

REPÚBLICA DE COLOMBIA
UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Doctorado en Educación Matemática

**EL TEOREMA DE BAYES EN EL PROCESO DE FORMACIÓN DE LOS
ESTUDIANTES DE MEDICINA. UNA HERRAMIENTA PARA SU ACTUACIÓN
PROFESIONAL**

Tesis presentada como requisito para optar al título de

Doctor en Educación Matemática

Mg. Luis Fernando Pérez Duarte

Bogotá D.C.

2016

REPÚBLICA DE COLOMBIA

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO

Programa de Doctorado en Educación Matemática

**EL TEOREMA DE BAYES EN EL PROCESO DE FORMACIÓN DE LOS
ESTUDIANTES DE MEDICINA. UNA HERRAMIENTA PARA SU ACTUACIÓN
PROFESIONAL**

Tesis presentada como requisito para optar al título de

Doctor en Educación Matemática

Mg. Luis Fernando Pérez Duarte

Director de tesis:

Pedro Agustín Monterrey Gutiérrez (PhD.)

Codirector:

Oswaldo Jesús Rojas Velázquez (PhD.)

Bogotá D.C.

2016

Nota de aceptación:

Firma del Presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bogotá D.C. Junio 11 de 2016

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo no habría sido posible sin una serie de personas a los que quiero agradecer enormemente la dedicación prestada, en primer lugar, al director de esta investigación, Doctor Pedro Monterrey y Codirector Doctor Osvaldo Jesús Rojas, que me han dirigido, supervisado y que se han preocupado hasta el último detalle para que este proyecto llegue al final, en un camino tan complicado, para llegar a ser Doctor.

Así mismo, agradezco la ayuda prestada por el resto de los docentes del Doctorado en Educación Matemática, por sus conocimientos, en especial al Dr. Mauro García Pupo, por sus consejos y acompañamiento en todo el proceso de formación desde la maestría hasta este punto.

A mi madre, padre y hermana, por su interés y preocupación por mí, en todo este tiempo.

A mi esposa e hijos por estar ahí, siempre, en ésta y en todas las aventuras de mi vida, que han compartido los buenos y malos momentos.

DEDICATORIA

A mis padres, esposa, hijos y hermana.

Por su apoyo en todo momento, consejos, por su motivación constante, la cual me ha permitido lograr ser la persona que soy, pero más que nada, por su amor.

RESUMEN

El teorema de Bayes es tratado en los cursos de Bioestadística en las Carreras de Medicina, pero su presentación sigue las pautas de los libros de Estadística y en general no se vincula con los problemas de la práctica médica en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia. En este sentido se impone el perfeccionamiento del tema de Probabilidades, en el curso de Bioestadística en Medicina. En la investigación se implementa un modelo didáctico para fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje del teorema de Bayes, en los estudiantes de medicina de la Universidad Antonio Nariño, en el marco de las aplicaciones a las pruebas de diagnóstico en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia. Con la propuesta didáctica sustentada en el modelo se logra: aumentar la cantidad de estudiantes que utilizan correctamente el teorema de Bayes y la probabilidad total; crear redes conceptuales para mejorar las competencias en el uso de las probabilidades; facilitar la creación de mecanismos donde los estudiantes formulen heurísticas para dar solución a problemas prácticos del contexto de la medicina y preparar a los estudiantes para perfeccionar las decisiones clínicas, a partir de un conocimiento de las posibilidades de aplicación del teorema de Bayes en el proceso de diagnóstico clínico.

ABSTRACT

Usually Bayes Theorem is a component of any Biostatistics course in Medical Faculties around the world. The general practice is to teach the theorem following a mathematical point of view, in accordance to the way that the theorem is introduced in Probability and Statistics textbooks. This teaching procedure is not in accordance with the objectives and goals of medical education, which is based on the precept that clinical practice will be done according to the principles on Evidence Based Medicine.

In this thesis, a new teaching model for Bayes Theorem was developed in order to improve the Medical Education at Medical Faculty in the Antonio Nariño University. The new procedure considered the applications of Bayes Theorem in the interpretation of diagnostic test and clinical evidences in clinical diagnosis. The procedure was based on a heuristic way to achieve the theorem understanding. To achieve the objectives of the new teaching procedure, some modifications in the pedagogical procedures to teach previous concepts was done, with the additional gain that all the lessons in probability theory was improved.

The new proposal will improve the students' capabilities to analyze clinical evidences by means of probabilistic judgements.

TABLA DE CONTENIDO

PÁG.

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. ESTADO DEL ARTE	9
1.1. El proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística en la formación médica 9	
1.1.1.Elementos básicos en el diseño de un estudio	10
1.1.2.Bioestadística 1	10
1.1.3.Why and when do we need medical statistics?	11
1.1.4.Changes needed in style and content of teaching statistics to medical undergraduates	13
1.1.5.The Status of Educational Reform Efforts.....	14
1.1.6.Statistical thinking and its contribution to quality	15
1.1.7.Report of Workshop on Statistics Education.....	16
1.1.8.Reform-Oriented Teaching of Introductory Statistics in the Health, Social and Behavioral Sciences - Historical Context and Rationale	17
1.1.9.Statistics teaching in medical school: opinions of practising doctors.....	20
1.1.10. Caracterización del proceso de evaluación del aprendizaje del contenido estadístico en la carrera de Medicina	24
1.1.11. First Courses in Statistical Science: The Status of Educational Reform Efforts	25
1.1.12. Statistical thinking in empirical enquiry.....	26
1.2. El proceso de enseñanza-aprendizaje del Teorema de Bayes en la formación médica	27
1.2.1.Mesa Redonda Sobre la Enseñanza de la Estadística Bayesiana	29
1.2.2.Dificultades en la resolución de problemas que involucran el Teorema de Bayes. Un estudio exploratorio en estudiantes de psicología.....	30
1.2.3.Brief Report: Beyond Clinical Experience: Features of Data Collection and Interpretation That Contribute to Diagnostic Accuracy.....	32
1.2.4.Use of Influence Diagrams to Structure Medical Decisions.....	32
1.2.5.Statistical inference and experimental research. should we revise our educational practices.....	34
1.2.6.Razonamiento clínico: Su déficit actual y la importancia del aprendizaje de un método durante la formación de la competencia clínica del futuro médico	34
1.3. El Teorema de Bayes en la medicina	35
1.3.1.Teaching Bayes Theorem using Examples in Medical Diagnosis	36
1.3.2.El enfoque bayesiano: otra manera de inferir	36

1.3.3.Diagnostic Reasoning: Approach to Clinical Diagnosis Based on Bayes Theore ..	37
1.3.4.Local computations with probabilities or graphical structures and their application to expert systems	38
Conclusiones del Capítulo 1	38
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	40
2.1. Fundamentos filosóficos y psicológicos	40
2.2. Resolución de problemas	45
2.2.1. Aprendizaje Basado en Problemas.....	51
2.4. Probabilidad Subjetiva	66
Conclusiones del Capítulo 2	68
CAPÍTULO 3. DISEÑO METODOLÓGICO	69
3.1. Metodología de la investigación.....	69
3.1.1. Tipo o enfoque de investigación	69
3.1.2. Alcance del estudio	70
3.1.3.Población y muestra.....	71
3.1.4.Métodos, técnicas e instrumentos utilizados.....	71
3.2. Fases de la investigación	72
Conclusiones del Capítulo 3	75
CAPÍTULO 4. MODELO DIDÁCTICO	76
4.1. Diagnóstico de la situación inicial	76
4.1.1. Evaluación de conocimientos grupo control.....	76
4.1.2. Actitud de los estudiantes de medicina hacia la estadística.....	79
4.1.3. Encuesta a docentes universitarios, que impartan el curso de Bioestadística en las facultades de medicina	82
4.2. Fundamentos de los modelos didácticos	84
4.3. Modelo Didáctico para la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes.....	86
4.3.1. Fase 1. Fundamentos y diagnóstico del modelo didáctico	88
4.3.2. Fase 2. Resolución del modelo didáctico.....	95
4.4. Propuesta de didáctica	107
Conclusiones del Capítulo 4	119
CAPÍTULO 5. VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS	121
5.1. Análisis de los resultados del sistema de actividades para favorecer la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes.....	121

5.1.1.Primer taller “Tablas de Contingencia”	121
5.1.2.Segundo taller “Probabilidad I”	124
5.1.3.Tercer taller “Probabilidad II”	126
5.1.4.Cuarto taller “Independencia”	129
5.1.5.Quinto taller “Teorema de Bayes”	130
5.1.6.Sexto taller “Teorema de Bayes II”	134
5.1.7.Actividad evaluativa.....	135
5.1.8.Actitud de los estudiantes de medicina hacia la estadística.....	138
5.2. Análisis de la prueba final grupo control y experimental.....	139
Conclusiones del Capítulo 5	141
CONCLUSIONES	143
RECOMENDACIONES.....	149
BIBLIOGRAFÍA	150
ANEXOS.....	162
Anexo 1. Encuesta a docentes que imparten la asignatura de Bioestadística	162
Anexo 2. Cuestionario a estudiantes. Grupo control.....	163
Anexo 3. Actividad Evaluativa.....	166
Anexo 4. Encuesta a estudiantes que cursan la asignatura de Bioestadística	167
Anexo 5. Syllabus de Bioestadística	168
Anexo 6. Taller 1. Tablas de Contingencia	180
Anexo 7. Taller 2. Probabilidad I.....	182
Anexo 8. Taller 3. Probabilidad II.....	183
Anexo 9. Taller 4. Independencia	184
Anexo 10. Taller 5. Teorema de Bayes.....	186
Anexo 11. Taller 6. Teorema de Bayes II.....	188
Anexo 12. Ejercicios suplementarios	190

INTRODUCCIÓN

La Estadística está presente en las distintas áreas de la actividad humana, pues hoy en día tiene una destacada influencia, en las diferentes esferas de la vida. La simple lectura de un periódico requiere de conocimientos de Estadística para entender el significado de las tablas de datos y gráficas que aparecen en la prensa y que se refieren, por ejemplo, al consumo de bienes y servicios.

Específicamente en la medicina la presencia de la estadística ha adquirido gran relevancia en las últimas décadas. La carrera de medicina tiene como objetivo generar competencias necesarias para este fin; pero se ha demostrado que la enseñanza de la estadística no se articula con los saberes que se desarrolla en otros cursos, de tal modo que generan falencias en este aspecto¹.

Los procesos de razonamiento en los estudiantes de medicina, facilitan el desarrollo de destrezas para solución de problemas (Rancinh y Candreva, 1995)². Aspectos que son necesarios para la práctica médica. Uno de los contenidos estadísticos que contribuye a la formación del razonamiento médico, es el teorema de Bayes. Entonces es prudente introducir en las escuelas de medicina la enseñanza y aplicación de la probabilidad subjetiva y del teorema Bayes en los diagnósticos.

En 1763 se publicó *An essay towards solving a problem in the doctrine of chances*³.

En este artículo, Bayes estudió el problema de la determinación de la probabilidad de

¹ Tosleson, D. (1990). New pathways in general medical. The New England Journal Of Medicine, Massachusetts Medical Society.

² Rancich, A. y Candreva, A. (1995). Razonamiento Médico: Factor de problemas como estrategia de Enseñanza – Aprendizaje, Educación Médica Salud Vol 29 No. 3 -4, Recuperado el 9 de abril de 2014 en la URL: <http://hist.library.paho.org/Spanish/EMS/21763.pdf>.

³ Bayes y Price (1763). An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. Recuperable el 6 de febrero de 2016 en la URL: <http://rstl.royalsocietypublishing.org>, p.375.

las causas a través de los efectos observados, esto es la probabilidad de un suceso condicionado por la ocurrencia de otro suceso. Con esto resolvió el problema "de la probabilidad inversa"; su interpretación, desde el punto de vista de la aplicación del Teorema de Bayes, en el proceso de diagnóstico, es que la probabilidad a posteriori de un evento queda determinada por una probabilidad a priori, que se determina a partir de un juicio clínico inicial, que puede ser una valoración subjetiva, basada en la experiencia, o una medida de frecuencia, obtenida a partir de datos estadísticos, por ejemplo, las prevalencias de un evento. Este juicio inicial se modifica por una información adicional derivada, por ejemplo, de la aplicación de algún criterio de diagnóstico. A pesar que la esencia matemática del Teorema de Bayes, la adjudicación de las probabilidades a priori es un proceso en el cual el médico debe poner en práctica su juicio clínico, su experiencia, el conocimiento adquirido en su formación y los resultados más actuales de la investigación Biomédica. Este proceso permite fortalecer el desempeño del médico en la práctica profesional y unir la experiencia del profesional con los resultados de las pruebas médicas para el diagnóstico. Esta forma de unificar la experiencia, los resultados más actuales de la investigación, con las evidencias clínicas facilita la aplicación de los principios de la Medicina Basada en la Evidencia.

La Medicina Basada en la Evidencia⁴ es un criterio que se fundamenta en que las decisiones que corresponden a un uso racional, explícito, juicioso y actualizado de los mejores datos objetivos aplicados al tratamiento de cada paciente, en ella se requiere

⁴ Sackett, D., Rosenberg, W., Muir, J., Brian, R. y Richardson, W. (1996). Medicina Basada en la Evidencia: Lo qué es y lo qué no. Basado en un editorial de *British Medical Journal*. BMJ 1996; 312 (13 enero): 71-2. Recuperable el 5 de noviembre de 2014 en la URL: <http://www.infodoctor.org/rafabravo/mbe3.html#definicion>

la integración de la experiencia clínica individual con los mejores datos objetivos cuando se toma una decisión terapéutica. Este criterio se impone cada vez más en la actividad médica, y modifica la medicina tradicional al promover que la práctica médica se fundamente en datos científicos y no en suposiciones o creencias. Esta medicina se basa en la lectura crítica de la literatura biomédica y en la aplicación de métodos racionales, sustentado en los mejores datos, objetivos y en los resultados más actualizados de las investigaciones en el área, en la toma de decisiones clínicas o terapéuticas. Al tratar un paciente, siguiendo las pautas dictadas por la Medicina Basada en la Evidencia, el médico tiene una cierta certeza sobre su estado. Esta certeza está determinada por su experiencia y por los resultados e información obtenidos de la literatura médica, sobre la cual el médico puede definir las probabilidades a priori o prioris, después de la realización de los procedimientos de diagnóstico debe contrastar su juicio inicial con estas evidencias y modificar su conocimiento inicial. Esta situación es un problema de cálculo de probabilidades inversas y su solución queda determinada por la aplicación del Teorema de Bayes. Aunque los principios de la Medicina Basada en la Evidencia ganan adeptos día a día, esta forma de proceder basada en el Teorema de Bayes no es común en los análisis clínicos, pero su introducción enriquecería sustancialmente la práctica clínica.

Usualmente el teorema de Bayes es tratado en los cursos de Bioestadística en las Carreras de Medicina, pero su presentación sigue las pautas de los libros de Estadística y en general no se vincula con los problemas de la práctica médica en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia. El énfasis principal, en esos casos, es la explicación de las pruebas de diagnóstico y el significado de los valores

probabilísticos, que se utilizan para caracterizar su desempeño en el diagnóstico. En este sentido se impone el perfeccionamiento del tema de Probabilidades, en el curso de Bioestadística para Medicina. Se debe lograr que en este proceso se prepare a los estudiantes para perfeccionar las decisiones clínicas, a partir de un conocimiento de las posibilidades de aplicación del Teorema de Bayes en el proceso de diagnóstico clínico.

Las valoraciones anteriores conducen al siguiente **problema de investigación**: ¿Será posible utilizar el curso de Bioestadística para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes utilizando los fundamentos de la Medicina Basada en la Evidencia en los procesos de decisión clínicos? Se precisa como **objeto de estudio**: el proceso de enseñanza-aprendizaje de la bioestadística en la formación médica.

Se infiere como **objetivo general**: Implementar un modelo didáctico para fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes, en los estudiantes de medicina de la Universidad Antonio Nariño, en el marco de las aplicaciones a las pruebas de diagnóstico en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia.

Se plantean como objetivos específicos:

1. Identificar los elementos conceptuales básicos en la enseñanza del Teorema de Bayes en las carreras de Medicina, haciendo especial énfasis en los requerimientos que se derivan de las aplicaciones a problemas de la medicina basada en evidencias.

2. Modificar en el programa de la asignatura el Tema de Probabilidades para adecuarlo a los requerimientos que demanda el perfeccionamiento de la enseñanza del Teorema de Bayes.
3. Elaborar los objetivos, habilidades y capacidades que deben lograrse con la enseñanza del teorema de Bayes en el marco de sus aplicaciones a las pruebas de diagnóstico en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia.
4. Construir una colección de problemas retadores con aplicaciones del Teorema de Bayes, que permitan el logro de los objetivos, habilidades y capacidades que se determinen.
5. Elaborar una serie de problemas complementarios dirigidos al docente, para ser utilizado como notas de clases, que pauten el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes y que permita estandarizar a los profesores que dicten esta asignatura en el enfoque pedagógico que se desea lograr.

Acorde con el objetivo, el **campo de acción** se enmarca en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Teorema de Bayes en la materia Bioestadística en la formación médica.

Para el cumplimiento del objetivo y la solución del problema, se presentan la siguiente **hipótesis de Investigación**: La presentación del Teorema de Bayes en el curso de Bioestadística en la Universidad Antonio Nariño, en el contexto de problemas retadores, sobre la toma de decisiones clínicas o terapéuticas, donde se utilicen los resultados de pruebas de diagnóstico, contribuirá a fortalecer las capacidades de análisis de las evidencias por parte de los estudiantes de la carrera de Medicina.

En aras de dar cumplimiento al objetivo y lograr resolver el problema planteado, así como para guiar el curso de la tesis fueron propuestas las siguientes **tareas de investigación**:

1. Elaborar el estado del arte sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la bioestadística, específicamente del Teorema de Bayes en la formación médica.
2. Determinar los fundamentos teóricos y metodológicos sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la bioestadística, específicamente en la enseñanza del Teorema de Bayes, en el marco de sus aplicaciones a las pruebas de diagnóstico en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia.
3. Elaborar un modelo didáctico para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del Teorema de Bayes, en el marco de sus aplicaciones a las pruebas de diagnóstico en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia.
4. Elaborar una metodología basada en el modelo, para su implementación en la práctica en los estudiantes de medicina de la Universidad Antonio Nariño.
5. Valorar la pertinencia del modelo propuesto y la viabilidad de la implementación de la metodología en la práctica.

El **aporte teórico** de la tesis está dado en un modelo didáctico, donde se integra la resolución de problemas retadores inmersos en situaciones médicas, la contextualización al desempeño profesional del médico y la medicina basada en evidencias, para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes en los estudiantes de medicina. Con el modelo se espera facilitar la construcción de un significado robusto, sobre la temática y así mejorar el razonamiento de los estudiantes de medicina, que le permitan tomar las mejores decisiones para adquirir

competencias en el manejo de variables, generando hipótesis y realizando análisis y síntesis en todos los procesos, que conllevan a la resolución de un problema en el campo de la medicina. Este proceso propicia la comprensión sobre las aplicaciones del teorema de Bayes en el ámbito de las ciencias médicas.

El **aporte práctico** de la tesis se basa en: Una propuesta didáctica sustentada en el modelo didáctico para la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes. Además de una serie de talleres, para la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes en el aula, que propicie la adquisición de habilidades por parte de los estudiantes, en la identificación de las probabilidades a priori y posteriori, que permitan mejorar las perspectivas en la toma de decisiones en problemas clínicos.

