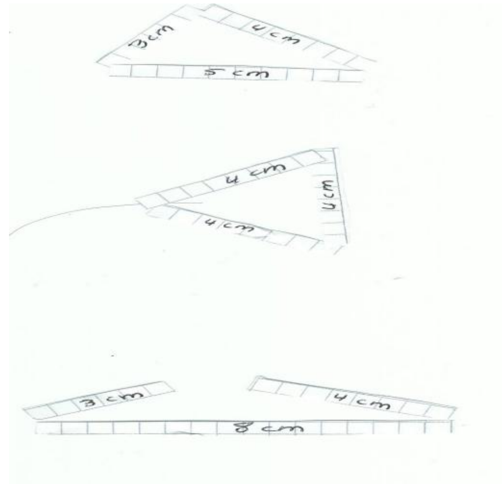
Construcción de la Figura Se traza tirillas de papel cuadriculado para formar tres triángulos, con medidas, (3,4,5), (4,4,4) y (3,4, 8), como lo indica la figura. Se forma los triángulos con las medidas (3,4,5) y (4,4,4) y no se logró formar el triángulo (3,4,8) como se ve en la figura	

<table>
<tr>
<td>

Conclusión

El lado de un triángulo es igual o menor a la suma de los otros dos lados del triángulo.

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

H2

<table>
<tr>
<td>

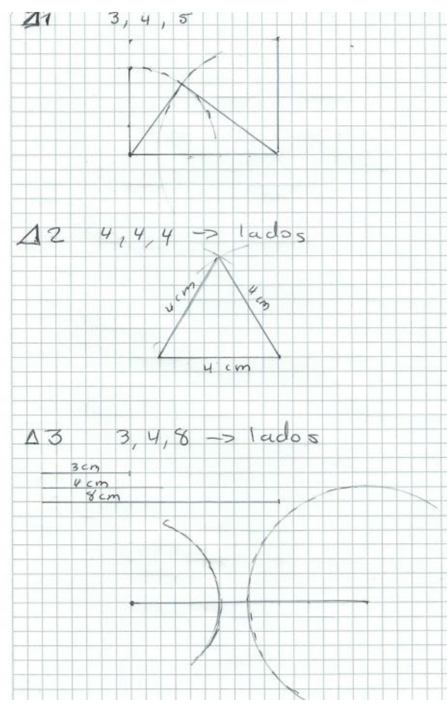
Construcción de la Figura

Se construye cada triángulo con regla y compás

Conclusión

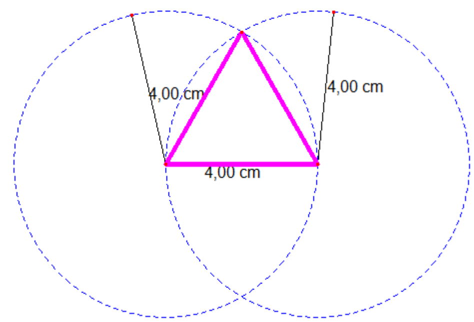
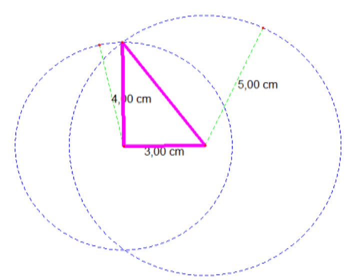
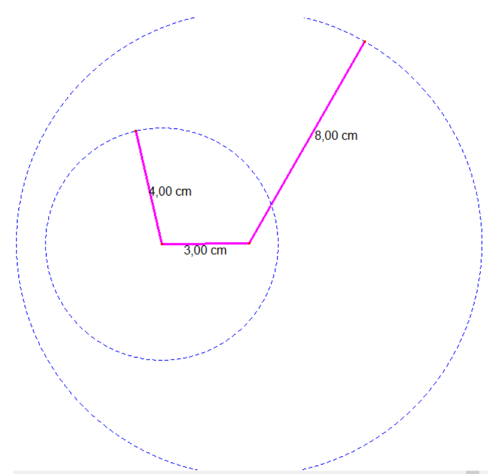
El lado de un triángulo es igual o menor a la suma de los otros dos lados del triángulo..

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

H3

Construcción de la Figura	
Se traza 3 segmento por cada triángulo con sus respectivas medidas. Se inicia con el triángulo 1 trazando un segmento de 3cm. De uno de los extremos se traza un segmento de 4 cm y del otro extremo un segmento de 5cm, luego círculos con centro en cada extremo del primer segmento y con radio de 4cm y 5 cm finalizamos formando el triángulo rosado con la función polígono como lo muestra la figura. Se obtiene el segundo triángulo equilátero rosado donde la medida de los lados es igual rectángulo como se muestra en la figura. En la última figura no se intersectan los círculos. **Conclusión** Un lado del triángulo es menor que la suma de los otros dos.	  

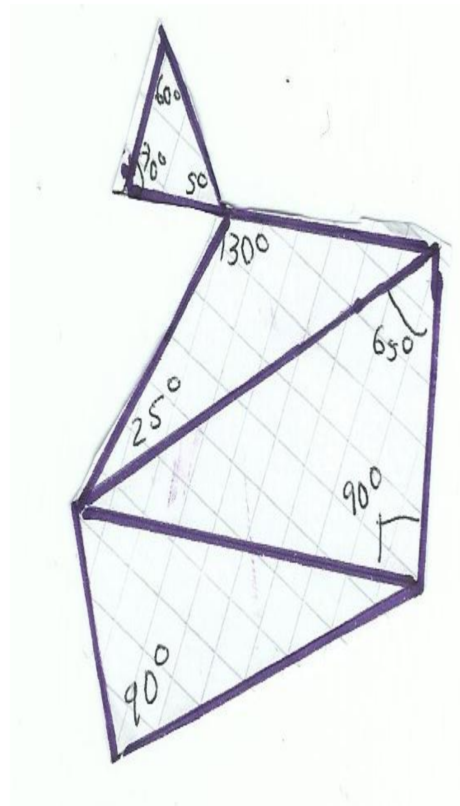
Problema 4

H1

Construcción de la Figura

Con la herramienta de regla y transportados se construye la figura a partir del triángulo rectángulo hasta el triángulo superior hasta obtener la figura y luego se recorta.

Se obtiene la medida de los ángulos de cada triángulo realizando los respectivos dobleces y en algunos casos aplicando la propiedad que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180°, mostrado en la figura.



Conclusión

Se forman 2 triángulos rectángulos por tener un ángulo de 90°, triángulo isósceles por tener dos ángulos iguales y triangulo escaleno por tener los lados diferentes.

H2

<table>
<tr>
<td>

Construcción de la Figura

Con la herramienta de regla y transportados se construye la figura a partir del triángulo rectángulo hasta el triángulo superior hasta obtener la figura y luego se recorta.

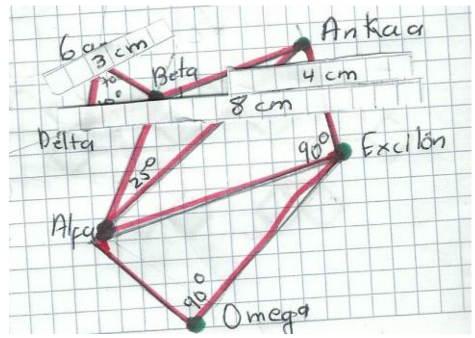
Se obtiene la medida de los ángulos de cada triángulo realizando la respectiva medida por medio del transportador, mostrado en la figura.

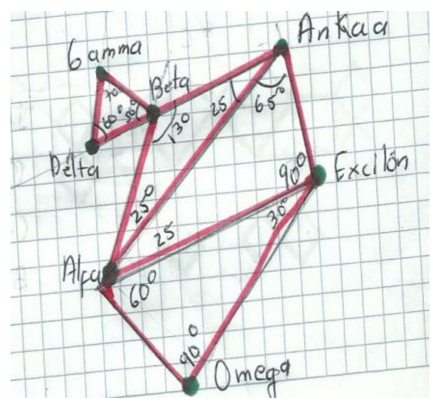
Conclusión

Se forman 2 triángulos rectángulos por tener un ángulo de 90°, triángulo isósceles por tener dos ángulos iguales y triangulo escaleno por tener los lados diferentes.

La suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180°.

</td>
<td>





</td>
</tr>
</table>

H3

<table>
<tr>
<td>

Construcción de la Figura

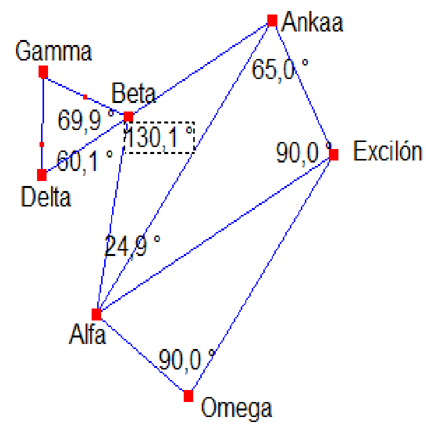
Se traza un segmento, de un extremo de este se traza una perpendicular luego se forma el triangulo rectángulo, sobre la hipotenusa trazo otro triángulo rectángulo con un ángulo de 65° y voy formando la figura dada en el ejercicio formando los demás triángulo por medio de segmentos con los ángulos dados, para finalizar en cada punto lo nombramos con las estrellas del Ave Fenix como lo muestra la figura.

Se obtiene la medida de los ángulos de cada triángulo como lo muestra la figura.

Conclusión

En cada triángulo la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180°.La figura consta de triángulos rectángulos y escalenos.

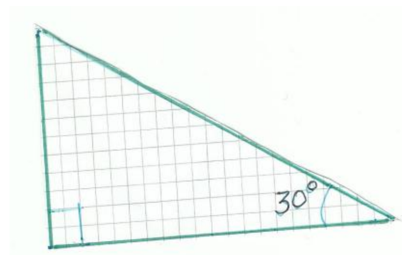
</td>
<td>

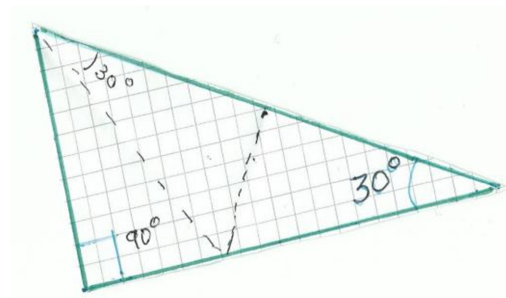


</td>
</tr>
</table>

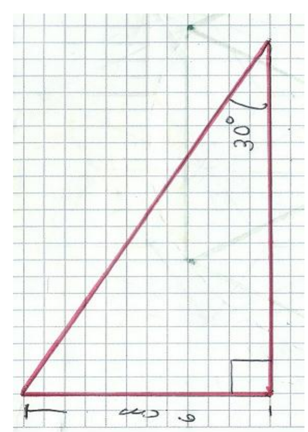
Problema 7

H1

Construcción de la Figura Se traza una vertical de 6 cm (asumiendo que cada cm equivale a 1 m, en escala). Del extremo inferior de esta vertical, se traza una perpendicular hacia la derecha (o izquierda). Usando la escuadra de 30° se traza un segmento que va desde el extremo superior de la vertical hasta la línea perpendicular (garantizando un ángulo de 30°). Luego se recorta la figura para trabajar con dobleces. Se hace coincidir el vértice del ángulo de 90° sobre la hipotenusa (lado más largo) del triángulo. El vértice del ángulo de 30° se hace coincidir con el ángulo restante del triángulo inicial, como lo indica la figura en los segmentos punteados. Se visualiza que el tercer ángulo del triángulo tiene una amplitud del doble del ángulo de 30° y la hipotenusa es el doble del cateto menor.	

Conclusión En un triángulo rectángulo donde uno de sus ángulos es de 30°, el tercer ángulo tiene una amplitud de 60° y la longitud del lado mayor (hipotenusa) es el doble del cateto menor (12 cm en el ejemplo). Usando la cuadrícula del papel como referencia de medida, se puede calcular la longitud del 2do cateto (≈10.5 cm). La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°.	