Además se pretende construir una colección de problemas retadores con aplicaciones del Teorema de Bayes, que permitan el logro de los objetivos propuestos.

La **estructura de la tesis** está conformada por una introducción, cinco capítulos, conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos. En el Capítulo 1. Estado del arte, se presenta un buen número de investigaciones relacionadas con el este tema, que se constituyen en referentes fundamentales para el desarrollo del trabajo. En el Capítulo 2. Marco teórico, se presentan los fundamentos filosóficos y psicológicos, consideraciones sobre la resolución de problemas y su aprendizaje; también aspectos conceptuales sobre la Probabilidad Subjetiva. En el Capítulo 3. Diseño metodológico, se presenta la metodología utilizada, los instrumentos de recolección de información y las fases desarrolladas en este estudio. En el Capítulo 4. Modelo didáctico, se describe el modelo didáctico y su implementación. En el Capítulo

5. Valoración de los resultados, se describen los resultados obtenidos al aplicar las fases del modelo didáctico a estudiantes de la carrera de medicina.

CAPÍTULO 1. ESTADO DEL ARTE

En este capítulo, partiendo de las aplicaciones de la Estadística en las Ciencias Biomédicas, se analizan diferentes perspectivas de la necesidad de enseñar Estadística en el pregrado de las Especialidades de Medicina, así como los objetivos que distintos autores plantean que se deben lograr con su enseñanza. En este contexto se identifican los enfoques metodológicos, que se aplican en la actualidad en la Enseñanza de la Estadística a los Estudiantes de Medicina y se analiza su pertinencia en el contexto de los objetivos a lograr. También se precisan las principales barreras o dificultades, que se presentan en el proceso docente y se valora de forma especial el tratamiento que recibe el Teorema de Bayes.

A continuación, se realiza un análisis de la filosofía y características del método bayesiano y sus aportes para mejorar la práctica clínica. En este sentido se enfatiza cómo se inserta en los programas de esas universidades el tratamiento de la probabilidad condicional y el Teorema de Bayes.

1.1. El proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística en la formación médica

La estadística es una ciencia que se utiliza para la recolección de datos, para posteriormente analizarlos e interpretarlos y llegar a una conclusión sobre el tema o el fenómeno al cual se decidió estudiar. Esta recolección de datos, es llevada a cabo por una serie de procedimientos, los cuales intentan dar una información con la mayor certeza posible, bien sea para conocer una situación o intentar resolverla. A continuación, se analizan algunas de las investigaciones que abordan el proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística en la formación médica.

1.1.1. Elementos básicos en el diseño de un estudio⁵

Según Fernández (1996) la estadística es un instrumento fundamental de la epidemiología, indispensable para la realización de interpretaciones de datos, que arrojan los fenómenos de esta disciplina. Esta ciencia se reconoce cada vez más como la ciencia básica tanto de la salud pública, como de las ciencias clínicas.

La mayoría de programas universitarios de ciencias médicas incluyen a la Epidemiología dentro de sus currículos. Es precisamente la materia que permite la enseñanza de una disciplina de salud como una ciencia y que la diferencia realmente de una formación técnica. La Epidemiología establece todas las reglas y razonamientos para la investigación en las ciencias médicas y además asume dentro de sus competencias el estudio de la distribución y los determinantes de las diferentes enfermedades (Fernández, 1996). El autor de esta tesis considera importante los criterios planteados en esta investigación, pues le da relevancia al estudio de la Bioestadística en la formación médica, al brindar las herramientas fundamentales para entender los estudios de epidemiología.

1.1.2. Bioestadística 1⁶

En el campo de las investigaciones de las ciencias médicas se percibe que la Estadística no sólo es una colección de fórmulas matemáticas, sino que se convierte en la única herramienta que permite obtener respuestas a las preguntas de investigación en cualquier tipo de estudio cuantitativo. Por lo cual se puede, definir la

⁵ Fernández, P. (1996). Elementos básicos en el diseño de un estudio. Cad Aten Primaria; 3:83-85.

⁶ Norman, G. y Streiner, D. (1996). Bioestadística. 1 ed. Editorial Mosby/Doyma. Madrid.

estadística como la ciencia que estudia de qué manera se puede emplear la información y cómo dar una guía de acción en situaciones prácticas que entrañan incertidumbre (Norman y Streiner, 1996).

El autor de esta tesis considera importante los criterios planteados por el investigador, ya que la medicina no se puede tomar como una ciencia exacta, porque en los procesos de diagnóstico siempre está presente la incertidumbre y una forma de cuantificarla es mediante las probabilidades y el planteamiento de hipótesis, que permite la formulación de modelos, como el Bayesiano.

Por la importancia que tiene la estadística en la actualidad en las diferentes ciencias, a continuación, se exponen algunas investigaciones que responden al interrogante: ¿para qué estudiar Estadística en las ciencias médicas?

1.1.3. Why and when do we need medical statistics?⁷

Según Leung (2002) el aprendizaje de la estadística brinda ventajas al médico, ya sea para mantenerse actualizado o para dedicarse a la investigación.

El conocimiento de la estadística aplicada puede ayudar al profesional de la salud a interpretar mejor los resultados de artículos científicos, permite comprender muchos de los términos técnicos que se encuentran en ellos y poder extraer juicios críticos. En muchas ocasiones a los médicos les cuesta realizar interpretaciones de resultados de investigaciones, en otras palabras, comprender la forma y el alcance de los resultados que se presentan, y se ven obligados a inferir lo mismos que propone el autor del

⁷ Leung, W. (2002). Why and when do we need medical statistics? Student BMJ 2002; 10:227-228.

artículo, pero no a realizar juicios críticos y en ocasiones no se poseen los conocimientos suficientes para interpretar los objetivos.

Hay que recordar que el proceso de lectura crítica exige el manejo de conceptos epidemiológicos y de estadística. Por otro lado, las investigaciones epidemiológicas, tanto descriptivas, analíticas o experimentales dependen de la estadística en casi todas las fases de su desarrollo.

Leung (2002) afirma que actualmente en las universidades la investigación ha comenzado sustituir los métodos tradicionales de la docencia, siendo el eje central de los currículos. Entre las razones para este cambio en la formación de los futuros médicos, es que la investigación exige que el estudiante piense y desarrolle su creatividad para la resolución de problemas y no depende de una memorización mecánica como las modalidades tradicionales de la docencia, sino que le permite al alumno desarrollar sus propias aptitudes analíticas y críticas hacia la ciencia en general y su disciplina en particular. Lo que conlleva a que la estadística tome un papel primordial en el desarrollo de los currículos de las facultades de medicina.

Esto llevaría al cambio de actitud de los estudiantes de las facultades de medicina, que consideran a la estadística como una asignatura que no es muy útil.

El autor de esta tesis comparte las conclusiones a las que llegó el investigador, pues al crear nuevos modelos de enseñanza centrados en el estudiante se logra una motivación que facilita el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística y además se minimizan las dificultades por los bajos niveles de competencias matemáticas, con que llegan los estudiantes a la universidad y de la cual han tratado

de refugiarse en ciencias de la salud, en las cuales pensaron no volver a ver nunca un número.

Pero una de las deficiencias encontradas en esta investigación, es que plantea la importancia de la estadística en la formación del médico, pero no plantea ningún modelo para mejorar y facilitar la adquisición de las competencias básicas de esta ciencia.

1.1.4. Changes needed in style and content of teaching statistics to medical undergraduates⁸

Indrayan (1996) expresa que las ciencias médicas se enfrentan a la variabilidad y la incertidumbre, al tomar decisiones importantes para el bienestar del paciente. Desde este punto de vista, la ciencia estadística toma relevancia para incidir sobre las ciencias médicas.

En los últimos años los movimientos de reforma en la educación estadística han ido encaminados a la enseñanza de los contenidos y no al análisis de datos, que es la razón de ser de la estadística en la medicina. Un aspecto principal del movimiento de esta reforma es el enfoque en los conceptos, el razonamiento y el desarrollo del pensamiento estadístico.

Indrayan (1996) manifiesta que la actitud negativa de los estudiantes de medicina hacia la estadística, puede atribuirse a los temas tradicionales, ajenos a las ciencias

⁸ Indrayan A. (1986). Changes needed in style and content of teaching statistics to medical undergraduates. Department of Statistics. The Ohio State University Columbus, Ohio, U.S.A. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. Volume 17, Issue 1, 1986. Recuperable el 03 de abril de 2014 en la URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020739860170113#.U6r0G_I5OH4

médicas, por lo cual surge la necesidad de utilizar un lenguaje médico. El papel de esta ciencia no es plenamente apreciado en la formación del futuro médico, si no se hace notar su aplicabilidad en el desarrollo de la profesión. En una lista de 18 temas clasificados por estudiantes de medicina británicos, según el interés, utilidad y facilidad, la estadística ocupó el último rango.

Además, plantea que los docentes de las escuelas de medicina de Estados Unidos y Canadá, perciben que los estudiantes simplemente toleran sus cursos. Esta actitud negativa podría atribuirse a dos razones básicas.

En primer lugar, no es tan importante la enseñanza de estadística con epidemiología en muchas escuelas de medicina. No se hace ver que los métodos estadísticos tienen un significado especial para la epidemiología y que no se pueden separar.

En segundo lugar, se está tratando de impartir educación estadística en las facultades de medicina a través metodologías tradicionales y cubriendo los temas de: medidas de tendencia central, cuartiles, medidas de dispersión, la distribución normal y otras distribuciones, errores tipo I y II. También se toman, algunos aspectos de la probabilidad y se ha excluido deliberadamente la parte epidemiológica, la morbilidad, la mortalidad, la fecundidad, entre otros.

1.1.5. The Status of Educational Reform Efforts⁹

Butler (1998) "*... sugiere que, a pesar del creciente número de estudiantes de medicina y ciencias de la salud que completan los cursos de estadística, estos no suelen utilizar*

⁹ Butler, R. (1998). The Status of Educational Reform Efforts. *Journal of Statistics Education Volume 10, Number 3*. University of Minnesota, University of Iowa, University of New Mexico. (2003).

*métodos estadísticos en el desarrollo de su profesión, cuando lo realizan, los resultados no son satisfactorios*¹⁰.

Esto puede ser debido a la forma en que los cursos de estadística, que tradicionalmente se han enseñado, están orientados con metodologías tradicionalistas, centrados en el manejo de fórmulas y cuando hay utilización de elementos computacionales, se centra simplemente en la obtención de unos resultados numéricos sin ningún contexto y se deja a un lado el desarrollo de las habilidades y el conocimiento compartido.

Es criterio del autor de esta tesis, que si bien un curso de estadística no puede hacer que los estudiantes novatos sean expertos en estadística, al concluir este, puede ayudar a que los estudiantes desarrollen el pensamiento estadístico, que deben ser capaces de aplicar a situaciones del mundo real.

1.1.6. Statistical thinking and its contribution to quality¹¹

Según Snee (1990) el pensamiento estadístico entendido como el proceso que reconoce que la variación está presente en todas las actividades y que permite mejorar la toma de decisiones al médico en ejercicio y donde éste observa que todos los procesos del desarrollo clínico están interconectados, permitiéndole identificar, cuantificar, controlar y así reducir la variación que proporciona oportunidades de mejora.

¹⁰ Butler, R. (1998). The Status of Educational Reform Efforts. *Journal of Statistics Education Volume 10, Number 3*. University of Minnesota, University of Iowa, University of New Mexico. (2003).

¹¹ Snee, R. (1990). "Statistical thinking and its contribution to quality" *The American Statistician*, 44, 116-121.

El autor de esta tesis plantea que a estas situaciones es a la que hay que llevar a los estudiantes en un curso de estadística, desarrollando competencias que les permitan reconocer que dichas variaciones se producen en casi todo y que esto le permite responder a diversas situaciones en su vida profesional. Aspectos importantes que determinan los resultados del aprendizaje.

1.1.7. Report of Workshop on Statistics Education¹²

Hogg (1992) propone tres categorías en el desarrollo de las competencias estadísticas: aprendizaje (comprensión de los estudiantes, el razonamiento, el pensamiento), persistencia (estudiantes que llevan a utilizar sus conocimientos y habilidades estadística después de salir del curso), y las actitudes y creencias (sobre el valor y la importancia de las estadísticas y sobre sí mismos como estudiantes y usuarios de estadísticas). Por lo tanto, los cursos deben tratar de inducir actitudes positivas hacia la estadística y reforzar el uso al mundo real para aumentar sus posibilidades de utilización de las estadísticas para su preparación profesional.

Hogg (1992) diseñó los objetivos de un curso para desarrollar el pensamiento estadístico, donde se centra en el proceso de aprender hacer preguntas adecuadas y cómo recopilar datos de forma eficaz, cómo resumir e interpretar la información obtenida, y la forma de entender las limitaciones de las inferencias estadísticas. Su propuesta para el desarrollo de un curso de estadística se centra en:

1. Hacer hincapié en los elementos del pensamiento estadístico:
 - La necesidad de datos.

¹² Hogg, R. (1992), "Report of Workshop on Statistics Education" in *Heeding the Call for Change*, ed. L. Steen, MAA Notes No. 22, Washington: Mathematical Association of American, 34-43.

- La importancia de la producción de datos.
 - La variabilidad de los datos.
 - La importancia de la medición y modelización.
2. Incorporar más datos y conceptos, menos fórmulas matemáticas y minimizar los cálculos y gráficas. Un curso de estadística depende de:
- Datos reales.
 - La resolución de problemas en grupo y la discusión.
 - Ejercicios de laboratorio.
 - Demostraciones sobre la base de los datos obtenidos.
 - Presentaciones escritas y orales.
 - Proyectos, ya sea de grupo o individual.
 - Confiar en las computadoras.

Esta propuesta permite el alcance de las competencias básicas en cualquier curso de estadística. En esta investigación el autor se queda en indicar algunos aspectos que se deben tener en cuenta en el desarrollo de un curso de estadística, pero no plantea un modelo didáctico que permita alcanzar los objetivos propuestos en el desarrollo del pensamiento estadístico.

1.1.8. Reform-Oriented Teaching of Introductory Statistics in the Health, Social and Behavioral Sciences - Historical Context and Rationale¹³

Hassad (2009) afirma que la creciente importancia de la estadística, para la salud se debe en gran medida a la aparición de la medicina basada en la evidencia (MBE), que

¹³ Hassad, R. (2009). Reform-Oriented Teaching of Introductory Statistics in the Health, Social and Behavioral Sciences - Historical Context and Rationale. *International Journal of Social Sciences* 2009; 4(2): 132-137.

se define como "... *el uso consciente, explícito y juicioso de la mejor corriente de evidencia en la toma de decisiones sobre el cuidado de los pacientes*"¹⁴.

Para Hassad (2009) la MBE requiere, que los profesionales sean capaces de identificar, acceder y evaluar críticamente la investigación relevante, las pruebas de fiabilidad, validez, aplicabilidad, hacia el cuidado óptimo del paciente. La MBE ha facilitado la disponibilidad de una mayor accesibilidad cada vez más grandes a unas cantidades de datos de investigación. La proliferación de datos de la investigación de la salud, ciencias sociales y del comportamiento puede atribuirse al cambio en la tendencia epidemiológica de las enfermedades infecciosas, principalmente a las enfermedades no transmisibles predominantemente crónicas, como la diabetes, enfermedades del corazón, entre otras. Otro estímulo para el aumento de la actividad de investigación y producción de datos es la definición más amplia de la salud como "... *un estado de completo bienestar físico, mental y social y no solamente la ausencia de afecciones o enfermedades*"¹⁵.

En concreto, estos acontecimientos crearon una mayor necesidad y dieron más importancia a la investigación biomédica, lo que dio lugar a un amplio espectro de datos de diversa calidad y complejidad, y un desafío para la toma de decisiones, en el contexto de la atención al paciente. Tal valoración y utilización de los datos requieren competencias estadísticas, lo que lleva a que el profesional de las ciencias de la salud requiere una mayor preparación en esta ciencia.

¹⁴ Hassad, R. (2009). Reform-Oriented Teaching of Introductory Statistics in the Health, Social and Behavioral Sciences - Historical Context and Rationale. *International Journal of Social Sciences* 2009; 4(2): 132-137.

¹⁵ Definición dada por la Organización de las Naciones Unidas.

Además de la tendencia epidemiológica cambiante, y la definición ampliada de la salud, la importancia de la alfabetización estadística se agudiza por el cambio de paradigma en la atención del paciente asociado con el enfoque de atención primaria de la salud. En la atención primaria se pretende alcanzar un nivel básico de salud para todos, y hace hincapié en el trabajo en equipo multidisciplinar en lugar del modelo centrado en el médico tradicional. Este enfoque coloca la misma responsabilidad y rendición de cuentas para el cuidado del paciente en todos los profesionales de la salud, y no fundamentalmente en el médico.

Hassad (2009) afirma que una implicación primaria del paradigma del trabajo en equipo es que los profesionales de la salud y ciencias del comportamiento ahora deben estar equipados con los conocimientos y habilidades de estadística para que puedan evaluar de manera crítica los datos científicos en la fiabilidad, la validez y aplicabilidad a la toma de decisiones eficaces, en el contexto de atención de los pacientes. Por lo tanto, este nuevo modelo de atención a los pacientes exige el cambio, sobre todo en los programas de estudio de la salud y ciencias de la conducta, en cuanto a facilitar la comprensión de los estudiantes de la estadística y la investigación.

Hassad (2009) reafirma en su investigación, la importancia actual de la estadística para el médico en ejercicio, lo cual conlleva una mejora en la enseñanza de esta ciencia a los estudiantes de medicina, con propuestas novedosas que lleven a la perfección de las competencias estadísticas, un objetivo de esta investigación.

1.1.9. Statistics teaching in medical school: opinions of practising doctors¹⁶.

Según Fmiles, Price, Swift, Shepstone y Leinster (2010) los profesionales en medicina, deben adquirir algunos conocimientos de estadística durante su educación de pregrado.

Los autores afirman que los trabajos publicados para la enseñanza de la estadística, en los estudiantes de medicina han sido dominados por los estadísticos, con poca participación de los médicos que realmente utilizan los conocimientos y habilidades en el desarrollo de su profesión y además aducen que las necesidades de formación estadística de los médicos pueden haber cambiado debido a los avances en tecnología de la información y la comunicación (TIC) y la creciente importancia de la medicina basada en la evidencia. Este cambio se debe, a que se posee una mayor capacidad de información sobre los avances científicos en medicina y a la existencia de equipos de alta tecnología, que permiten un diagnóstico certero del paciente.

Los médicos de hoy en día utilizan la estadística y la probabilidad para una amplia gama de actividades, entre ellas: explicar los niveles de riesgo para los pacientes, el acceso a las guías clínicas y los resúmenes de las pruebas, la evaluación de marketing médico y material publicitario. También la emplean en interpretar los resultados de las pruebas de cribado, la lectura de las publicaciones de investigación de interés profesional en general, el uso de las publicaciones de investigación para explorar las

¹⁶ Fmiles, S., Price, M., Swift, L., Shepstone, L. y Leinster, S. (2010). Statistics teaching in medical school: opinions of practising doctors. BMC Medical Education 2010; 10(75). Recuperable el 25 de junio de 2014 en la URL: <http://www.biomedcentral.com/1472-6920/10/75> [access date 20-06-2014] ondo.

opciones de tratamiento y de gestión que no son estándar, y para el análisis de datos numéricos.

Por lo tanto, existe la necesidad de investigar los puntos de vista de la práctica de los médicos en cuanto a la formación estadística necesaria para llevarla a cabo en los estudiantes de medicina de pregrado, con base a su propio uso de estas habilidades en la práctica diaria. Criterios estos que serán tenidos en cuenta en esta tesis.

También se comparte el criterio, de que la introducción del aprendizaje basado en problemas (ABP) en las facultades de medicina actualmente, pues brinda la oportunidad para que integre ciertos contenidos de estadísticas a otros cursos y viceversa. En este proceso se debe lograr que los estudiantes perciban temas relevantes en el desarrollo del programa de estadística y donde juega un papel vital para la toma de decisiones.

Fmiles y otros (2010) indagaron en los médicos en ejercicio, acerca de la formación que recibieron en estadística en su pregrado y de la necesidad de estas competencias en su práctica diaria.

Los resultados indicaron que la mayoría no había reconocido el valor de la enseñanza en pregrado de la estadística y la probabilidad, pero en el ejercicio de su profesión habían encontrado posteriormente las habilidades relevantes.

Los participantes ofrecieron sugerencias informativas, en cuanto se podría haber mejorado su formación de grado, y por el contenido y la estructura de la enseñanza futura. Las respuestas fueron dominadas por el deseo de que los temas estadísticos sean más aplicados a la clínica y para la interpretación de la investigación. Uno de los

comentarios de los participantes en el desarrollo del cuestionario se refiere que: *"Trabajar como médico, con independencia de la actividad de investigación, es difícil sin ningún conocimiento práctico de las estadísticas"*¹⁷.

El autor de esta tesis resalta la importancia de garantizar que los estudiantes de medicina aprecien la relevancia del aprendizaje de las habilidades necesarias para la evaluación crítica de la literatura médica, competencia esta que la desarrolla la estadística y a las que se refieren Fmiles y otros (2010) en su trabajo.

Por su parte estos autores plantean ciertos criterios que se deben desarrollar en un curso de estadística en las facultades de medicina:

- Utilizar los resultados, para demostrar a los estudiantes que los médicos creen que el aprendizaje acerca de la probabilidad y la estadística, es relevante para su trabajo diario; y no sólo para aquellos médicos que tengan la intención de llevar a cabo su propia investigación.
- Destacar la gran variedad de áreas, en las que se requiere la estadística y conocimiento, habilidades relacionadas y beneficioso para el médico en ejercicio.
- Emplear ejemplos de cómo se utiliza la estadística y conocimientos, habilidades relacionadas en la práctica clínica diaria: por ejemplo, donde se explique los riesgos para los pacientes, comparando tratamientos potenciales e interpretar los resultados de las pruebas diagnósticas.

¹⁷ Fmiles, S., Price, M., Swift, L., Shepstone, L. y Leinster, S. (2010). Statistics teaching in medical school: opinions of practising doctors. BMC Medical Education 2010; 10(75). Recuperable el 25 de junio de 2014 en la URL: <http://www.biomedcentral.com/1472-6920/10/75> [access date 20-06-2014] ondo.

Todo esto conlleva a que la participación de los médicos, en la identificación de los materiales o de una enseñanza adecuada puede ser beneficiosa para demostrar aún más a los estudiantes la importancia de las estadísticas para el médico promedio. Por ejemplo, los profesores pueden utilizar la tecnología médica o publicitaria farmacéutica, como base para discutir con los estudiantes las implicaciones de la afirmación, de que un producto es "clínicamente probado" para ser eficaz. Los datos publicados originales detrás de esa afirmación, se podrían estudiar en tutoriales de clase y cuestiones como el diseño del estudio, la selección de participantes, tamaño de la muestra, estadística y significación clínica podrían ser discutidas con los estudiantes.

Además, Fmiles y otros (2010) proponen emplear como métodos de enseñanza las evidencias de investigaciones, las cuales pueden utilizarse como directrices para una recomendación de tratamiento específico. Este material de estudio, requiere que los estudiantes realicen meta-análisis de ensayos controlados aleatorios, con un debate dirigido por el docente con conceptos tales como:

- Tamaño del efecto, los intervalos de confianza, error muestral, la heterogeneidad y el sesgo de publicación.
- Integrar en la medida de lo posible con otros temas, de modo que la enseñanza estadística no se observe como autónomas, separadas de los demás elementos del currículo.
- Usar una variedad de métodos de enseñanza, para satisfacer tanto el estilo de aprendizaje de los estudiantes y la adecuación del método de contenido específico. Asegurándose de que parte de la enseñanza es práctica e interactiva. Por ejemplo, seminarios de debate, conferencias para visiones generales o

introducciones a un tema, materiales en línea para el auto-estudio dirigido o autoevaluación, juego de roles para la comunicación de riesgos, talleres basados en computadoras para las habilidades de manejo de datos específicos y prácticas de aula para al azar en ejercicios de muestreo.

El autor de esta tesis concluye que estos modelos llevan a que se prepare al futuro médico en la toma de decisiones sobre actividades preventivas, diagnósticas, terapéuticas y pronósticas basadas en cálculo de probabilidades que conlleven a delimitar la incertidumbre que envuelve la práctica de la medicina.

1.1.10. Caracterización del proceso de evaluación del aprendizaje del contenido estadístico en la carrera de Medicina¹⁸

Un aspecto fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística en la formación médica, es la actitud de los estudiantes, Espíndola et al. (2013) a continuación exponen el interrogante: ¿por qué a los estudiantes no les agrada estudiar Estadística?

Unas de las dificultades que manifiestan los estudiantes de medicina en el desarrollo del curso es la tendencia a reproducir contenidos y ha no razonar sus conclusiones. También muy pocos construyen preguntas, argumentos, valoran los procedimientos que realizan al resolver un problema. Además, no reconocen los errores que comenten al solucionar una situación, pues en “... *la evaluación del aprendizaje, los estudiantes en su mayoría solo alcanzan niveles reproductivos de asimilación...*”¹⁹.

¹⁸ Espíndola, A. et al. (2013). Caracterización del proceso de evaluación del aprendizaje del contenido estadístico en la carrera de Medicina. *Revista de Humanidades Medicas [online] 2013, vol.13, n.1.* pp.177-192.

¹⁹ *Ibidem.*

A pesar que los contenidos estadísticos en la carrera de medicina son esenciales, también juegan un papel importante en el desarrollo del conocimiento científico y por lo tanto su aprendizaje es necesario para una interpretación adecuada de la observación cuantitativa y de la investigación en medicina. Sin embargo, el carácter abstracto y el rigor matemático de esta ciencia, han llevado a que muchos estudiantes la consideren difícil, y que no reconozcan la aplicabilidad en su rama del saber. Criterios estos que se comparten en el desarrollo de esta tesis.

1.1.11. First Courses in Statistical Science: The Status of Educational Reform Efforts²⁰

Garfield, Hogg, Schau y Whittinghill (2002) ratifican que los cursos de introducción a la estadística siguen siendo el foco de las recomendaciones para los cambios en la educación estadística y que debe ser un tema de investigación primordial debido al gran número de estudiantes que ingresan a las facultades de medicina y que no pueden seguir con las mismas deficiencias encontradas en los médicos en ejercicio.

Una de las problemáticas en la enseñanza de la estadística, en las facultades de medicina es que los temas relevantes para la práctica clínica no se relacionan con el contexto médico, lo cual no permite el desarrollo del pensamiento estadístico.

Garfield, Hogg, Schau y Whittinghill (2002) proponen un modelo preliminar (ver Figura 1) que muestra los diversos factores que afectan los resultados de los estudiantes en el desarrollo de un curso de estadística.

²⁰ Garfield, J., Hogg, B., Schau, C. y Whittinghill, D. (2002). First Courses in Statistical Science: The Status of Educational Reform Efforts. *Journal of Statistics Education Volume 10, Number 2*. University of Minnesota, University of Iowa, University of New Mexico. (2002). Recuperable el 12 de abril de 2014 en la URL: www.amstat.org/publications/jse/v10n2/garfield.html

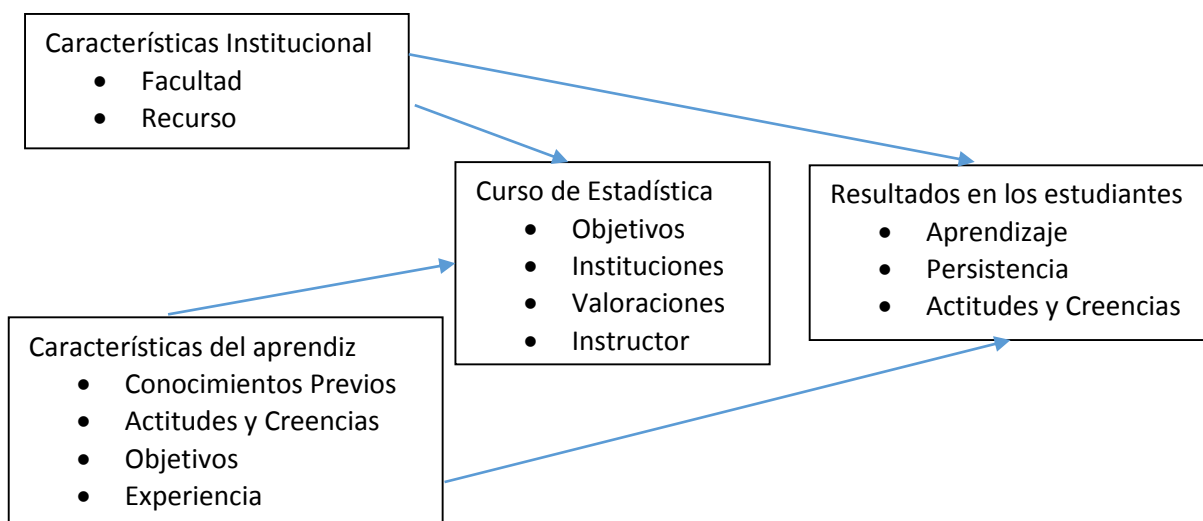


Figura 1. Modelo preliminar de Schau (2000).

El autor de esta tesis plantea que los hallazgos de estudio por sí solos no proporcionan suficiente evidencia, para informar sobre el desarrollo de un programa detallado acerca de la enseñanza en estadística de los estudiantes de medicina. Sin embargo, sí sugieren ciertos principios que deben aplicarse en el desarrollo de un currículo eficaz.

1.1.12. Statistical thinking in empirical enquiry²¹

Wild y Pfannkuch (1999) advierten, que "*el pensamiento estadístico*" es un término que no está claramente definido o comprendido y que evoca una vaga comprensión intuitiva de cómo los estadísticos piensan y resuelven problemas. Lo cual ha llevado a que se planteen modelos de enseñanza de la estadística.

Estos modelos en primer lugar reconocen la comprensión de la variación en las competencias de los estadísticos, su singularidad y métodos estadísticos, lo cual debe

²¹ Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223- 265.

llevar a un cambio de enfoque en la enseñanza de la estadística tanto en el contenido como en la entrega de esos conocimientos.

Un modelo para el desarrollo de estos contenidos es la utilización de proyectos, pues permiten a los estudiantes “aprender haciendo” y experimentar la utilidad del pensamiento estadístico y métodos en su campo de interés. Los proyectos también proporcionan un contexto y la conexión de los métodos estadísticos a su campo.

El autor de esta tesis, comparte algunos principios dados por Wild y Pfannkuch (1999), referidos a aquellos en que la enseñanza de la estadística debe estar dentro de un contexto, pero este desarrollo se puede realizar a través de talleres, donde se enfrenta al estudiante a problemas contextualizados, que le permitan la apropiación del contenido. Dichos problemas deben llevar al estudiante a pensar autónomamente, a indagar, a cuestionar, a razonar y a dar explicaciones a sus planteamientos, o sea deben constituir retos para los estudiantes.

1.2. El proceso de enseñanza-aprendizaje del Teorema de Bayes en la formación médica

1.2.1. Razonamiento Clínico: Su Déficit Actual y la Importancia del Aprendizaje de un Método durante la Formación de la Competencia Clínica del Futuro Médico²²

Rossmann y Short (1995) ratifican que el Teorema de Bayes es un tema primordial dentro de las reformas de la educación estadística, presentando en los cursos una

²² Rossmann, A. y Short, T. (1995). Razonamiento Clínico: Su Déficit Actual y la importancia del aprendizaje de un Método durante la formación de la Competencia Clínica del Futuro Médico. *Journal of Statistics Education* v.3, n.2 (1995). Recuperable el 15 de febrero de 2014 en la URL: <http://www.amstat.org/PUBLICATIONS/JSE/v3n2/rossman.html>

diversidad de problemas prácticos, interactivos y facilitando el uso de las TIC. Afirman que en la última década se ha desarrollado un movimiento de reforma a la educación estadística, donde se promueve el aprendizaje activo por parte de los estudiantes, haciendo hincapié en la comprensión conceptual de las ideas fundamentales de estadística, planteando aplicaciones atractivas que involucran datos reales para los estudiantes, llevándolos a la investigación y utilizar la tecnología como una ayuda hacia el logro de cada uno de estos objetivos.

En dichas reformas, temas tradicionales en probabilidad se sacrifican, en los textos estadísticos, a menudo, una breve introducción a las uniones e intersecciones, junto con las reglas correspondientes para los eventos disjuntos e independientes, son los contenidos previos que evidencian a los conceptos de probabilidad. La probabilidad condicional y el Teorema de Bayes se consideran opcionales en el mejor de los casos, pues no parecen ser necesarios para la comprensión del contenido estadístico posterior, ya que los restantes temas no utilizan estos conceptos.

Los autores demuestran en su trabajo que se puede aplicar de manera natural y poderosa el estudio de la probabilidad condicional, presentando unas aplicaciones a través de las cuales los estudiantes pueden desarrollar una comprensión intuitiva de probabilidad condicional y el Teorema de Bayes. En este proceso se utiliza las TIC para explorar sus propiedades, y aplicarlos cuidadosamente a una variedad de problemas del mundo real y así logrando una gama de niveles de habilidad matemática.

1.2.1. Mesa Redonda Sobre la Enseñanza de la Estadística Bayesiana²³

Iglesia, Leite, Mendoza, Salinas y Varela (2000) en la mesa redonda sobre la enseñanza de Estadística Bayesiana, afirman que en los países latinoamericanos, las universidades asocian a sus programas la asignatura de Estadística y presentan el tema de probabilidades, y es aquí donde los estudiantes tienen su primera aproximación con el Teorema de Bayes, donde se hace referencia de una forma operacional, sin dar importancia a su planteamiento y los elementos de juicio que intervienen en este teorema. Como lo mencionan los autores se pueden involucrar problemas como *“el de la persona que va al médico, el médico por su experiencia, sospecha que la persona adolece de cierta enfermedad con probabilidad P_0 (probabilidad a priori), como una manera de verificar este hecho el médico le sugiere al paciente realizar un EXAMEN de laboratorio (lo observable), una vez conocido el resultado del EXAMEN, este se combina con la información a priori para obtener la probabilidad a posteriori, P_1 , la cual representa la probabilidad de que el paciente posea la enfermedad, dado el resultado que se obtuvo del EXAMEN”*.²⁴ Problemas como este se pueden utilizar para introducir el teorema de Bayes dando a ver el papel fundamental que cumple.

Los autores proponen que después de un curso de probabilidades debe seguir un curso de Inferencia Estadística donde se deberían incluir los siguientes tópicos:

- Concepto básico de población, parámetros, muestra, distribución a priori y distribución a posteriori.

²³Iglesias, P., Leite, J., Mendoza, M., Salinas, V. y Varela, H. (2000). Mesa Redonda Sobre la Enseñanza de la Estadística Bayesiana. *Journal of the Chilean Statistical Society*. pp. 105 -120

²⁴ *Ibidem*

- Estimación puntual: métodos clásicos y bayesianos.
- Estimación por regiones.
- Hipótesis: test clásico y test bayesiano.

El autor de esta tesis plantea que un curso, que presente estos parámetros dedicado al Teorema de Bayes se debe desarrollar bajo la perspectiva de la Teoría de las Decisiones.

1.2.2. Dificultades en la resolución de problemas que involucran el Teorema de Bayes. Un estudio exploratorio en estudiantes de psicología²⁵

Díaz y Fuente (2007) afirman en su estudio que la resolución de problemas donde intervenga el Teorema de Bayes presenta dificultades para los estudiantes de psicología, y que los errores más frecuentes cometidos por los estudiantes son:

- Escasas habilidades para operar probabilidades y fracciones.
- Dificultad con el razonamiento proporcional, pues al presentar problemas en formato frecuencial no disminuye esta dificultad.
- Es limitada la identificación correcta de los sucesos y probabilidades, de la partición y subpartición del espacio muestral.
- Dificultad en diferenciar entre probabilidades simples, compuestas y condicionales.

Para Díaz y Fuente (2007) la enseñanza del Teorema de Bayes involucra una relación de conceptos y propiedades, desde la probabilidad simple, condicional, la partición, los axiomas de la unión y la regla del producto, lo que lo hace un objeto complejo para los

²⁵ Díaz, C, De la Fuente, I. (2007). Dificultades en la resolución de problemas que involucran el Teorema de Bayes. Un estudio exploratorio en estudiantes de psicología. *Educación Matemática*, 18 (2), 75-94.

estudiantes. Para solucionar esta dificultad se debe realizar un mayor énfasis en la enseñanza de la probabilidad, partiendo de problemas frecuenciales, para generalizar procedimientos en los experimentos presentados.

El autor de esta tesis no comparte estos criterios, pues los problemas con cierto grado de dificultades están dados por: la identificación del grupo completo de sucesos (las hipótesis), la asignación de probabilidades a las hipótesis (probabilidad a priori) y las verosimilitudes.

Por otra parte, Díaz y Fuente (2007) afirman que a pesar de la dificultad para la enseñanza del teorema de Bayes y sus aplicaciones, este no se debe apartar de los currículos, pues es una herramienta fundamental en la construcción del concepto de inferencia. En consecuencia, se necesita más tiempo para enseñar este razonamiento para lograr éxitos en los estudiantes, para potenciar competencias en la toma de decisiones en los diagnósticos.

El autor de esta tesis comparte la idea de los autores, que a pesar de la dificultad para su comprensión no se debe apartar del currículo, pero se deben implementar metodologías que faciliten la adquisición de competencias en la solución de probabilidades inversas, sin la necesidad de otorgar más tiempo a los cursos de estadística.

1.2.3. Brief Report: Beyond Clinical Experience: Features of Data Collection and Interpretation That Contribute to Diagnostic Accuracy²⁶

Nendaz y otros (2006) afirman que se deben diseñar enfoques educativos que potencien los mecanismos de la toma de decisiones por parte de los médicos en ejercicio, pues uno de los problemas actuales en la medicina es la toma de decisiones. Entendida la decisión médica, como la culminación de un problema clínico, que implica en el profesional la activación de mecanismos de razonamiento por factores externos.

Nedaz y otros (2006) plantean que los educadores médicos deben considerar como objetivos de formación para los estudiantes los entornos clínicos. También en este proceso se debe reforzar la importancia de utilizar tempranamente y ampliamente hipótesis diagnósticas para enmarcar los datos clínicos, mediante modelos estadísticos, la utilización de la probabilidad, del Teorema de Bayes, que les permitan mejorar el razonamiento clínico de los estudiantes.