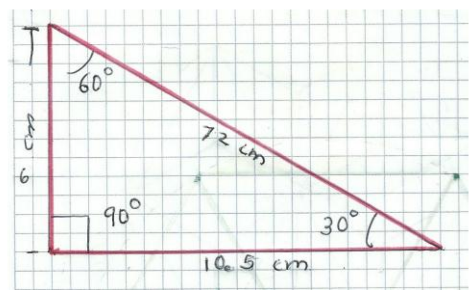
H2

Construcción de la Figura Con regla se traza una vertical de 6 cm (asumiendo que cada cm equivale a 1 m, en escala). Del extremo inferior de esta vertical, se traza una perpendicular hacia la derecha (o izquierda). Usando la escuadra de 30° se traza un segmento que va desde el extremo superior de la vertical hasta la línea perpendicular (garantizando un ángulo de 30°).	

<table>
<tr>
<td>Se miden los lados y el ángulo por medio de los instrumentos de medida (la regla y la escuadra de 30°) para obtener los elementos del triángulo rectángulo como se ve en la figura.

Conclusión

En un triángulo rectángulo donde uno de sus ángulos es de 30°, el tercer ángulo tiene una amplitud de 60° y la longitud del lado mayor (hipotenusa) es el doble del cateto menor (12 cm en el ejemplo). Usando la cuadrícula del papel como referencia de medida, se puede calcular la longitud del 2do cateto (≈10.5 cm).

La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

H3:

<table>
<tr>
<td>

Construcción de la Figura

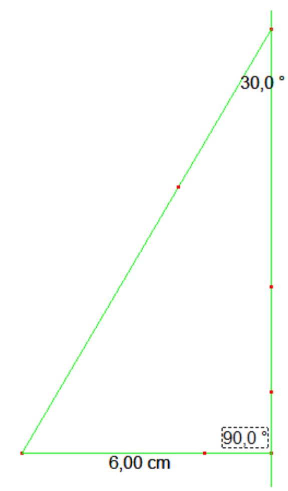
Se traza un segmento de 6 cm, luego una perpendicular a un punto extremo del segmento. Se une el otro punto extremo con un punto de la perpendicular para formar un ángulo de 30°, como lo muestra la figura.

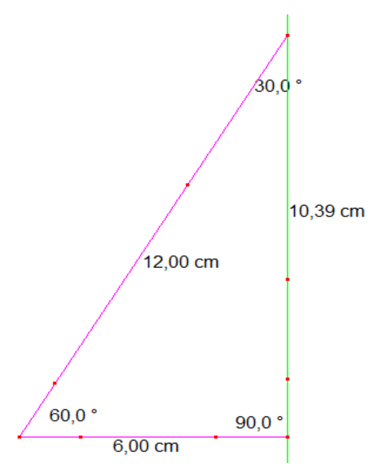
Se obtiene las medidas de los lados y de los ángulos del triángulo rectángulo usando la herramienta de medida de Cabri II, mostrado en la figura.

Conclusión

En un triángulo rectángulo donde uno de sus ángulos es de 30°, el tercer ángulo tiene una amplitud de 60° y la longitud del lado mayor (hipotenusa) es el doble del cateto menor (12 cm en el ejemplo). Usando la cuadrícula del papel como referencia de medida, se puede calcular la longitud del 2do cateto (≈10.5 cm). Se obtiene las medidas de los lados y de los ángulos del triángulo rectángulo usando la herramienta de medida de Cabri II, mostrado en la figura.

</td>
<td>





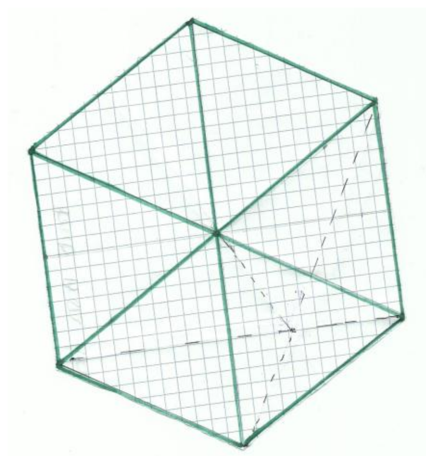
</td>
</tr>
</table>

Problema 9.