El autor de esta tesis plantea que estos modelos se pueden desarrollar en el planteamiento de problemas en contexto y buscando una metodología que integre el estudio de la probabilidad y la medicina basada en evidencia.

1.2.4. Use of Influence Diagrams to Structure Medical Decisions ²⁷

Nease y Owens (1997) afirman que los diagramas de influencia son representaciones compactas de problemas de decisión que son matemáticamente equivalente a los

²⁶ Nendaz, M. y otros (2006). Brief Report: Beyond clinical experience: features of data collection and interpretation that contribute to diagnostic accuracy. J Gen Intern Med 2006; 21:1302-1305.

²⁷ *Ibidem*

árboles de decisión. Los autores presentan cinco elementos para la estructuración de una decisión como un diagrama de influencia:

1. Iniciar en el nodo de valor y el trabajo de nuevo a los nodos de decisión.
2. Dibujar los arcos en la dirección que hace que las probabilidades sean más fáciles de evaluar.
3. Utilizar arcos informativos para especificar que habra sido los eventos observados en el momento que se haga cada decisión.
4. Asegurar que los arcos desaparecidos reflejan intencionalmente afirmaciones sobre independencia condicional y el momento de las observaciones.
5. Asegurarse de que no hay ciclos en el diagrama de influencia.

Los diagramas de influencia ofrecen varias ventajas para la estructuración de las decisiones médicas. Ellos representan gráficamente y forma compacta las relaciones probabilísticas entre parámetros en el modelo. Los diagramas de influencia también permiten que el modelo que se estructuró de manera que alivia las evaluaciones necesarias de probabilidad, independientemente de si las evaluaciones se basan en la evidencia disponible, o en la opinión de expertos. Los diagramas de influencia proporcionan un complemento importante de los árboles de decisión, especialmente por representar relaciones entre variables en un modelo de decisión.

1.2.5. Statistical inference and experimental research. should we revise our educational practices²⁸

Díaz, De la Fuente y Batanero (2012) afirman que el uso de la probabilidad condicional incorpora cambios en el grado de creencia a medida que se adquieren nuevas informaciones sobre eventos aleatorios, concepto fundamental para la elaboración del espacio muestral. De acuerdo a esto su conveniente comprensión en el razonamiento, es requisito fundamental para el estudio de la inferencia clásica, como la utilización del Teorema de Bayes, lo que permitiría la toma de decisiones de una forma acertada cuando se presentan situaciones de incertidumbre. Esto conlleva a que sea un concepto fundamental a desarrollarse dentro de los programas universitarios de todos los países. Al presentar dicho concepto se debe tener cuidado en la existencia de intuiciones incorrectas, sesgos de razonamiento, errores de comprensión y aplicación de este concepto, que puede ser transmitido por los docentes.

1.2.6. Razonamiento clínico: Su déficit actual y la importancia del aprendizaje de un método durante la formación de la competencia clínica del futuro médico²⁹

Villarreal, Dos Santos e Hinojosa (2014) reconocen la dificultad de enseñar a los estudiantes de la escuela de medicina el razonamiento del experto, pues este se adquiere con la experiencia que lleva a consolidar un conocimiento estructurado y se

²⁸Díaz, C., De la Fuente, E. y Batanero, C. (2012). Statistical inference and experimental research. should we revise our educational practices? Libro de resúmenes de ICME-10 (p. 15). Copenhague: International Commission on Mathematical Instruction.

²⁹ Villarreal, Dos Santos y Hinojosa (2014). Razonamiento clínico: Su déficit actual y la importancia del aprendizaje de un método durante la formación de la competencia clínica del futuro médico. *Revista Científica Ciencia Médica* 2014; 17(1): 29-36

logra relacionando las variables presentes en un problema clínico vistos con anterioridad en su vida profesional. De acuerdo con esto el currículo debería permitir al estudiante desde el inicio de su formación el contacto variado de numerosos casos clínicos mediante la simulación que lo acerquen a la realidad médica, con el objeto de adquirir su propia experiencia.

Los docentes deben elaborar problemas donde indiquen información relevante y significativa que le permita al estudiante obtener conclusiones en cuanto a un correcto diagnóstico y cuando se obtengan falsos resultados, hay que crear conflictos cognitivos, para dirigir al estudiante a realizar inferencias correctas en la solución del problema. Esto se puede lograr con la utilización del teorema de Bayes que facilita el desarrollo del razonamiento clínico, debido a su modelo analítico, el cual le permita realizar inferencia a través de la comparación de diferentes probabilidades.

Estos modelos analíticos suponen que los médicos son conscientes de la probabilidad a priori (o previa) con que un diagnóstico en particular se pueda presentar y de la probabilidad condicional que asocia cada pieza de evidencia (Ejemplo: signos, síntomas, y pruebas diagnósticas) con los diagnósticos. Los docentes del futuro médico en formación, afirman que los investigadores, deben implementar modelos didácticos que permitan obtener incertidumbre en los estudiantes y así proporcionar una retroalimentación cognitiva.

1.3. El Teorema de Bayes en la medicina

La aparición del Teorema de Bayes dio inicio a una revolución en la estadística y su aplicabilidad en todas las ciencias, a continuación, se indicarán algunas investigaciones que exponen la aplicabilidad del Teorema de Bayes en la medicina.

1.3.1. Teaching Bayes Theorem using Examples in Medical Diagnosis³⁰

Sahai (1992) afirma que el Teorema Bayes ha llegado a desempeñar un papel cada vez más importante en la realización del diagnóstico médico, sobre todo en el diagnóstico que utiliza la ayuda de las nuevas tecnologías, que le permite confirmar o rechazar hipótesis. El resultado de estos procesos permite, en primer lugar, clasificar a un individuo como sano o enfermo y orientar el tratamiento, y aportar información sobre su pronóstico. En la tesis también se considera la importancia que actualmente presenta el Teorema de Bayes, para el diagnóstico en la medicina.

1.3.2. El enfoque bayesiano: otra manera de inferir³¹

Silva (2001) afirma que el estudio de las deducciones experimentales u observacionales con los métodos bayesianos aporta más información y es un método más racional que el mecanicismo propio de las pruebas de hipótesis.

Los procedimientos clásicos son más utilizados por los investigadores, lo que implica que sean más fáciles de aplicar; pero el hecho de poder incorporar en el modelo de análisis los conocimientos o convicciones que se tenían antes de comenzar la investigación resulta interesante, puesto que ése es el modo de análisis cotidiano para realizar inferencias por un individuo. Por otra parte, el lenguaje probabilístico utilizado para expresar las conclusiones con los métodos bayesianos es mucho más sencillo, a pesar que los cálculos son más complejos, las facilidades que brindan los medios tecnológicos facilitan resolver este problema.

³⁰ Sahai, H. (1992). Teaching Bayes Theorem using Examples in Medical Diagnosis. *Theachin Mathematics and its Applications*, Volume 11 No. 4 1992.

³¹ Silva, L. y Benavides, A. (2001). El enfoque bayesiano: otra manera de inferir. *Gac Sanit* 2001; 15: 341-346.

Este modelo es un recurso alternativo al positivismo con el cual muchos emplean los procedimientos inferenciales clásicos, y se aproxima más a una visión constructivista con todas las ventajas que éste aporta en términos de flexibilidad racional. Pero depende de decisiones personales en la fijación de las distribuciones a priori, con todos los peligros inherentes.

1.3.3. Diagnostic Reasoning: Approach to Clinical Diagnosis Based on Bayes

Theore³²

Mohan, Srihasam y Sharma (2008) exponen una forma de razonamiento diagnóstico clínico basado en el Teorema de Bayes por medio de un ejemplo.

Los autores afirman que si bien el análisis de decisiones clínicas proporciona una visión más clara objetiva en lo que es subconscientemente. Los médicos que atienden a los pacientes diariamente en sus consultorios, se enfrentan a decisiones que a veces son de rutina, pero puede ser complicado en otras ocasiones. A veces, las decisiones pueden ser respecto a la elección de la investigación o intervención, en otras ocasiones, las decisiones pueden tener que ser tomado con respecto a una opción terapéutica. De todas formas, la toma de decisiones clínicas es un reto, pues estas decisiones no sólo son inevitables, sino también debe hacerse en condiciones de incertidumbre. Bajo estos aspectos, se está haciendo un intento de proporcionar una visión general con respecto a las aplicaciones del Teorema Bayes y su utilidad en el análisis de decisión clínica para llegar a un diagnóstico.

³² Mohan, A., Srihasam, K., y Sharma, S, (2008). Diagnostic Reasoning: Approach to Clinical Diagnosis Based on Bayes' Theorem. *Medicine Update*, 2008, Vol. 18, pp. 563 – 569.

Al comprender el lenguaje básico de la probabilidad y la utilidad del Teorema de Bayes, que es una regla matemática que explica cómo se debe cambiar las creencias existentes a la luz de nueva evidencia, permitirá desarrollar el razonamiento diagnóstico.

1.3.4. Local computations with probabilities or graphical structures and their application to expert systems³³

Lauritzen y Spiegelhalter (1988) afirman que algunas investigaciones han desarrollado procedimientos para diagnosticar la tuberculosis, bronquitis y el cáncer de pulmón, donde se utiliza el Teorema de Bayes, y conllevan a la elaboración de redes bayesianas. Uno de los trabajos más conocidos sobre investigación del uso del Teorema de Bayes en el diagnóstico clínico (MUNIN). Estas investigaciones son las desarrolladas en la Universidad de Aalborg (Dinamarca), conocidos con el nombre MUNIN y tiene como objetivo la construcción de redes bayesianas para el diagnóstico de enfermedades musculares mediante la electromiografía.

Esto demuestra que el Teorema de Bayes, en la actualidad posee aplicabilidad en las ciencias médicas y va adquiriendo mayor relevancia en todas las especialidades (genético, epidemiológico, psicológico y ciencia forense, entre otras), pues brinda la capacidad de inferir la probabilidad de una causa cuando se ha observado su efecto.

Conclusiones del Capítulo 1

En el apartado anterior se ha realizado una revisión de las investigaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística en la formación médica. Se han

³³ Lauritzen, S. y Spiegelhalter, D. (1988). Local computations with probabilities or graphical structures and their application to expert systems. *Journal of Royal Statistical Society, Series B*.

descrito diferentes errores y dificultades en la enseñanza de los conceptos estadísticos, así como la actitud de los estudiantes, en su formación hacia la estadística.

Una similitud en las investigaciones, es que la enseñanza de la estadística debe desarrollar las competencias, de análisis y llevar al estudiante hacer inferencias a partir de una información. Pero llegar a esto es complejo, e involucra una serie de conceptos estadísticos, donde es importante, asegurar la comprensión adecuada por parte de los futuros médicos en formación, que tendrán que aplicarlos en su desempeño profesional.

En cada una de estas investigaciones se resalta la importancia de la formación estadística de los futuros médicos, pero no se encuentran propuestas metodológicas, ni didácticas que permitan una mejor comprensión de la estadística, pues se refieren simplemente a dar a conocer las falencias en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta ciencia y a detectar los errores de análisis de los médicos en ejercicio.

Algunos autores resaltan la existencia de intuiciones erróneas, sesgos de razonamiento y errores de comprensión en la aplicación del Teorema de Bayes, sin embargo, concluyen, que su enseñanza no es en ocasiones lo suficientemente amplia, como para superar los obstáculos que presentan, en la presente tesis se tendrán en cuenta estos estudios y la caracterización de estos errores para la elaboración de la propuesta didáctica.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presenta los fundamentos teóricos del trabajo, comenzando por abordar los fundamentos filosóficos y psicológicos, a continuación, se brindan los elementos de la teoría de la resolución de problemas, los referentes sobre la Medicina Basada en la Evidencia y por último el Teorema de Bayes.

2.1. Fundamentos filosóficos y psicológicos

Para esta tesis, desde el aspecto cognitivo, se tomarán los trabajos de Piaget, que buscan dar una respuesta a la pregunta sobre la construcción del conocimiento. Sus investigaciones sobre el pensamiento permitieron determinar que este se desarrolla a lo largo de la vida pasando por distintas etapas.

Piaget propone tres postulados, organización interna, funciones invariantes e interacción entre el organismo y el entorno. El desarrollo cognitivo no es el resultado solo de la maduración del individuo ni de la influencia del entorno, sino la interacción de los dos, que a medida que se desarrolla proceso cognitivo cambian desde lo instintivo a través de lo sensorio motor a la estructura operativa del pensamiento del adulto.

Para Piaget el desarrollo del conocimiento está enmarcado por una serie de etapas cuyo orden es invariable, aunque el tiempo de su inicio y su terminación pueden cambiar, pero cada etapa representa un modo diferente por parte del individuo, de enfrentarse con un aspecto particular del entorno, y por esto ha de esperarse que la mayor parte de la actividad pensante del individuo se caracterice a la etapa en la que se encuentra.

Para la construcción del conocimiento Piaget define conceptos básicos dentro de su teoría:

Esquema: Representa lo que puede repetirse y generalizarse en una acción.

Estructura: Es el acumulado de respuestas que tienen lugar luego de que el individuo ha adquirido ciertos elementos de su contorno.

Organización: Es un atributo que posee la inteligencia que conducen a conductas diferentes en situaciones específicas.

Adaptación: La adaptación se presenta en dos elementos básicos: la asimilación y la acomodación. La adaptación y la organización son funciones que intervienen y son invariantes en el proceso de desarrollo cognitivo.

Asimilación: La asimilación se refiere a la condición en que un individuo se enfrenta a un estímulo del medio en términos de organización.

Acomodación: La acomodación implica una modificación de la organización actual en respuesta a la demanda del entorno.

Equilibrio: Es la unidad de organización del individuo con la que se realiza la construcción del sistema intelectual o cognitivo.

El desarrollo cognoscitivo comienza cuando el individuo va realizando un equilibrio interno entre la acomodación y el medio que lo rodea y la asimilación de esta realidad con sus estructuras. El individuo al irse relacionando con su medio ambiente va incorporando las nuevas experiencias a su propio ser y las reajusta con las experiencias adquiridas anteriormente, para que esto se lleve a cabo debe de

presentarse el proceso de equilibrio, lo que permite el balance entre el medio externo y las estructuras internas de pensamiento.

El nuevo conocimiento no es una reproducción de lo real, porque se lleva a cabo un proceso de asimilación a estructuras previas. En otras palabras, la asimilación maneja dos elementos: lo que se acaba de ver y lo que significa dentro del contexto del individuo. Por lo tanto, el aprendizaje no es adquirir una realidad, sino actuar en esta y transformarla. Por lo que los elementos del proceso de enseñanza y aprendizaje deben centrarse en los intereses y aptitudes del estudiante.

Esta investigación centra en estudiantes que se ubican en la etapa de las operaciones formales según Piaget, de doce años en adelante. En esta etapa se caracteriza por la posibilidad de formular hipótesis, es decir de hacer proposiciones mentalmente, el pensamiento se vuelve más científico, ya que el individuo desarrolla la capacidad para generar y probar todas las combinaciones lógicas pertinentes de un problema. Lo que permite que los estudiantes desarrollen todas las etapas del conocimiento dadas por Piaget.

El modelo didáctico que se propone en esta investigación tiene como propósito llevar al estudiante, por medio de una metodología centrada en problemas, dentro del contexto de la medicina, a que realice una construcción propia de su conocimiento, transformando su realidad, integrando los nuevos conocimientos a sus anteriores, para que logre las competencias que le permitan tomar mejores decisiones en su vida profesional.

Los aspectos epistemológicos para el desarrollo de esta tesis se centran en los propuestos por Lakatos (1978), Davis y Hersh (1988).

Lakatos, en su Libro “Pruebas y refutaciones” presenta un intercambio de opiniones, razonamientos y refutaciones entre un profesor y su alumno. Donde demuestra que la actividad matemática se puede construir a partir de un problema y una conjetura.

En este libro el autor utiliza la historia para convencer al lector de que las matemáticas informales, son un proceso de crecimiento y de descubrimiento, que se desarrollan gracias a la crítica y a la corrección de teorías, que no están libres de imprecisiones y que siempre están con posibilidades de errores, por lo que presenta una concepción del conocimiento de la matemática distinta a las corrientes formalistas que prevalecían a mediados del siglo XX, en la cual considera el conocimiento matemático epistemológicamente informal y cuasi-empírico.

Este punto de vista, la corriente filosófica que plantea Lakatos, introduce una dimensión histórica de las matemáticas, a partir de la cual se puede mostrar por qué se desarrollaron los conceptos y resultados particulares de las matemáticas, tomando como base los problemas concretos, así como las dificultades históricas para su resolución, esto le da más importancia a la matemática informal, que a la formal o acabada.

Las demostraciones de Lakatos se pueden agrupar en:

- Informales, demostración de tipo mental o intuitiva de una conjetura matemática.
- Formales, demostración basada en reglas y axiomas lógicas.

En su libro Pruebas y Refutaciones, Lakatos muestra un ejemplo de una prueba informal con una conjetura matemática referente a la fórmula de Euler para los poliedros.

En esta tesis se desarrollan las actividades de una manera informal, en marcados dentro de los principios que plante Lakatos, donde se presentarán problemas con conjeturas que les permitirán a los estudiantes de medicina construir los significados propuestos en cada uno de estos.

Davis y Hersh (1988) en su texto “Experiencia Matemática” los autores se plantean las preguntas ¿cuál es la naturaleza de las matemáticas?, ¿qué significado tienen?, ¿de qué se ocupan?, ¿cuál es su metodología?, ¿cómo se utilizan?, entre otras que tiene como objetivo indicar el fondo de la matemática, su historia, su filosofía y el modo en que se obtiene el conocimiento matemático.

Los autores se centran en las diversas formas en las que se adquiere el conocimiento matemático, afirmando que en cada instante el estado de las experiencias es el resultado red de motivaciones e intereses del individuo, así como de las interpretaciones y posibilidades de las matemáticas que conoce en ese instante. Por medio de la experiencia matemática se llega a una “matemática ideal”, a través de un trabajo en comunidad donde exista intercambio de ideas llegando a un aprendizaje más productivo.

En esta investigación se comparte los criterios de Davis y Hersh (1988) en los cuales se considera que la construcción de conocimiento matemático se realiza cuándo cada individuo se enfrenta a actividades en las que participa activamente, confrontado con otras y construyendo un conocimiento común.

2.2. Resolución de problemas

La definición de problema ha sido abordada por diferentes investigadores, entre los que se destacan Pólya (1965), Fridman (1972), Martínez (1981), Majmutov (1983), Rohn (1984), Schoenfeld (1985), Mayer (1986), Ballester, S. y otros. (1992), Sánchez (1994), Garret (1995), Labarrere (1996), Campistrous y Rizo (1996), Álvarez (1996), Sriraman y English (2010), Pochulu y Rodríguez (2012), entre otros.

En esta investigación se asume lo planteado por Campistrous y Rizo (1996), ellos aducen que un problema es “... *toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo.*”³⁴ Se considera que en el campo de la medicina en todo problema existe un planteamiento inicial, el cual constituye un diagnóstico del paciente que presenta cierta enfermedad. En aras de identificar dicha enfermedad y ofrecer una adecuada solución para el paciente, el médico debe transformar la situación inicial.

También se coincide con Campistrous y Rizo (1996), al resumir que las diferentes definiciones abordadas tienen como rasgos comunes:

- Existencia de condiciones iniciales o finales (lo dado y lo buscado, lo conocido y lo desconocido), que exprese la necesidad de transformación.
- Contradicción o exigencia desconocida.
- Necesidad o deseo del estudiante por resolver esa contradicción (deseo de resolverlo).