H1

Construcción de la Figura

Se construye un polígono regular con regla y compás: se traza un círculo con centro en una intersección de una de las cuadrículas y radio 7 cm. Se traza un segmento que pasa por el centro y divide al círculo en dos partes iguales. A partir de un extremo del segmento con el transportador mido ángulos de 60° en 60°, marcándolos sobre el círculo hasta llegar al punto de partida. Trazo segmentos uniendo los puntos contiguos que están sobre la circunferencia. Trazo diámetros que unan los puntos opuestos sobre la circunferencia hasta obtener la figura que se muestra.



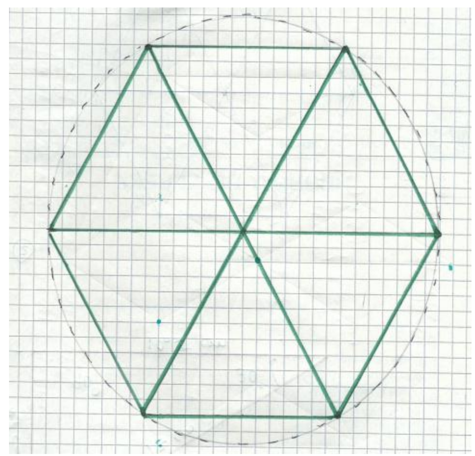
Se recorta la figura para empezar a trabajar con dobleces.

a. Se dobla por las diagonales del hexágono regular las líneas continuas y discontinuas para verificar que los triángulos que se forman son equiláteros (todos sus lados son iguales). Como resultado del mismo proceso se pueden obtener

los puntos notables de un triángulo equilátero (comprobando su coincidencia). b. Dado que se tomó como el ángulo base para la construcción uno de 60° entonces el primer ángulo del triángulo tendrá esta amplitud. Tomamos este vértice y lo hacemos coincidir con el centro de la circunferencia (doblez que coincide con línea discontinua). Se verifica visualmente que el segundo ángulo del triángulo coincide con el primero en su amplitud. Realizar el mismo proceso con el otro vértice exterior del triángulo para comprobar su amplitud. c. Dado que el radio de la circunferencia usada para hacer la construcción era de 7cm (comprobable por el conteo de cuadrículas) y usando el resultado del inciso a podemos concluir que los otros dos lados miden 7 cm también. Por medio de dobleces podemos comprobar que la mediatriz, la bisectriz, la altura y la mediana coinciden (son las mismas) en un triángulo equilátero. Esto hace que los puntos notables	

(circuncentro, incentro, ortocentro y baricentro) del triángulo equilátero coincidan. **Conclusión** Se forman triángulos equiláteros donde la medida de los lados es igual y la medida de sus ángulos es igual a 60°. La medida de 1 cm = 1m para el triángulo rectángulo y así obtener las medidas de los lados y ángulos de este. En el triángulo equilátero el incentro, el ortocentro, el baricentro y el circuncentro coinciden en un mismo punto.	

H2

Construcción de la Figura	
Se construye un polígono regular con regla y compás: se traza un círculo con centro en una intersección de una de las cuadriculas y radio 7 cm. Se traza un segmento que pasa por el centro y divide al círculo en dos partes iguales. A partir de un extremo del segmento con el transportador mido ángulos de 60° en 60°, marcándolos sobre el círculo hasta llegar al punto de partida. Trazo segmentos uniendo los puntos contiguos que están sobre la circunferencia. Trazo diámetros que unan los puntos opuestos sobre la circunferencia hasta obtener la figura que se muestra.	

<table>
<tr>
<td>

Se obtiene la medida de los lados y de los ángulos de los triángulos que formo las diagonales y de los ángulos internos de uno de los triángulos formados, mostrado en la figura por medio de regla y transportador, obteniendo las medidas que se ven en la figura..