³⁴ Campistrous, L. y Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Pueblo y Educación. p. 21.

En el trabajo con la resolución de problemas, varios son los autores que han aportado estrategias o fases, entre los que se tienen Dewey (1933), Pólya (1945), Schoenfeld (1985), Fridman (1991), Maza (1991), Guzmán (1994), entre otros. En esta tesis se asume el modelo propuesto por Schoenfeld (1985), pues este permite un trabajo cooperado, donde los estudiantes intercambien y socialicen sus conocimientos, lo cual es propicio y favorece la enseñanza de la medicina en la actualidad. Este modelo tiene las siguientes fases:

- Analizar y comprender el problema.
- Diseñar y planificar una solución.
- Explorar soluciones.
- Verificar la solución.

En cada una de estas fases el docente debe considerar ciertas preguntas o impulsos heurísticos, que lleven a la resolución del problema y apropiación del contenido. La tesis se dirige a los estudiantes de medicina, por tal motivo se proponen problemas retadores contextualizado al desempeño profesional del médico. En tal sentido se hace necesario definir que los *“Los problemas retadores son problemas que invitan al estudiante a pensar autónomamente, a indagar, a cuestionar, a razonar y a explicar su razonamiento”*³⁵.

“Los problemas retadores exigen la integración de conceptos relacionados y el establecimiento de nexos con otras áreas... (Argumentos y elementos), se pretende

³⁵ Pérez, F. (2004). *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas para primaria 2000 - 2004*. Bogotá: Universidad Antonio Nariño.

*lograr un dominio y una comprensión profunda...*³⁶. En el ámbito de la medicina estos problemas se toman de la práctica profesional. Los cuales tienen como fin: propiciar un pensamiento productivo, resolver problemáticas o situaciones nuevas, comprender las aplicaciones del Teorema de Bayes a la medicina, desarrollar su razonamiento, hacer que las clases de Bioestadísticas sean interesantes y motivadoras, dotarlo de estrategias para resolver problemas y ofrecerle una sólida base en la teoría de la probabilidad, que le permita a los estudiantes crear redes conceptuales y así como lo considera Piaget, que los sujetos construyan el conocimiento interactuando con el medio, esta continua interacción contribuye a modificar los esquemas cognitivos, donde el estudiante es capaz de resolver problemas referidas a su propio desempeño profesional.

Para que un problema sea motivante para el estudiante en el ámbito de la medicina, debe tener tres características, “...*que sea una situación que estimula el pensamiento, que sea interesante para el estudiante, y que la solución no sea inmediata*”³⁷, cuestiones estas que se consideran en la propuesta de esta tesis.

El termino resolver un problema, se ha definido por varios investigadores, entre los que se destacan: Pólya (1965), Fridman (1991), Ballester (1992), (1995), Sriraman y English (2010), entre otros. En la tesis se asume que resolver un problema “... *es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar*

³⁶ Pérez, F. (2004). *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas para primaria 2000 - 2004*. Bogotá: Universidad Antonio Nariño.

³⁷ Falk, M. (1980). *La enseñanza a través de problemas*. Bogotá: Universidad Antonio Nariño.p. 16.

*la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados*³⁸.

El proceso de resolución de problemas, por ser no algorítmico, necesita de la heurística. La heurística propicia en los estudiantes el descubrimiento, la imaginación y la creatividad en el proceso de resolución de problemas, a través de preguntas que les dé lugar a una necesidad y un motivo para buscar.

Pólya (1965) en su libro *How to solve it*, expresa algunas razones que vislumbran el significado de la heurística:

- Si no consigues entender un problema, dibuja un esquema.
- Si no encuentras la solución, haz como si ya la tuvieras y mira qué puedes deducir de ella (*Razonando a la inversa*).
- Si el problema es abstracto, prueba a examinar un ejemplo concreto.
- Intenta abordar primero un problema más general.

Según Rojas (2009) para Ballester y otros (1992), Torres (2000), entre otros, los recursos heurísticos se dividen en: medios auxiliares heurísticos, procedimientos heurísticos y el programa heurístico general, como se muestra en la Figura 2.

³⁸ Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Ciudad México: Trillas.

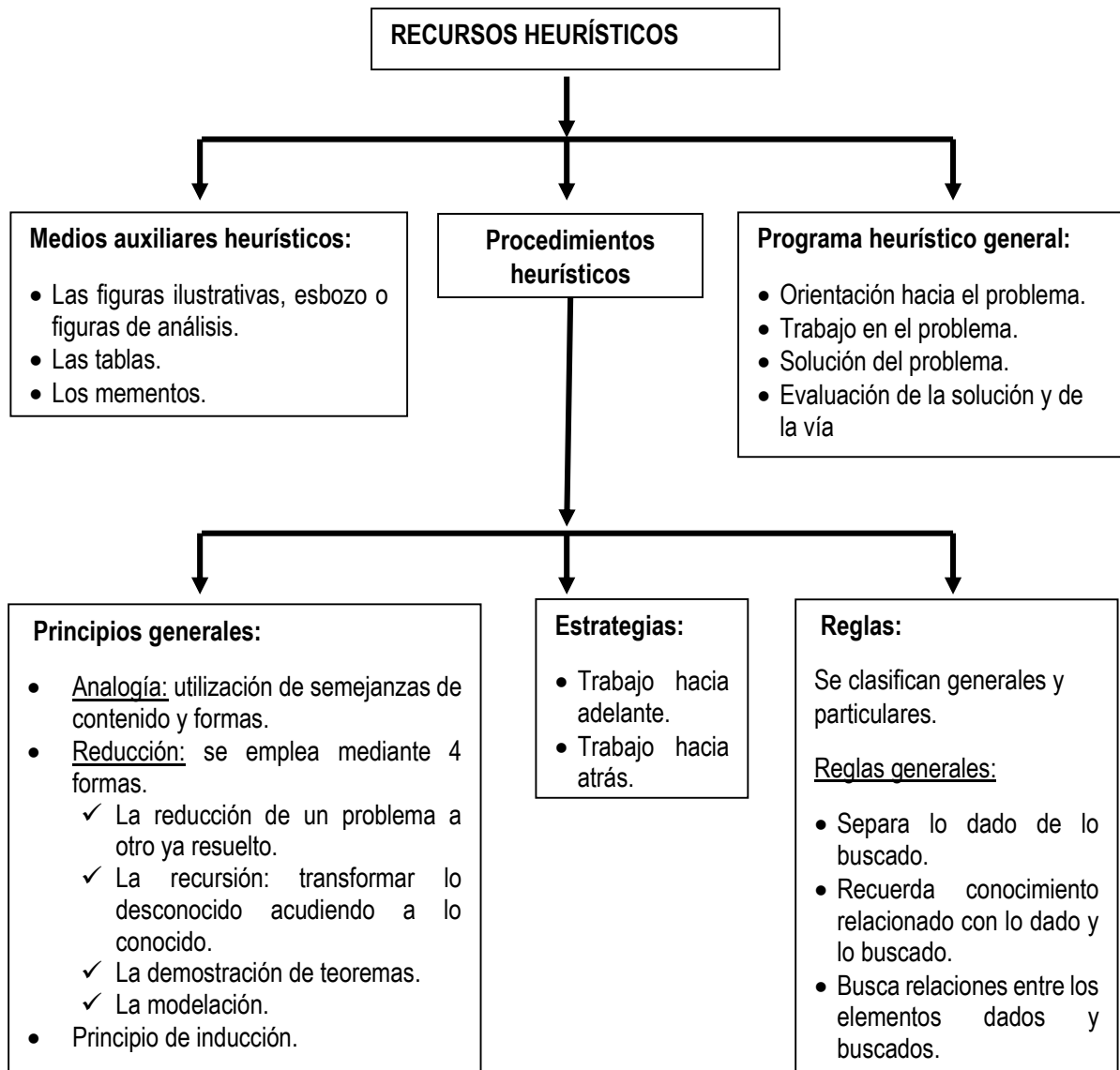


Figura 2. Recursos Heurísticos.

También Rojas (2009) considera la visualización como un principio heurístico. Este principio tiene un papel significativo en la medicina basada en evidencia, pues está presente en análisis de la distribución de una variable con relación a otra u otras es una tarea normal en salud pública, propia, a la búsqueda de un patrón que indique la relación entre las variables estudiadas. Las tablas de contingencia son una herramienta fundamental para este tipo de análisis. Estas están compuestas por filas, para la información de una variable y columnas para información de otra variable.

Estas filas y columnas delimitan las celdas donde se ubican las frecuencias de cada intersección de las variables analizadas, es este momento es fundamental el proceso de visualización, ya que aquí es el momento en el que los estudiantes visualizan la variable en la tabla y las relaciones que tiene esta con los demás datos que se incluyen en el problema.

Para algunos autores la heurística es contentiva de un método heurístico y consideran que es aquel “... mediante el cual se les plantean a los alumnos preguntas que facilitan la búsqueda independiente de problemas y soluciones de estos, donde el maestro no le informa al alumno los conocimientos terminados, sino que los lleva al redescubrimiento de las suposiciones y reglas correspondientes de forma independiente”³⁹. La utilización de este método es necesario en el desarrollo de los cinco talleres.

Las preguntas heurísticas tienen un rol significativo en la resolución de problemas. Rojas (2009) plantea que estas pueden “... comprenderse como una actividad externa que realiza el docente y que provoca un estímulo en el sistema de conocimientos y recursos del alumno. Este se realiza sobre una situación dada, de modo que lo impela a buscar lo que se requiere en un momento dado, para resolver una situación no conocida total o parcialmente, pero sin ofrecer directamente la vía de solución, la que debe ser encontrada por el alumno.”⁴⁰

Ballester y otros (1992), Rojas (2009), entre otros, analizan las potencialidades del

³⁹ Ballester, S. y otros (1992). *Metodología de la enseñanza de la matemática*, Tomo I. La Habana. Ed. Pueblo y educación. p. 225.

⁴⁰ Rojas, O. (2009). *Modelo didáctico para favorecer la enseñanza - aprendizaje de la geometría con un enfoque desarrollador*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. p. 31.

empleo de la heurística en la enseñanza de la matemática, las cuales se pueden contextualizar al campo de la Bioestadística, pues esta le permite:

- Desarrollar la actividad creadora y la independencia cognoscitiva de los estudiantes de medicina, ante situaciones de su contexto profesional.
- La integración de los nuevos conocimientos estadísticos, obtenidos a partir de los conocimientos previos, existentes en el estudiante, con los ya asimilados.
- Favorecer las operaciones intelectuales (análisis, síntesis, abstracción, generalización) como su componente fundamental.
- Desarrollar la intuición, la creatividad, la imaginación, a través de la utilización de métodos, procedimientos y materiales en las clases.
- Preparar a los estudiantes para desarrollar un trabajo racional y planificado, lo cual le va a permitir ahorrar o conservar recursos mentales en la resolución de los problemas dentro del contexto de la medicina.

2.2.1. Aprendizaje Basado en Problemas

En el curso de la resolución de problemas (experimentales, de búsqueda de información, de aplicación de modelos teóricos), el estudiante aprende a formular hipótesis, organizar el trabajo de búsquedas, de experimentación, de aplicación, de cálculos y explicaciones. Si además se considera que la apropiación del conocimiento guarda estrecha relación con lo motivacional-afectivo, es pertinente revisar la teoría existente sobre el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) o Problem-Based Learning (PBL). Este modelo de aprendizaje es utilizado en las escuelas de medicina del mundo.

El ABP "... es un método docente basado en el estudiante como protagonista de su propio aprendizaje"⁴¹, donde este se apropia del conocimiento. A la luz de la Pedagogía y la Didáctica moderna, son contenidos de la enseñanza: conocimientos, hábitos, habilidades, valores y actitudes, ya que se educa para la vida en sociedad, para ejercer de forma exitosa una profesión y para la plena satisfacción de las necesidades espirituales y cognitivas. La ABP en el contexto de la estadística se dirige a estos fines.

En la tesis se integra la teoría de la resolución de problemas y se considera que constituye la base de la ABP. De la sistematización sobre teorías de aprendizaje se revela que ABP, se basa en distintos enfoques teóricos sobre el aprendizaje. Tiene particular presencia la teoría constructivista, por lo que, de acuerdo con esta postura se siguen tres principios básicos:

- 1- El entendimiento con respecto a una situación de la realidad surge a partir de las interacciones con el medio ambiente.
- 2- El conflicto cognitivo al enfrentar cada situación, estimula el aprendizaje.
- 3- El conocimiento se desarrolla mediante el reconocimiento y aceptación de los procesos sociales y de la evaluación de las diferentes interpretaciones individuales del mismo fenómeno.

Aunque cada uno de estos tres presupuestos teóricos anteriores es potencialmente útil en el proceso de enseñanza- aprendizaje, y es pertinente que el educando sea partícipe de su propio aprendizaje; por la complejidad del estudio del Teorema de Bayes se requiere que el docente asegure los puntos de partida para la obtención del

⁴¹ Morales, P. y Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas, en Teoría, Vol.13. Recuperable el 11 de febrero de 2015 de la URL: <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/299/29901314.pdf>, pp. 145-157.

conocimiento. Este proceso debe ser tal que permita un adecuado uso y transformación de los conocimientos cotidianos, los conocimientos escolares precedentes y los alternativos. Además, el profesor universitario debe asegurar la comprensión del lenguaje complejo y preciso del Teorema de Bayes empleadas en la Bioestadística.

El estudiante aprende (materias de estudio, habilidades diversas y valores) de diferentes modos, en un continuo proceso comunicativo donde emergen las ideas científicas del docente y el resto del grupo, cada uno con sus experiencias y expectativas, matizadas por la cultura científica adquirida, imaginación y creatividad. De aquí que resulta provechoso el co-aprendizaje; o sea, el aprendizaje cooperativo, donde se comparten los saberes entre los coetáneos.

En el contexto del ABP se elimina la linealidad de la enseñanza tradicional. Después de sistematizar e implementar parcialmente el ABP, es posible concretar un balance de este aprendizaje en el contexto de la enseñanza-aprendizaje de la Bioestadística, en particular del Teorema de Bayes para las carreras de medicina. Al respecto se muestra en la Tabla 1 una síntesis de los roles del profesor y de los estudiantes.

Tabla 1. Roles de profesor y alumnos en el desarrollo del ABP en el proceso.

Profesor	Alumnos
<ul style="list-style-type: none"> - Sistematiza los conocimientos precedentes y prevé los niveles de ayuda que debe ofrecer dada la complejidad de la materia a investigar. En tal sentido asegura la significativa lógica. - Elabora las actividades a partir de una selección lógica de tareas, o problemas, en correspondencia con: <ol style="list-style-type: none"> 1. Las características del teorema de Bayes como parte de la Bioestadística. 	<ul style="list-style-type: none"> - Asumen sus responsabilidades ante el aprendizaje y en el contexto del colectivo. - Trabajan conscientemente y tratan de resolver los posibles conflictos que surjan. - Diseñan situaciones y experimentos para contrastar hipótesis, demostrar lo investigado o modelar un proceso. - Mantienen una actitud receptiva hacia el intercambio de ideas con los compañeros.

<p>2. Los tipos de conceptos que se requiere formar (de gran nivel de abstracción y que no pueden prescindir de las modelaciones diversas para su comprensión)</p> <p>3. La aplicabilidad del Teorema de Bayes en la medicina.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Enseña de manera frontal e individual a los alumnos a pensar críticamente orientando sus reflexiones y formulando cuestiones importantes para su profesión como futuro médico. - Explica la esencia del ABP e indica la apropiación de sus fases para lograr realizar las actividades. - Motiva a los alumnos para la realización de las actividades (que tienen un enfoque experimental y situacional, de sistematización teórica y de investigación científico-tecnológica). - Organiza la actividad, asigna responsabilidades y crea un clima afectivo que propicie el debate y la reflexión basada en el respeto a las opiniones del colectivo y el cumplimiento de normas de comunicación. - Concientiza a los alumnos de su papel protagonista en la construcción de su aprendizaje y en el perfeccionamiento de su formación científica para resolver los problemas de la Bioestadística. - Estimula a los estudiantes por sus logros, les otorga el papel principal en el desarrollo de las actividades. - Se convierte en un facilitador y organiza sesiones de tutoría que puede compartir con médicos especialistas en los casos que se requieran, dado el nivel de aplicabilidad en los diferentes casos de la medicina. 	<ul style="list-style-type: none"> - Comparten información y aprenden de los demás. - Son autónomos en el aprendizaje (buscan información, la contrastan, aplican y explican empleando modelos gráficos, teóricos y experimentales. De este modo construyen un saber profesionalizado. - Buscan y disponen de las estrategias necesarias para planificar, controlar y evaluar los pasos que llevan a cabo para resolver un problema o procesar información. - Piden ayuda y orientación cuando lo necesitan. - Ponen en práctica la esencia del ABP en correspondencia con las orientaciones del profesor. Al respecto deben: <ul style="list-style-type: none"> • Debatir en colectivo la importancia de la actividad y dividir el trabajo del equipo. • Analizar las actividades y problemas: delimitan aspectos esenciales, dilucidan relaciones, trazan estrategias de búsqueda, formulan hipótesis, listan sistemáticamente las ideas esenciales (lluvia de ideas emanadas del análisis colectivo que se organiza sobre la base de las relaciones causa – efecto como aspecto lógico esencial). • Construyen los resultados del aprendizaje sobre el Teorema de Bayes y sus aplicaciones. • Sintetizan y presentan la nueva información empleando el lenguaje natural y artificial (de gráficas, modelaciones, símbolos, signos, etc.), de forma precisa. - Valoran su trabajo y el del colectivo. Nadie mejor que los propios estudiantes de medicina conocen todo lo que han aprendido y todo lo que se han esforzado. Se pueden conciliar algunos aspectos para que las evaluaciones del trabajo sean objetivas: aprendizaje logrado, tiempo invertido, lo adecuado del proceso seguido, calidad de los montajes experimentales y modelaciones diversas, de los procesamientos de datos, las exposiciones, el esbozo de la aplicabilidad del contenido en la medicina, y satisfacción por la actividad realizada.
---	--

En resumen, el profesor asegura la partida desde la atención individual y colectiva que le antecede a la realización de las actividades; el estudiante es protagonista de su aprendizaje. En este acontecer el trabajo grupal trasciende.

El ABP se planifica, orienta y controla, cuestión que le compete al profesor. Al estudiante le corresponde una actuación activa, lograr un desempeño eficiente en el desarrollo de las actividades para APRENDER (ver Figura 3). Al respecto se logran buenos resultados si prima la comunicación afectiva, asertiva y empática.