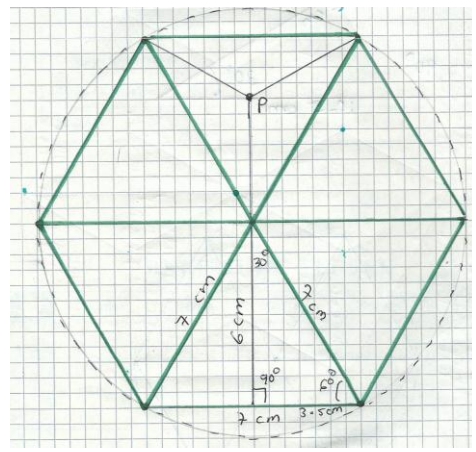
Conclusión

Se forman triángulos equiláteros donde la medida de los lados es igual y la medida de sus ángulos es igual a 60°.

La medida de 1 cm = 1m para el triángulo rectángulo y así obtener las medidas de los lados y ángulos de este.

En el triángulo azul el ortocentro, el baricentro coinciden en un mismo punto P.

</td>
<td>



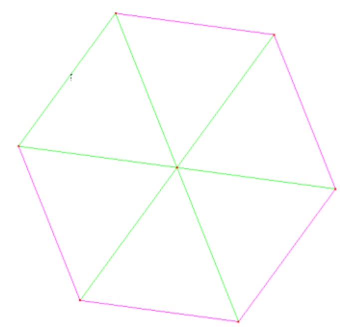
</td>
</tr>
</table>

H3

Construcción de la Figura

Con la herramienta polígono regular se traza un hexágono, luego las diagonales hasta obtener la figura.

Se obtiene la medida de los lados y de los ángulos de los triángulos que formo las diagonales y de los ángulos internos de uno de los triángulos formados, mostrado en la figura.

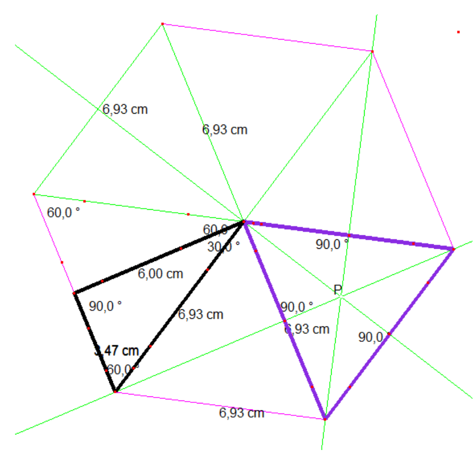


Conclusión

Se forman triángulos equiláteros donde la medida de los lados es igual y la medida de sus ángulos es igual a 60°.

La medida de 1 cm = 1m para el triángulo negro y así obtener las medidas de los lados y ángulos de este.

En el triángulo azul el ortocentro, el baricentro coinciden en un mismo punto P.

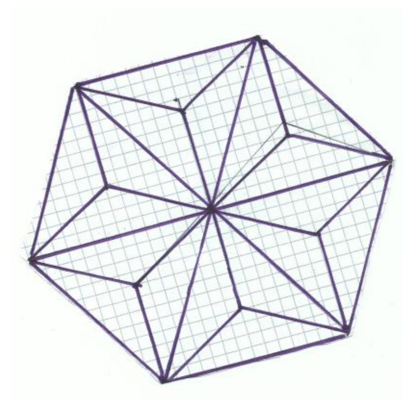


Ejercicio 10.

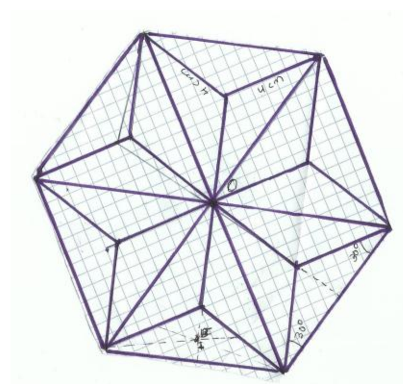
H1

Construcción de la Figura

Se construye un hexágono regular como se indicó en el ejercicio 2, luego se traza las diagonales y en el punto de corte de cada triángulo se traza segmentos a cada uno de los vértices de estos triángulos hasta obtener la figura, se recorta la figura para empezar a trabajar con dobleces.