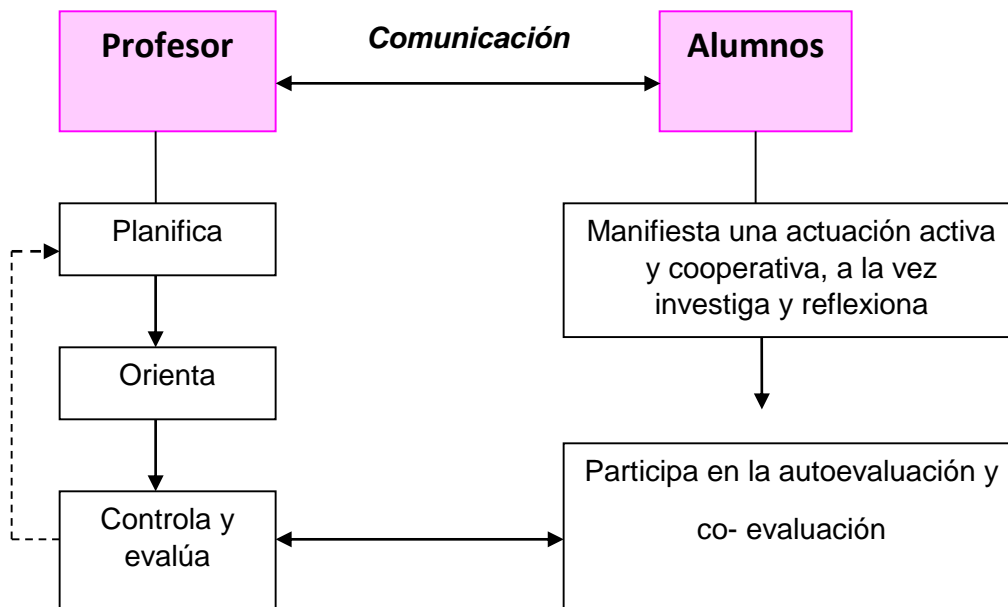


Figura 3. Síntesis de los roles de profesor y alumnos.

El trabajo grupal en el contexto del ABP, posee ciertas ventajas, entre las que se tienen:

1. Se implementa espontáneamente la heurística. Emanan la polémica, la “lluvia de ideas”, la formulación de hipótesis y conjeturas como medios de buscar la verdad.

2. Se fortalece la unidad de lo afectivo y lo cognitivo. Esta se expresa en las formaciones psicológicas, que en su expresión más plena posibilita el mayor nivel de regulación psíquica de la actividad del individuo. Se estimula lo intelectual y también la actividad volitiva, la decisión, la perseverancia, el autodominio, la tolerancia, entre otras cualidades volitivas de la personalidad del estudiante de medicina.
3. Se revitaliza el lugar que ocupa la comunicación⁴² en el proceso de formación de la personalidad y en el proceso de enseñanza aprendizaje.

A continuación, se propone la metodología del aprendizaje basado en problemas, la cual contiene:

- Fines u objetivos.
- Resumen de los presupuestos teóricos.
- Fases para la ejecución del aprendizaje.
- Síntesis de la relación: reflexión, autoevaluación, co-evaluación.

El proceso de enseñanza aprendizaje de la Bioestadística, basado en la metodología del ABP, se dirige hacia los fines siguientes:

- La formación, asimilación y sistematización de los conceptos fundamentales en relación al estudio de la Bioestadística, en particular del Teorema de Bayes.

⁴² Se le atribuye a la comunicación tres funciones fundamentales: informativa, afectiva y reguladora. B. B. Lomo

- Lograr un aprendizaje sostenible, unido al desarrollo del pensamiento bayesiano como sustentos de la comprensión de los problemas científicos-profesionales que le conciernen al médico.

El aprendizaje sostenible en la Bioestadística se logra con la asimilación consciente de los contenidos y el desarrollo en los estudiantes de las capacidades para aprender a aprender. Para lograrlo han de formarse adecuadamente los conceptos como base de la solidez de los conocimientos, en particular lo relacionado con el Teorema de Bayes.

En cuanto a los presupuestos teóricos que sustentan el ABP, contextualizados en esta investigación se pueden concretar los siguientes:

- 1- El desarrollo de una actividad educativa crítica y reflexiva.
- 2- La implementación de un aprendizaje significativo y que propicie el desarrollo integral del estudiante de medicina.
- 3- Fundamentos lógicos, psicológicos y didácticos de la formación del concepto de probabilidad inversa.

Al respecto resulta pertinente referir las ideas de Freire (2005): “*Debe proporcionarse un cambio en las relaciones entre docentes y educandos en donde la práctica del diálogo, la crítica, la autocrítica, la participación, la solidaridad y la libertad sean esquemas predominantes de la actividad educativa...*”⁴³ Estos fines se consideran

⁴³ Freire, P. (2005). Referencia de: En la Ciencia. Boletín multidisciplinario 16. Caracas. Venezuela. ISSN 0778-1910 PP19903 C235. diciembre del 2005. p.1.

importante en la formación profesional del médico, donde la Bioestadística contribuye y específicamente el Teorema de Bayes.

Aunque se tiene presente la existencia de una estrecha relación entre la enseñanza y el aprendizaje, como se trata de una metodología para aprender, se deben concretar las acciones de carácter cognitivo que realiza el estudiante (o grupo). Al respecto se cuenta en la literatura con las obras de Barrows (1986)⁴⁴, Morales y Landa (2004)⁴⁵, de Miguel (2005)⁴⁶, Exley y Dennick (2007)⁴⁷ y otros.

Estos autores desarrollan sus ideas científicas de forma general, en un ámbito que no es precisamente el de la medicina, pero se asumen algunos aspectos de las fases propuestas y se contextualizan en el complejo proceso de enseñanza de la Bioestadística, en particular del Teorema de Bayes.

En la Figura 4 se muestran las fases para la ejecución del aprendizaje en el marco del ABP en la enseñanza del Teorema de Bayes en la carrera de medicina. Las fases favorecen la aplicación del Teorema de Bayes con énfasis en lo significativo y desarrollador y guardan estrecha relación con los roles de los estudiantes declarados.

Para obtener éxito en el proceder que se esboza, es preciso que el docente socialice con los educandos cómo se desarrollan las fases, de modo que se apropien de estas para viabilizar el estudio del Teorema de Bayes. Es además fundamental la selección de un moderador u organizador que guíe el grupo.

⁴⁴ A taxonomy of problem – based learning methods, en *Medical Education*, 20/6. 481- 486

⁴⁵ Aprendizaje basado en problemas en Teoría. Vol 13. pp. 145 – 157. Recuperable el 12 de febrero de 2015 en la URL: <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/299/29901314.pdf>

⁴⁶ Metodología de enseñanzas para el desarrollo de competencias. Orientaciones para el profesorado universitario ante el Espacio Europeo de Educación Superior. Madrid: Alianza

⁴⁷ Enseñanza en pequeños grupos en Educación Superior. Madrid: Narcea. Páginas 85 – 102.

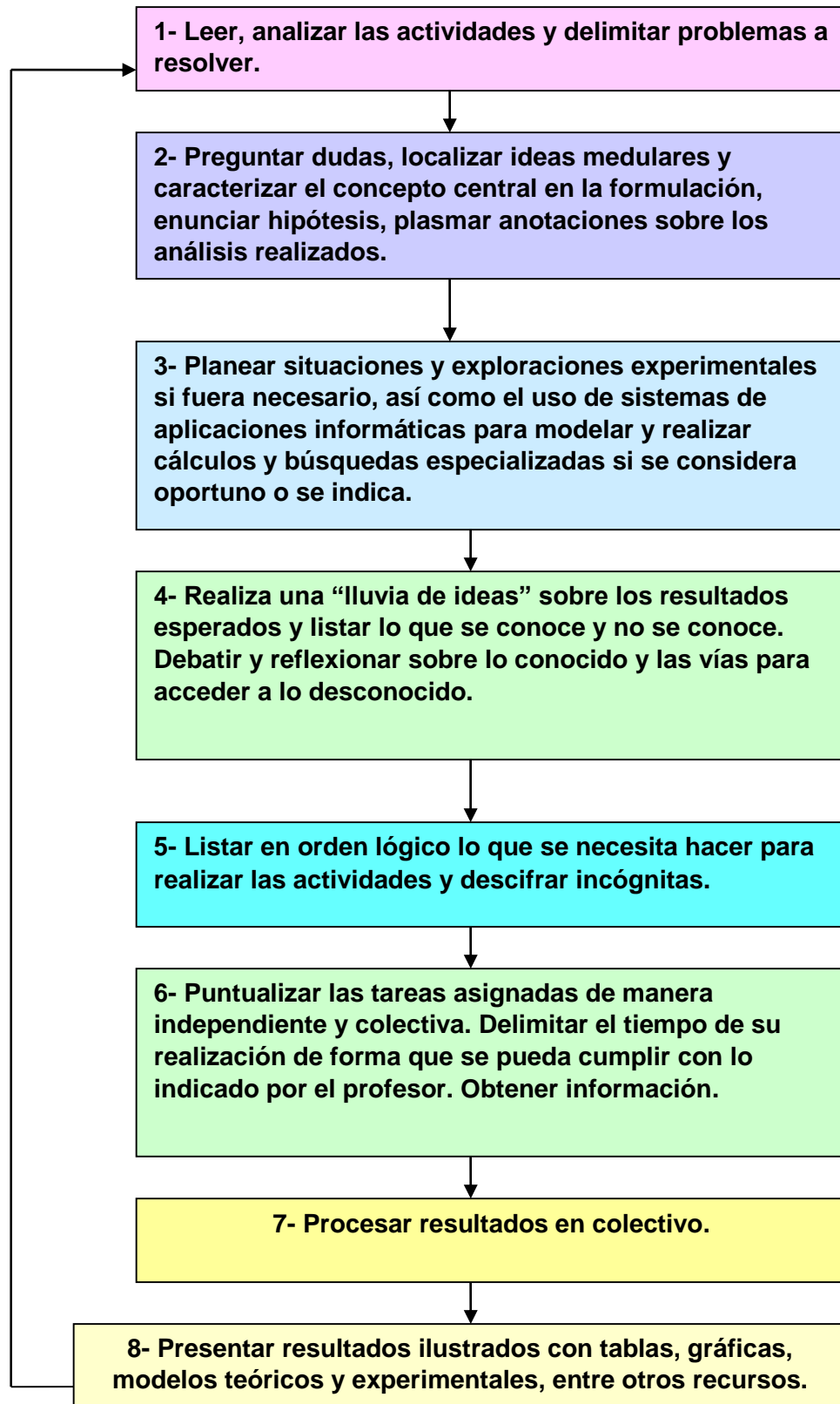


Figura 4. Fases del ABP para la resolución de problemas relacionados con el Teorema de Bayes en el estudio de medicina.

A continuación, se hace referencia a cuestiones específicas de las fases:

Fase 1. La lectura y análisis favorece la **comprensión**. La localización de ideas medulares fija la **atención**. De este modo se inicia el proceso de aprendizaje.

Fases 2, 3, 4 y 5. Estas muestran cómo se desencadena un aprendizaje significativo, que en esencia es relacional. El sentido lo da la relación del nuevo conocimiento con: conocimientos anteriores, con situaciones cotidianas, con la propia experiencia, con situaciones reales y con retos que impone el propio colectivo. En tal contexto se crean las bases para alcanzar los objetivos.

La relación entre estas fases demuestra que el aprendizaje es el resultado de la interacción compleja y continua entre tres sistemas: el sistema afectivo, el sistema cognitivo, y el sistema expresivo. Para que estas fases transcurran de forma satisfactoria se requiere de cuatro factores fundamentales: inteligencia, conocimientos previos, experiencia y motivación. Puede considerarse que en estas fases ocurre un aprendizaje observacional (tipo de aprendizaje que se da al observar el comportamiento de otra persona).

Fase 6. Para que se logre puntualizar tareas y delimitar tiempo de trabajo se requiere del orden en el complejo sistema subjetivo, de la voluntad, la maduración psicológica, una actitud activa y la actuación con liderazgo dentro del grupo. En esta fase se transfieren conocimientos, métodos de trabajo y habilidades.

Fases 7 y 8. Revelan el desarrollo de la competencia comunicativa de los estudiantes, en específico, para aprender y aplicar el Teorema de Bayes, para procesar información, para afinar el lenguaje de las ciencias médicas y utilizarlo en todas sus

manifestaciones. Dado el contexto de las actividades a desarrollar, los resultados obtenidos en estas dos fases dependen en gran medida de la apropiación de los contenidos de la Bioestadística y en específico del Teorema de Bayes logrados y de la inteligencia lingüística.

En la Figura 5 se aprecia una retroalimentación desde la Fase 8 a la inicial, dado el carácter de sistema de las fases. En tal sentido, para procesar y presentar los resultados se produce una retroalimentación de la situación problemática en busca del orden del discurso científico en el ámbito de la medicina.

Síntesis de la relación: reflexión – autoevaluación - co evaluación

Si el aprendizaje es cooperativo, similar carácter ha de tener la evaluación. Por otro lado, durante todo el proceso debe primar la reflexión como proceso dado en la interactividad y la dimensión activa del conocimiento. En este contexto, si el alumno es capaz de entender cómo aprende, qué dificultades tiene, el valor de lo aprendido y redescubre las necesidades de aprendizaje que tiene, también puede construir una escala valorativa de su aprendizaje y puede emitir conscientemente criterios al respecto. De modo análogo, se pone en condiciones de valorar los resultados del trabajo del colectivo.

Nadie mejor que el propio estudiante conoce todo lo que ha aprendido y todo lo que se ha esforzado. Se pueden establecer algunos criterios para la autoevaluación:

- Aprendizaje logrado. Se puede valorar cualitativamente en función del “volumen” y calidad de los conocimientos y habilidades adquiridas.
- Tiempo invertido.

- Procesos seguidos.
- Nivel de creatividad en la construcción y presentación de los resultados, entre otros criterios.

En relación a la co-evaluación, como los estudiantes han trabajado cooperativamente, conocen sobre el trabajo de los demás y les interesa saber la opinión de sus compañeros. Los aspectos a tener en cuenta pueden ser:

- Incidencia individual en el ambiente cooperativo.
- Reparto eficaz de las tareas.
- Cumplimiento de las normas de comunicación grupal.
- Cumplimiento de las expectativas como grupo, entre otros aspectos.

En el centro de esta triada dialéctica: reflexión, autoevaluación, co-evaluación, la reflexión posee el lugar central. Por las características del contexto la reflexión debe dirigirse a: lo lógico, lo fenomenológico y lo profesional. Aunque no se debe obviar lo motivacional – afectivo. También la autoevaluación y co-evaluación se deben realizar con carácter reflexivo. El diálogo reflexivo es imprescindible cuando se busca un aprendizaje significativo y de calidad, amplía las posibilidades de una interacción abierta y plena entre los estudiantes y entre estos y los docentes. La Figura 4 sintetiza las relaciones en esta triada.

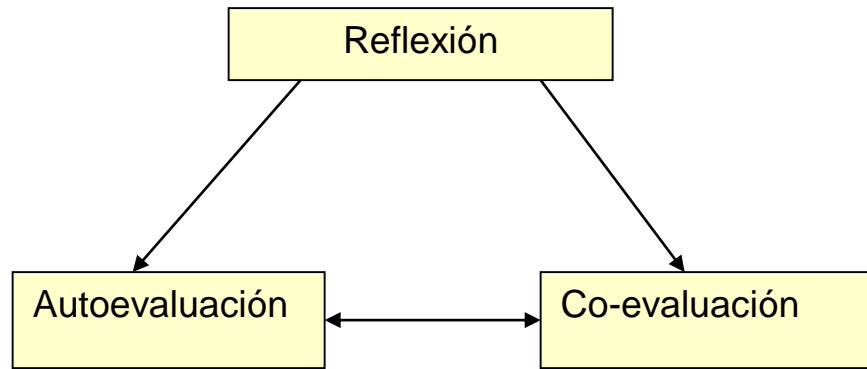


Figura 5. Relación reflexión – autoevaluación - co evaluación. Jerarquía de la reflexión.

Si las reflexiones fluyen de forma adecuada, serán más objetivas las autoevaluaciones y la co-evaluación. Entre estas dos últimas se establecen relaciones de coordinación directa. Al respecto, debe existir coherencia entre la opinión personal y la del colectivo como muestra de un proceso consciente y autorregulado.

El autor de esta tesis considera que la teoría de la resolución de problemas es uno de los sustentos del ABP, por lo tanto, se integran estas teorías en el desarrollo de la propuesta, ya que en el desarrollo del proceso que realizan los estudiantes desde el planteamiento original del problema hasta su solución, trabajan de manera colaborativa en pequeños grupos, comparten las experiencias de aprendizaje, tienen la posibilidad de practicar y desarrollar habilidades, de observar y reflexionar sobre sus actitudes.

2.3. Medicina Basada en Evidencia

La medicina ha evolucionado en la última década en las técnicas del diagnóstico y en las decisiones terapéuticas, todos estos avances son editados en más de 6000 libros anualmente y en artículos científicos en todas las revistas médicas de alto impacto. Los profesionales de la medicina actualmente están inmersos en una gran cantidad de

información, que les sugieren nuevos métodos en la forma de diagnosticar, tratar y evaluar el pronóstico de los pacientes, lo que lleva a los médicos a tener que elegir el tratamiento más eficaz.

A finales de los años 70 diversos epidemiólogos, entre los que destacan Sackett, Haynes y Tugwell, trabajaban por unir la investigación clínica a la toma de decisiones para los pacientes. Guyatt (1990) acuñó el término «Medicina Basada en Evidencia» (MBE), con lo que quedó definido un nuevo modelo en la forma de hacer medicina y una filosofía de la práctica y la docencia clínica. En este proceso no bastaba la experiencia, sino que era obligatorio tener evidencia científica para tomar decisiones clínicas.

Maestre, Ocampo, Useche, y Trout (2012), afirman que la MBE es un instrumento que utiliza el conocimiento científico aprobado, que dan las investigaciones clínicas, para conseguir los mejores resultados en los pacientes y esta contribuye con la autoformación médica.

Este enfoque es interesante⁴⁸ y para los defensores de esta metodología, de gran utilidad, pues enfatiza en que todas las decisiones médicas de diagnóstico, pronóstico y tratamiento deben estar soportadas en pruebas sólidas que provengan de la mejor investigación clínica, epidemiológica, lo que conlleva a no tomar decisiones basados únicamente en la experiencia propia del médico.

La MBE requiere la integración rigurosa de las mejores evidencias clínicas externas posibles, obtenidas a partir de la investigación sistemática, lo que se refleja en la

⁴⁸ Se le propone a este enfoque es calificativo “Interesante”, porque se vincula con la metodología basada en problemas.

exactitud y precisión de los métodos de diagnóstico. Esta conlleva a la eficiencia y seguridad de los procedimientos terapéuticos a seguir, por esto la práctica de la MBE lo que invalida son las pruebas diagnósticas y estrategias terapéuticas previamente aceptadas y las sustituye por nuevas prácticas más exactas, eficaces y seguras.

Un punto central en el uso de la MBE es la necesidad de usar la probabilidad subjetiva, y la probabilidad frecuentista, ya que utiliza una forma de cuantificar por medio de factores de ponderación individuales, la probabilidad de que ocurra cierto evento, cuando no es posible de cuantificar de otra manera más confiable.

Para poder aplicar la MBE a un problema específico se requiere seguir este procedimiento:

1. Formular de modo preciso la pregunta a responder ligada al problema clínico del paciente en cuestión.
2. Localizar en la literatura las pruebas científicas existentes al respecto.
3. Evaluar críticamente tales pruebas, extrayendo las conclusiones.
4. Aplicar estas conclusiones al enfermo y problemas en cuestión.
5. Evaluar los resultados de tal aplicación.

La presente metodología se tiene en cuenta para el diseño del modelo didáctico, propuesto para la enseñanza del Teorema de Bayes, ya que la evidencia científica no puede originarse más que de un estudio riguroso, donde juega un papel fundamental la Estadística. Todos estos argumentos, aseguran la necesidad de que los futuros médicos adquieran conocimientos en estadística y probabilísticos.

Aunque en el desempeño profesional del médico se adquiere experiencia frente a situaciones que implican incertidumbre, mediante el aprendizaje empírico, debe existir un método que ayude a razonar en estas situaciones. Esto lo permite la toma de decisiones, que emplean las herramientas de la teoría de las probabilidades que se apoyan en la lógica bayesiana, y que se utiliza para calcular una probabilidad diagnóstica (probabilidad posteriori) partiendo de la aparición de síntomas y los resultados de las pruebas complementarias.

El Teorema de Bayes es el motor que permite realizar análisis de valor predictivo de datos clínicos, lo cual es un componente fundamental para la medicina basada en evidencia.

2.4. Probabilidad Subjetiva

Esta postura de la probabilidad, surgió por inconsistencias en las aplicaciones de la definición frecuencial de la probabilidad, se ha desarrollado por las contribuciones de Finetti y Savage⁴⁹.

En esta concepción la probabilidad es una medida de la certidumbre personal acerca de la plausibilidad de un resultado aleatorio, en ella se asume el grado de creencia o de certeza que tiene una persona acerca de la ocurrencia de un suceso. La asignación de la probabilidad se determina por un juicio personal sobre la posibilidad de que el suceso ocurra. Este juicio se centra en las características del fenómeno, conjuntamente con la valoración de la experiencia personal, las opiniones y la evidencia de que dispone.

⁴⁹ Gregoria M y Morales A. (1995); Teoría de la probabilidad: Fundamentos, Evolución y Determinación de Probabilidades; Tesis Doctoral no publicada; Universidad de Complutense de Madrid.

Esto es lo que atribuye un carácter subjetivo a esta posición, y sirve como base para la asignación de probabilidades, en aquellos eventos que no se prestan a repetición, en los que la noción frecuentista no procede. Este es el caso, por ejemplo, en el diagnóstico de un paciente especial y se traduce en el juicio clínico representado por la probabilidad de que el paciente presente una cierta evolución. La concepción subjetiva también puede aplicarse en los casos en que se utiliza la definición frecuentista de probabilidad.

La aplicación de la probabilidad subjetiva conduce a que el médico o el investigador asigne la probabilidad, de un resultado incierto, a partir de su propia experiencia, basado en la evidencia que dispone, principio fundamental, en la práctica de la Medicina Basada en Evidencia, que requiere la integración de la experiencia clínica individual con los mejores datos objetivos cuando se toma una decisión terapéutica.

En esta adjudicación de la probabilidad, es posible concertar los juicios personales y las concepciones clásicas o frecuentista, en función de la naturaleza del proceso. Así, el investigador puede tener en cuenta en sus creencias, la frecuencia relativa con que se ha observado el resultado, en sucesivas repeticiones del fenómeno. Por lo tanto, si se tienen en cuenta las concepciones frecuentistas y clásica, la adjudicación del valor de la probabilidad es responsabilidad del investigador.

Esta forma de razonar es muy cercana al razonamiento científico, y constituye el primer tratamiento matemático de la inferencia inductiva, y su aplicabilidad conduce al Teorema de Bayes, que permiten obtener conocimiento inductivo, pues las probabilidades iniciales se transforman en probabilidades finales a la luz de los sucesos observados. Dicho tratamiento será fundamental en la propuesta didáctica,

ya que se pretende que el estudiante a través de los análisis de los problemas propuestos, busque herramientas que desarrollen el raciocinio deductivo y no la memorización de fórmulas. La memorización puede ser temporal, mientras que el raciocinio y el conocimiento adquirido son para toda la vida.

Conclusiones del Capítulo 2

Los planteamientos anteriores se refieren a los fundamentos teóricos que contienen la tesis: los referentes filosóficos, psicológicos, la teoría de la resolución de problemas, la medicina basada en evidencia y la probabilidad subjetiva, que sustentan el modelo didáctico para el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes, en las escuelas de medicina, con el objeto de mejorar los procesos de razonamientos en probabilidades inversas.

CAPÍTULO 3. DISEÑO METODOLÓGICO

Una vez descrito los objetivos y el marco teórico de la tesis, se describe en el siguiente capítulo los elementos que justifican el paradigma de la investigación, se valora el alcance del estudio y se hace referencia a la población y la muestra. También se explicitan los diferentes métodos y técnicas utilizados durante el desarrollo de la investigación.

3.1. Metodología de la investigación

3.1.1. Tipo o enfoque de investigación

En la investigación se analizan principalmente variables cualitativas, con un enfoque de investigación acción. Se asume el paradigma cualitativo, pues según Sandín (2003) es “... *una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de la práctica socioeducativa, la toma de decisiones y el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos*”⁵⁰. Entre las características de este paradigma, se tiene que: explora los fenómenos en profundidad, se conduce básicamente en ambientes naturales y los significados se extraen de los datos (Hernández, Fernández y Baptista, 2010).

También el estudio que se realiza en la tesis se orienta bajo la Investigación Acción Educativa, pues tiene un carácter interpretativo y exploratorio, donde se analizan las acciones de los estudiantes y las situaciones sociales de una comunidad educativa. Según Duhalde (1999) la investigación acción es el “... *proceso de integración de los*

⁵⁰ Sandín E. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid: Mc Graw Hill. p. 123.

aspectos que resultan más relevantes en el surgimiento de una idea científica y su estabilización en la cultura.

(...). En tal sentido, nos referimos oportunamente al objeto, al método y a las condiciones de realización”⁵¹. Y Minerva (2006) plantea que “... constituye un proceso de reflexión-acción-cambio-reflexión, por y para el mejoramiento de la práctica del docente, mediante la participación activa de este, dirigido a superar los problemas y las necesidades del aula, la escuela y la comunidad, posibilitando el diálogo entre teoría-práctica-teoría”⁵². Es criterio del autor de esta tesis que la investigación acción permite transformar, mejorar y enriquecer el quehacer docente de la asignatura de Bioestadística, para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del teorema de Bayes.

Además, se hará uso de algunas técnicas cuantitativas al realizar el contraste de hipótesis para evaluar las diferencias en los dos grupos, el grupo donde se desarrolla la temática de forma tradicional y el grupo donde se aplica la propuesta didáctica.

3.1.2. Alcance del estudio

Se pretende desarrollar un conocimiento robusto del Teorema de Bayes en los estudiantes y que a la vez sean capaces de interpretar la literatura científica del tema, para contribuir a su futuro desempeño profesional.

⁵¹ Duhalde, M. (1999). *La investigación en la escuela*. Buenos Aires: Novedades Educativas. p. 22.

⁵² Minerva, F. (2006). *El proceso de investigación científica*. Zulia, Venezuela: Universidad del Zulia. p. 116.

3.1.3. Población y muestra

La población de estudio son los estudiantes de medicina inscritos en el curso de Bioestadística de la Universidad Antonio Nariño. Para la evaluación de la propuesta docente se realizó un estudio cuasi-experimental en el que la muestra estuvo conformada por estudiantes que cursaron Bioestadística: 46 estudiantes en el primer semestre de 2015, que constituyeron el grupo de control y 82 estudiantes de segundo semestre del mismo año que constituyeron el grupo experimental que fue sometido a la nueva propuesta pedagógica. Para el estudio también se tomó una muestra de 10 docentes que impartían la asignatura de Bioestadística. Esta muestra fue de conveniencia, porque se realizó una convocatoria para participar voluntariamente.

3.1.4. Métodos, técnicas e instrumentos utilizados

En la investigación se interrelacionan métodos y técnicas de un nivel teórico y empírico.

Entre los métodos teóricos se tiene:

Histórico-lógico: se utiliza para el análisis de la evolución y desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Bioestadística, en particular del teorema de Bayes en las escuelas de medicina.

Análisis-síntesis: durante todo el proceso de investigación, en los fundamentos teóricos, en el análisis de los resultados del estudio inicial y final, referido al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Bioestadística, en particular del teorema de Bayes en las escuelas de medicina, lo que permite interpretar, sintetizar los resultados, elaborar conclusiones, generalizaciones y recomendaciones.

La **modelación** y el método **sistémico-estructural:** para la elaboración del modelo y

la propuesta didáctica de la tesis.

Del nivel **empírico** fueron empleados:

La **observación participante**: para obtener información sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Bioestadística, en particular del Teorema de Bayes en las clases.

Encuesta: a los profesores de las universidades, para obtener información sobre las dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Teorema de Bayes, su aplicabilidad e importancia en la formación de los futuros médicos (Anexo 1).

Además, se aplica una encuesta a los estudiantes para conocer los criterios sobre el aporte de la Bioestadística, específicamente el Teorema de Bayes, para su formación y futuro desempeño profesional.

Los métodos **matemáticos estadísticos**: en el procesamiento de la información obtenida durante el desarrollo de la investigación.

Cuasi-experimento: para valorar la efectividad de la propuesta.

Pruebas pedagógicas o cuestionario: para medir el estado inicial y final de los estudiantes de medicina que conformaron la muestra (ver anexos 2 y 3).

3.2. Fases de la investigación

La investigación se ha desarrollado en diferentes fases, cada una de las cuales posee un fin en sí misma, que corresponden con los objetivos de la investigación y al marco teórico asumido.

Las características generales de las fases son:

Fase 1: Exploratoria y de determinación de la metodología para la enseñanza del Teorema de Bayes.

En esta fase se utilizó un diseño de investigación cualitativa para identificar los enfoques utilizados para enseñar el tema y los aspectos más relevantes a lograr con él mismo. Sobre la base de estas experiencias se elaboró la propuesta didáctica, la que contiene, junto a las consideraciones metodológicas, una serie de talleres y colecciones de problemas para la enseñanza del Teorema de Bayes.

Para esto se realizó una investigación bibliográfica en la que se profundiza en la búsqueda de estándares internacionales en la enseñanza del Teorema de Bayes y sobre esta base y los resultados de la investigación exploratoria, se identificarán los criterios de perfeccionamiento, los que fueron sistematizados por medio de unos talleres complementados, con listas de problemas de diferentes áreas de las Ciencias Médicas.

Además, se realizó una encuesta a docentes universitarios (Anexo 1), que impartían el curso de Bioestadística en las facultades de medicina, para identificar cuál es la forma en que usualmente se trata el tema en las diferentes universidades, para determinar las áreas de interés y objetivos a perseguir con la enseñanza del Teorema de Bayes, los enfoques o metodologías que se utilizan, y resaltar las experiencias positivas o negativas de los profesores de la asignatura.

Fase 2: Validación de la metodología.

En esta fase se utilizó un diseño de investigación-acción, ya que no sólo la constituyen un conjunto de criterios y principios teóricos sobre la práctica educativa, sino también

un marco metodológico que sugiere la realización de una serie de acciones que deben desarrollar dentro de la investigación.

Esta metodología de investigación-acción se suele conceptualizar como un proyecto de acción, formado por estrategias didácticas, para esta investigación los talleres planificados, en cada uno de los temas a intervenir, se vinculan a las necesidades del profesorado y del estudiante.

Este es un proceso que se caracteriza por su carácter cíclico, el cual queda planteado en el modelo pedagógico, que implica una espiral dialéctica entre la acción (Planificación y aplicación de los talleres) y la reflexión (Los procesos mentales que se desarrollan en la aplicación de cada uno de los talleres, que propician tomar una decisión justificada sobre la solución de un problema), de manera que ambos momentos queden integrados y se complementan. El proceso es flexible e interactivo en todas las fases o pasos del ciclo, como se desarrolla en el próximo capítulo.

Para esto se realizará un experimento pedagógico en el que se contrastará el desempeño en el tema y las percepciones sobre la enseñanza del mismo en un grupo experimental y su correspondiente control en dos semestres consecutivos.

Primer momento: En el primer semestre se tomará un grupo control, que curse Bioestadística, el cual se desarrolló con metodologías tradicionales, y se aplicó una prueba (Anexo 2) al finalizar el tema de interés de esta investigación.

Segundo momento: En el segundo semestre consecutivo al anterior se tomó un grupo experimental que curse Bioestadística, al cual se le aplica la propuesta didáctica,

basada en el modelo didáctico creado para mejorar la adquisición de competencia en el teorema de Bayes.

A ambos grupos se les aplica una encuesta de opinión (ver anexo 4), para explorar su percepción sobre el tratamiento del teorema de Bayes en el curso. Adicionalmente se compara el desempeño en la pregunta sobre el Teorema de Bayes en él o los exámenes que corresponda. En todos los casos se asegura que las preguntas sean comparables.

Los datos de esta fase experimental se organizan en una base de datos que se elabora en EPIDAT 3.0 y se calculan intervalos de confianza para diferencia de proporciones y con esto analizar si se observan cambios.

Conclusiones del Capítulo 3

La investigación es cualitativa, con un enfoque de investigación acción, donde se plantean los diferentes métodos teóricos y empíricos que se utilizan, para alcanzar los resultados deseados.

Por las características del trabajo los métodos estadísticos matemáticos juegan un papel significativo en el análisis y obtención de los resultados.

CAPÍTULO 4. MODELO DIDÁCTICO

Para esta investigación los resultados se obtendrán con el cumplimiento de los objetivos generales y específicos, y la comprobación de la hipótesis planteada en la introducción del presente trabajo. En este capítulo se presenta un diagnóstico inicial, se abordan los referentes de los modelos didácticos, se explicita el modelo didáctico para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes y por último se explica la propuesta didáctica.

4.1. Diagnóstico de la situación inicial

El diagnóstico tiene como finalidad conocer el estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de la Bioestadística, en particular del Teorema de Bayes y sus aplicaciones en el campo de la medicina, para esto se realizó un estudio con estudiantes y docentes que imparten el curso de Bioestadística en facultades de medicina.

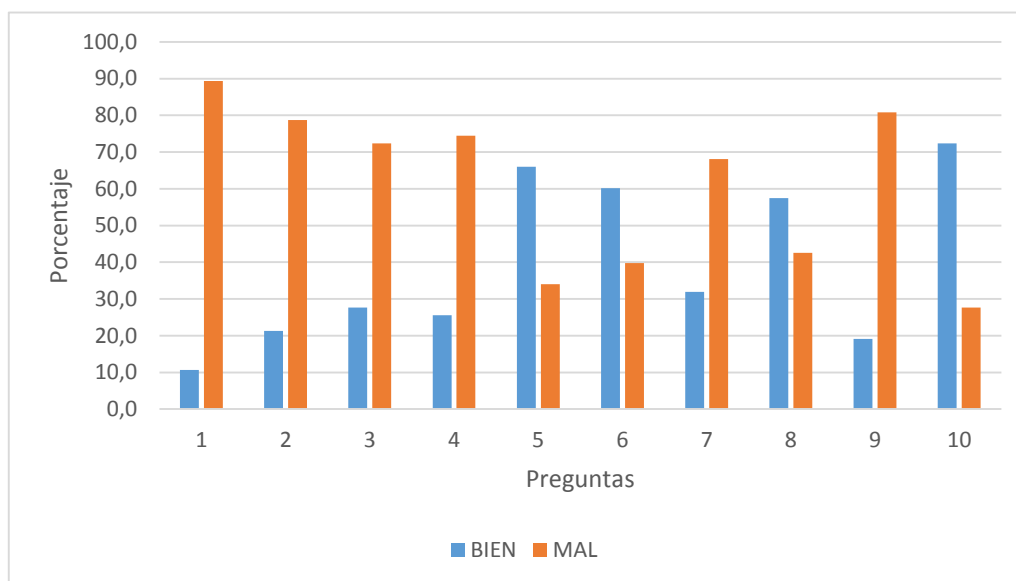
4.1.1. Evaluación de conocimientos grupo control

Esta parte del estudio está orientada a evaluar los conocimientos adquiridos en los temas de probabilidad, probabilidad condicional y el teorema de Bayes, por los estudiantes de medicina en el curso de Bioestadística. La finalidad es determinar los posibles sesgos en el razonamiento y los errores que se pueden presentar en los estudiantes en la resolución de los problemas.

Para ello se aplicó un cuestionario (ver anexo 2), donde se presentan ejercicios tradicionales que se desarrollan frecuentemente en el curso.

La muestra estuvo conformada por 47 estudiantes de medicina del cuarto semestre de la Universidad Antonio Nariño, inscritos en el curso de Bioestadística, entre las edades de 18 a 27 años. Los temas se desarrollaron durante seis sesiones (cada sesión de 120 minutos). Se realizó la aplicación del taller después del parcial, para asegurar que los estudiantes hubieran preparado los temas respectivos.

A continuación, se hace un análisis descriptivo de los resultados del taller, para cada ítem se calculan las frecuencias y porcentajes de cada respuesta, encontrándose:



Grafica 1. Resultados de la prueba, grupo control.

- Solo el 10.6% de los estudiantes definen correctamente la probabilidad condicional. En las respuestas dadas se observa que deben intervenir dos sucesos, dando elementos imprecisos ya que en la probabilidad conjunta también intervienen dos sucesos; tampoco se diferencia lo que es una variable a un suceso.
- El 21,3% de los estudiantes restringe correctamente el espacio muestral. Al analizar las respuestas se encontró que el error más frecuente es el de no tener

en cuenta el orden de nacimiento y dar el espacio muestral de un experimento simple. Otra respuesta repetitiva es el no dar el conjunto completo de sucesos del espacio muestral.

- El 72,3%, de los estudiantes presentan confusión entre la probabilidad condicional y conjunta.
- El 25,5% de los estudiantes reconocen el concepto de independencia, pero un 51,1%, presenta una confusión del concepto mutuamente excluyente, lo que demuestra que se presentan sesgos en el razonamiento de independencia de eventos.
- El 66% de los estudiantes reconocen el concepto de situaciones con y sin reemplazo, lo que demuestra que la mayoría de los estudiantes discriminan el concepto de sucesos con y sin reemplazo.
- Los estudiantes presentan dificultades en identificar el concepto de probabilidad clásica, compuesta, conjunta, y condicional, ya que el 64% no contestaron la pregunta que evaluaban estos conceptos. De los que contestaron la pregunta el 59,6% identifica el concepto de probabilidad conjunta, se presenta mayor dificultad en el cálculo de probabilidades condicionales y su inversa, donde los resultados incorrectos son del 51,1% para $P(A|B)$ y del 44,7% para $P(B|A)$ en este concepto.
- La prueba demostró que los estudiantes presentan dificultades en el razonamiento estadístico, ya que el 68,1% de ellos presentó dificultades en la solución del problema donde se evaluaba el concepto de probabilidad con

reemplazamiento. Los estudiantes identificaban los sub-espacios, pero no sabían qué hacer con ellos.

- Referente al teorema de probabilidad total, solo el 19,1% de los estudiantes solucionó correctamente el problema, el 80,9% no contestó o desarrolló procedimientos incorrectos, lo que determina que existe una gran dificultad en el manejo de este teorema. La mayoría de los estudiantes, realizan el diagrama del árbol, pero presentan dificultades en el momento de identificar las probabilidades en cada uno de los sucesos que los componen. Otra dificultad observada es la aplicación del teorema de la suma o unión para obtener la solución adecuada al problema.
- La mayoría de los estudiantes desarrolla procedimientos donde, para aquel que razona, la presencia de un fenómeno no depende del resultado de los anteriores cuando los fenómenos son independientes.

Los resultados de la prueba aplicada a los estudiantes indica la necesidad de crear metodologías necesarias para mejorar la comprensión de estos conceptos, generando competencias en la lectura de tablas conjuntas, que serán necesarias en la comunicación científica de los futuros médicos.