Se obtiene la medida de los lados del triángulos isósceles que se muestra en la figura por medio de la cuadricula y de los ángulos iguales de 30° que es la mitad de uno de los ángulos internos del triángulo equilátero, como se muestra en la figura.



Conclusión

En cada triángulo equilátero se forma tres triángulos isósceles dentro de este, dos lados miden igual y los ángulo subtendidos con la base son iguales

En el triángulo isósceles el ortocentro, el baricentro, el incentro y circuncentro coinciden en una misma línea.

H2

Construcción de la Figura

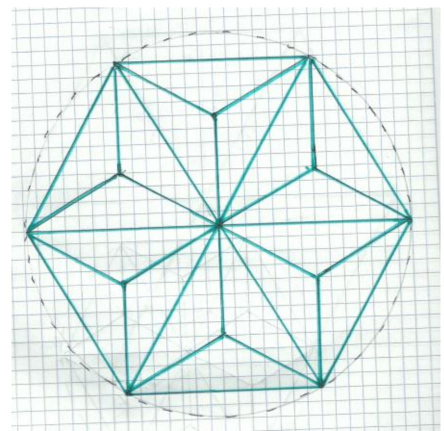
Se construye un hexágono regular como se indicó en el ejercicio 2, luego se traza las diagonales y en el punto de corte de cada triángulo se traza segmentos a cada uno de los vértices de estos triángulos hasta obtener la figura.

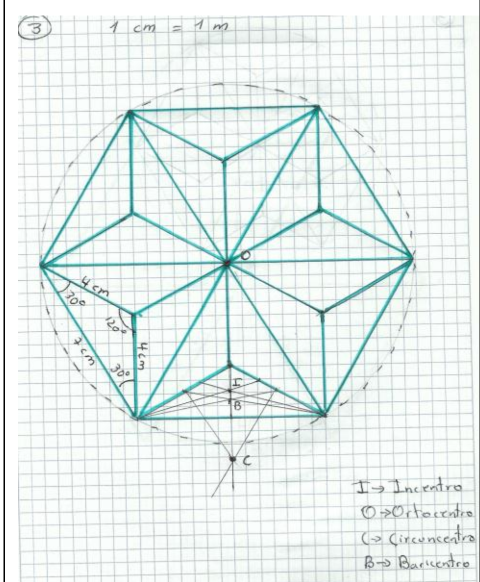
Se obtiene la medida de los lados y de los ángulos de los triángulos que formo las diagonales y de los ángulos internos de uno de los triángulos formados, mostrado en la figura por medio de los instrumentos de medición, además se obtienen los puntos notables del triángulo isósceles.

Conclusión

En cada triángulo equilátero se forma tres triángulos isósceles dentro de este, dos lados miden igual y los ángulo subtendidos con la base son iguales

En el triángulo isósceles el ortocentro, el baricentro, el incentro y circuncentro coinciden en una misma línea.





H3

Construcción de la Figura

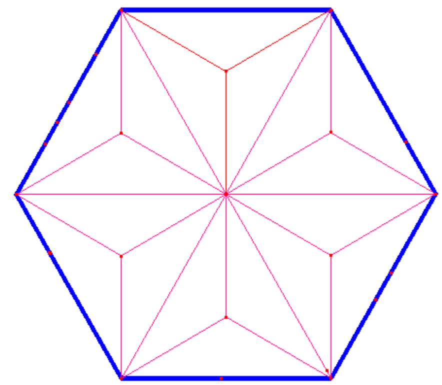
Con la herramienta polígono regular se traza un hexágono, luego las diagonales y en cada triángulo equilátero se traza segmentos para formar los tres triángulos internos hasta obtener la figura.

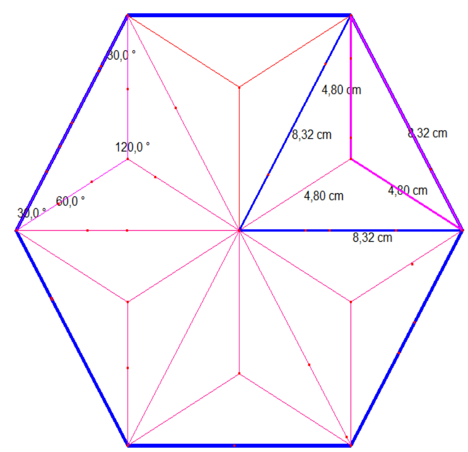
Se obtiene la medida de los lados del triángulo equilátero (azul) y del triángulo isósceles (rosado) se obtiene la medida de los lados y los ángulos, mostrado en la figura superior.

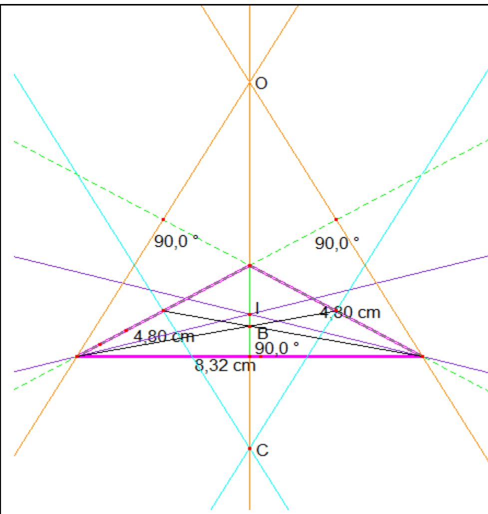
Aparte se construye un triángulo isósceles y se traza las líneas notables del triángulo con un color diferente, figura inferior.

Conclusión

En un triángulo equilátero la medida de sus ángulos y de sus lados es igual,





respecto al triángulo isósceles dos lados son iguales y los ángulos formados por cada uno de los lados iguales y su base son iguales. Los puntos de corte de las líneas notables del triángulo están sobre una misma línea. Incentro y el baricentro se encuentran dentro del triángulo y en el exterior del triángulo están el ortocentro y el circuncentro.	

En el CD se anexa la solución de las otras actividades

Anexo 7. Encuesta de Satisfacción

<u>Encuesta de satisfacción a estudiantes:</u> estudio del proceso de enseñanza-aprendizaje de las propiedades de las figuras geométricas planas a través de diferentes ambientes de aprendizajes en los Estudiantes Grado Séptimo Colegio Tibabuyes Universal (IED**)**

Apreciado estudiante, ya terminamos las actividades, a partir de su experiencia como participante, **responda las siguientes preguntas de 1 a 5, siendo cinco (5) la mayor calificación y uno (1) la menor calificación**. Por favor dedique 15 minutos a completar esta encuesta.

Estudiante su respuesta será tratada de forma CONFIDENCIAL Y ANÓNIMA, esta contribuirá para el mejoramiento acerca del proceso de aprendizaje de la Propiedades de Algunas de las Figuras Geométricas Planas con Cabri II en los Estudiantes de Grado Sexto del Colegio Tibabuyes Universal.

a. ¿Considera usted que la estructura de las actividades desarrolladas motivan el estudio de la geometría?

   1☐ 2☐ 3☐ 4☐ 5☐

b. ¿Cree usted que su desempeño en la asignatura de geometría mejoraría si actividades con esta estructura se repitieran con frecuencia?

   1☐ 2☐ 3☐ 4☐ 5☐

c. ¿Las actividades propuestas constituyeron un reto para usted?

1☐ 2☐ 3☐ 4☐ 5☐

d. ¿Considera usted que durante el desarrollo de las actividades se vivió un verdadero ambiente geométrico?

1☐ 2☐ 3☐ 4☐ 5☐

e. ¿Se sintió usted motivado a desarrollar los retos planteados en las actividades?

1☐ 2☐ 3☐ 4☐ 5☐

f. Finalizado el desarrollo de las actividades ¿Cree usted reconocer las propiedades de algunas de las figuras geométricas planas presentes en su entorno?

1☐ 2☐ 3☐ 4☐ 5☐

g. ¿Considera usted que el trabajo por equipos favoreció el desarrollo de las actividades y la construcción de conceptos?

1☐ 2☐ 3☐ 4☐ 5☐

h. ¿Considera usted qué el rol desempeñado por la docente durante el desarrollo de las actividades favoreció en el estudiantes la construcción de conceptos?

1☐ 2☐ 3☐ 4☐ 5☐

GRACIAS