4.1.2. Actitud de los estudiantes de medicina hacia la estadística

Se aplicó una encuesta de opinión, para explorar su percepción sobre el tratamiento del Teorema de Bayes (ver anexo 4) en el curso de bioestadística, al finalizar este tema, para determinar la visión y utilidad que tienen los estudiantes en este momento. En primer semestre del 2015, a estudiantes del cuarto semestre de la carrera de

medicina de la Universidad Antonio Nariño, se desarrollaron los temas planteados en el actual Syllabus (ver anexo 5), con la metodología tradicional.

La estadística está presente en todos los programas de medicina en las universidades, debido a su aplicabilidad a la actividad científica y a la vida profesional, ya que proporciona competencias para el acceso al conocimiento en el campo de estudio (la medicina).

La Estadística juega un papel destacado en el ejercicio profesional del médico, por lo tanto, la enseñanza no bastará transmitir un conjunto armónicamente estructurado de conocimientos acerca de esta disciplina, sino que es necesario además proveer a los futuros médicos de métodos y procedimientos de trabajo que faciliten su desempeño.

A pesar de esta visión los estudiantes universitarios suelen exhibir una actitud negativa hacia el estudio de la Estadística Evans (2007), y esto es preocupante, ya que con la actitud con la que los alumnos se enfrentan al estudio de esta disciplina académica, puede resultar un elemento motivante para aprendizaje o, por el contrario, un obstáculo para el mismo Evans (2007). Además, la actitud negativa hacia la Estadística, bloquea también el uso de esta ciencia en la futura vida profesional Ramírez, Schau, Emmioglu (2012).

Esto se ve en la encuesta que se realizó a los estudiantes, donde más del 54% de los estudiantes no considera importante el Teorema de Bayes para su futura profesión.

Se ha pensado que la actitud negativa de los estudiantes que inician el estudio de la estadística, es porque no poseen conocimientos de la utilidad de esta ciencia para su

futura actividad profesional. Dar a conocer lo preponderante de la estadística contribuye de manera significativa al cambio de actitud hacia esta asignatura.

Esto lo ratifica el 51% (Tabla 2) de los estudiantes, ya que piensan que el Teorema de Bayes no incrementa las posibilidades de trabajo, ni le es útil para su vida profesional. A pesar de esto un 79% considera que la formación en estadística recibida hasta el momento le permitirá entender mejor las investigaciones que se realizan en el campo de la medicina. Este análisis permitió corroborar los resultados de otras investigaciones dados por autores descritos en el estado del arte, donde se considera el bajo conocimiento de los estudiantes al terminar los cursos de estadística en las escuelas de medicina.

Los resultados indican que después de haber desarrollado los temas plantados con la metodología tradicional, en un gran porcentaje los estudiantes mantienen una actitud negativa hacia la utilidad del Teorema de Bayes, en la formación del futuro médico.

Tabla 2. Resultados porcentuales en encuesta de actitud a estudiantes.

Preguntas	Muy de acuerdo	De acuerdo	Indiferente	En desacuerdo	Muy en desacuerdo
A	8,5	17,0	19,1	42,6	12,8
B	12,8	42,6	14,9	19,1	10,6
C	8,5	8,5	31,9	29,8	21,3
D	27,7	51,1	4,3	10,6	6,4
E	31,9	57,4	0,0	6,4	4,3
F	38,3	55,3	0,0	4,3	2,1
G	51,1	25,5	0,0	10,6	12,8
H	12,8	19,1	10,6	21,3	36,2
I	14,9	44,7	2,1	27,7	10,6
J	6,4	14,9	21,3	31,9	25,5

4.1.3. Encuesta a docentes universitarios, que impartan el curso de Bioestadística en las facultades de medicina

Se realizó una encuesta (Anexo 1) a doce Docentes Universitarios que dirigen el curso de Bioestadística para conocer los criterios sobre el aporte de esta ciencia, específicamente del Teorema de Bayes, para la formación del futuro médico obteniéndose (Tabla 3).

- El 58% de los docentes encuestados considera que la estadística le será útil al médico en su vida profesional. Ya que la ven como una disciplina de gran importancia para la epidemiología para estudiar la distribución de las enfermedades y los posibles factores de riesgo asociados.
- Un 67% considera que es importante desarrollar el concepto del Teorema de Bayes para los futuros médicos.
- Solo el 25% de los encuestados cree es mejor dejar el análisis y la utilización del Teorema de Bayes para los “expertos” y no para la formación de los médicos.
- El 33% piensa que comprender y saber utilizar el concepto del Teorema de Bayes facilitará el trabajo diagnóstico de los futuros médicos.
- El 100% de los encuestados considera que la formación estadística que reciben los estudiantes de medicina los ayudará a entender mejor las investigaciones que se hacen en su campo de estudio.
- Un 66% de los docentes consideran, que para el desarrollo profesional del médico existen temas más importantes que el Teorema de Bayes dentro de la estadística.

- El 42% de los encuestados, cree que es pertinente que la utilización del Teorema de Bayes puede ser útil para quien se dedique a la investigación, pero no para el ejercicio profesional del médico.
- Un 58% considera que el Teorema de Bayes le permitirá entender la solución de problemas al médico en su vida profesional.
- El 33% de los encuestados, piensa que la presentación del Teorema de Bayes le permite al futuro médico cambiar la manera de pensar sobre la aplicabilidad de la Estadística en la formación profesional.

Los apartados anteriores permiten concluir que para la mayoría de los docentes es fundamental la enseñanza de la estadística a los estudiantes de medicina, ya que desarrollarán competencias que les permitirá una mejor comunicación con el mundo científico, pero se observa que muchos docentes desconocen la utilidad que puede tener el Teorema de Bayes en la formación del futuro médico, así como en el desarrollo del razonamiento por parte de los estudiantes.

Tabla 3. Resultados porcentuales en encuesta de percepción de docentes.

Preguntas	Muy de acuerdo	De acuerdo	Indiferente	En desacuerdo	Muy en desacuerdo
1	58,3	0,0	33,3	8,3	0,0
2	25,0	41,7	16,7	8,3	0,1
3	8,3	16,7	50,0	25,0	0,0
4	8,3	25,0	16,7	41,7	0,1
5	66,7	33,3	0,0	0,0	0,0
6	58,3	8,3	0,0	25,0	0,1
7	41,7	0,0	33,3	16,7	0,1
8	33,3	25,0	0,0	33,3	0,1
9	25,0	8,3	16,7	50,0	0,0

4.2. Fundamentos de los modelos didácticos

Existen varias definiciones de modelos, donde cada una de ellas refleja un propósito bien definido, e identifican aspectos esenciales y tratan de representar la realidad de forma simplificada. Por ejemplo, para Miller (1998) un modelo es “... *un sistema concebido mentalmente o realizado de forma material que, reflejando o reproduciendo el objeto de la investigación, es capaz de sustituirlo de modo que su estudio nos dé nueva información sobre dicho objeto*”⁵³. Núñez (2003) hace referencia a una amplia tipología de modelos donde, teniendo en cuenta la misma, el autor de esta tesis se adhiere a los modelos didácticos, dado el objeto de estudio de la presente investigación.

Diferentes autores aportan en sus estudios definiciones de modelo didácticos: Sierra y Alicia (2002), Jiménez (1991), Sigarreta (2001), Escalona (2007), entre otros. Para Sigarreta (2001), un modelo didáctico es “... una concepción sistemática que, en plano de la enseñanza y del aprendizaje, estructura una determinada práctica dentro del proceso docente educativo, para incidir en la formación integral de la personalidad del estudiante”⁵⁴. Esta definición propicia la organización o estructuración de la práctica, en su fin considera la meta a lograr.

Se es del criterio que los modelos didácticos están estrechamente relacionados con el proceso de enseñanza aprendizaje. Esta perspectiva la plantean distintos autores, en particular Escalona (2007) aduce que: “... *un modelo didáctico es una abstracción del*

⁵³ Miller, J. (1998). *The psychology mathematical*. Princenton University Press, Princenton.

⁵⁴ Sigarreta, J. (2001). *Incidencia del tratamiento de los problemas matemáticos en la formación de valores*. Tesis en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero, Cuba, p. 78

*proceso de enseñanza-aprendizaje, o parte de este, que fundamentado teóricamente permite interpretarlo y establecer nuevas relaciones en función de lograr perfeccionar dicho proceso*⁵⁵. Esta definición de modelo didáctico es la que se asume en esta tesis, que se dirige al proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes.

Después de tener claridad sobre los modelos didácticos y se asume la definición de Escalona. En este sentido De Armas, Lorences y Perdomo (2003) aducen que los modelos presentan características generales, que también son propias de los modelos didácticos, dichas características como son:

- Capacidad para aproximarse al funcionamiento real del objeto.
- El investigador puede modificar el desarrollo del objeto.
- Capacidad para incluir los cambios que se operan en la realidad.
- Capacidad referencial. Considera la dependencia que tienen respecto al sistema social en el que se inserta.

Estas características están en correspondencia con la definición de modelo didáctico que ofrece Escalona, en el sentido de que expresan la relación del investigador con el objeto investigado. La definición de Escalona le concede al investigador la posibilidad no solo de abstraerse sino de reinterpretar el objeto, incluso de delimitar una parte dentro del objeto modelado. La búsqueda de nuevas relaciones está asociada a las observaciones de De Armas, Lorences y Perdomo (2003), los cuales además de enfatizar la aproximación y modificación intencionada del sujeto que investiga sobre el

⁵⁵ Escalona, M. (2007). El uso de recursos informáticos para favorecer la integración de contenidos en el área de ciencias exactas del preuniversitario. Tesis en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas “José de la Luz y Caballero”, Holguín. p. 65.

objeto investigado, también refieren la necesidad de considerar la influencia del entorno que rodea el proceso que se investiga. O sea, del contexto donde el objeto encuentra fundamentos referenciales que son dinámicos (teóricos) e influencias heterogéneas del espacio concreto donde éste ocurre (empíricos).

Luego del análisis realizado sobre los modelos y en especial sobre los modelos didácticos, y sus características, a continuación, se ofrece la explicación del Modelo Didáctico elaborado, donde se explicitan las tres fases en la que se estructura el modelo.

4.3. Modelo Didáctico para la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes

Después del análisis realizado en el epígrafe anterior sobre los modelos y en particular de los didácticos, a continuación, se explica el modelo didáctico elaborado. El mismo está dirigido a los profesores que dictan Bioestadísticas en las escuelas de medicina, en el cual se presentan los procedimientos teóricos que favorecen un sólido aprendizaje del Teorema de Bayes, a través del contexto de la medicina basada en evidencia.

El modelo consta de tres fases fundamentales interrelacionados entre sí. Cada una de las fases posee sus respectivos componentes. El gráfico de la Figura 6 es una representación que sirve para ilustrar las fases, componentes, cualidades y relaciones esenciales del modelo. A continuación, se explican cada una de ellas junto a sus componentes.

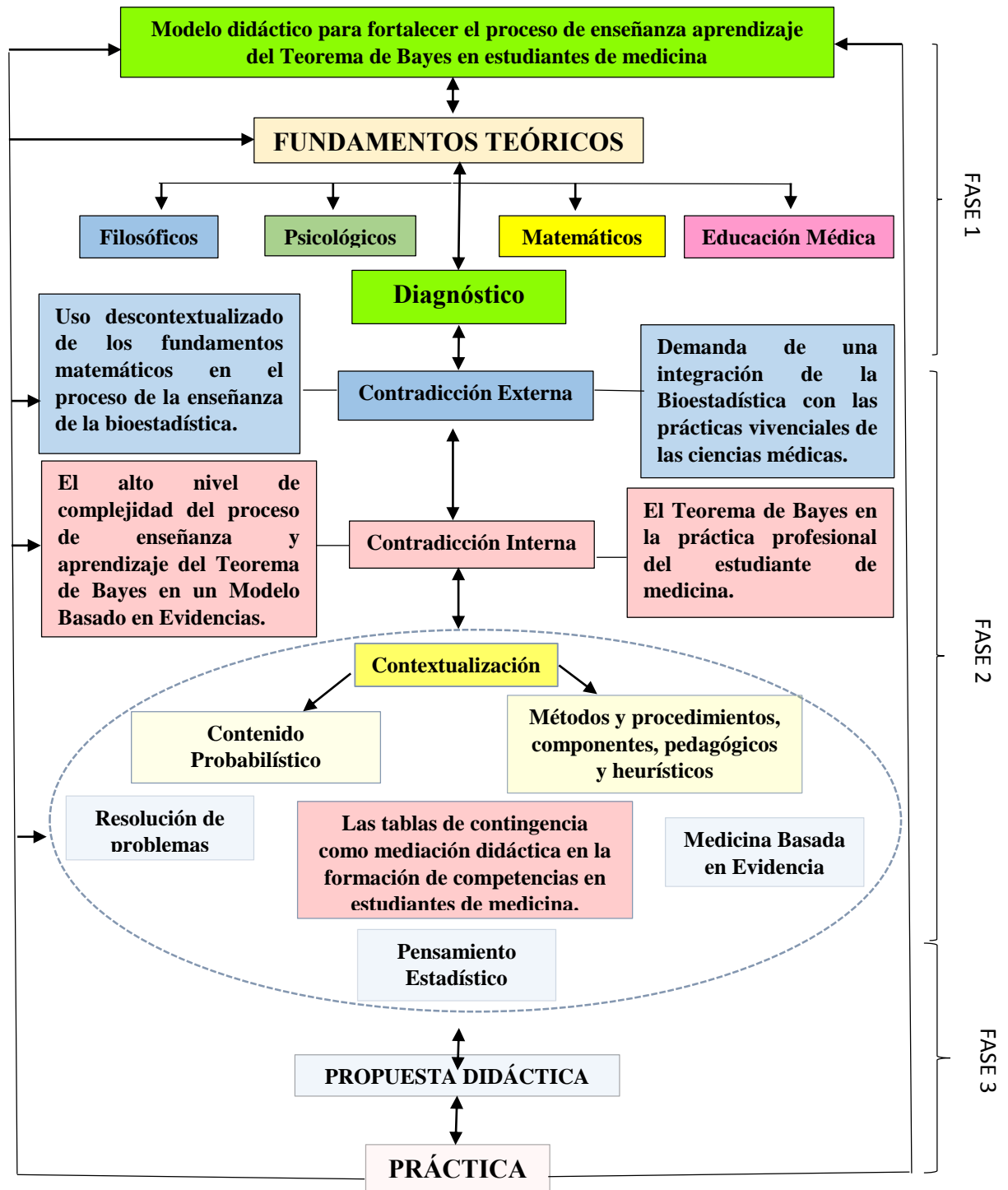


Figura 6. Fases, componentes, cualidades y relaciones esenciales del modelo.

4.3.1. Fase 1. Fundamentos y diagnóstico del modelo didáctico

La Fase 1 tiene tres momentos: referentes teóricos, contradicción externa y diagnóstico permanente. Esta fase constituye la base del modelo y es contentiva de la problemática a investigar. La superposición de estos momentos es fundamental para la generación de la nueva cualidad deseada en el modelo.

Los referentes teóricos son los fundamentos científicos en que se basa este modelo. Estos referentes son erigidos de la contradicción que genera el problema, sobre la base del estudio epistemológico del objeto y del campo de acción de esta investigación; así como del diagnóstico inicial y permanente, que se realiza en el trabajo. Los referentes teóricos provienen de las reflexiones, que se realizan de la temática abordada y que propician la solución adecuada. Su concepción se enriquece en la relación dialéctica de la teoría con la práctica. El análisis desarrollado en los epígrafes del Capítulo 2, se dirige a crear las condiciones para determinar estos referentes, los cuales son los siguientes:

Psicológico. Desde el punto de vista psicológico se asumen las posiciones de Piaget, donde se sustenta la construcción del conocimiento en: esquema, estructura, organización, adaptación, asimilación, acomodación y equilibrio. En el desarrollo cognoscitivo se realiza un equilibrio interno entre la acomodación y el medio que lo rodea.

A tono con la característica que se ha asumido sobre el modelo didáctico, la psicología piagetiana concuerda en el sentido de ponderar el accionar del maestro que provoca el desequilibrio con el razonar del alumno. No obstante, es importante resaltar que el papel del profesor sigue vigente en el proceso de reacomodo, en el sentido de que el

contexto y la naturaleza del contenido de aprendizaje son también dinámicos y pueden requerir de mayor o menor profundidad, de un tiempo más o menos dilatado, de un intercambio y socialización más o menos heterogéneo, entre otras posibilidades que demarque propuesta didáctica.

Filosófico. En los referentes filosóficos se aducen las posturas de Lakatos (1978), el cual plantea el papel de un problema y una conjetura para construir conocimiento matemático. También se consideran los planteamientos Davis y Hersh (1988), donde con respecto a la matemática indican su profundidad, su historia, su filosofía y el modo en que se obtiene el conocimiento matemático. El conocimiento matemático se obtiene mediante el trabajo que realiza cada estudiante, ante situaciones, donde desempeñan una participación activa en la construcción del conocimiento estadístico.

Este aspecto también está en correspondencia con la definición que se asume de modelo didáctico, por cuanto se destaca la importancia del qué y del para qué se enseña. La influencia externa en la modelación no puede estar ajena a la rapidez con que las ciencias médicas se desarrollan y encuentran nuevas aplicaciones del saber matemático, en este caso del Teorema de Bayes, donde el papel de la hipótesis se asocia con la capacidad y necesidad de avanzar en el conocimiento por medio de conjeturas. Por tanto, la concepción del modelo se entrelaza con la perspectiva de Lakatos orientada al cuasiempirismo.

Matemático. Se refiere al Teorema de Bayes, aspectos que se explican a continuación.

Teorema de Bayes. Este teorema posee cierta importancia al referir el contenido específico que se enseña en Bioestadística. Se debe destacar que es el contenido de una categoría de la didáctica, y su presencia es necesaria en cualquier intento de

modelar el objeto desde una perspectiva de enseñanza-aprendizaje. No debe obviarse la importancia de tomar en consideración que las matemáticas no se desarrollan al margen de las otras ciencias, sino que innumerables problemas de aplicación constituyen elementos catalizadores para el desarrollo de nuevos conceptos, procedimientos y teoremas. Recíprocamente, muchos problemas de la medicina encuentran solución en teorías matemáticas que surgieron antes, de modo que la relación entre ambas ciencias es dialéctica y reflejan lo que se ha dado en llamar “proceso de matematización de las ciencias”.

Para analizar el componente matemático de esta investigación, es importante también destacar qué vino primero: el Teorema de Bayes o sus aplicaciones dentro de la Biología y la Medicina. La historia da muchos ejemplos que ilustran una relación dialéctica.

Específicamente se enfatiza en los contenidos previos necesarios para desarrollar el Teorema de Bayes en el aula (concepto de probabilidad, de eventos, sucesos, espacio muestral, leyes de la probabilidad, probabilidad condicional, probabilidad total, entre otros). El Teorema de Bayes permite calcular la probabilidad inversa de un fenómeno, cuando se conoce la distribución de frecuencia marginal de una variable y la distribución de frecuencia de otra variable condicionada a la primera. Al utilizar el Teorema de Bayes, se puede predecir a partir de la prevalencia de la enfermedad y conociendo la sensibilidad y especificidad de la prueba clínica, cuál es la probabilidad de que el paciente tenga la enfermedad. También a través del Teorema de Bayes se puede cumplimentar un objetivo de las pruebas clínicas y de diagnóstico, que es

confirmar o rechazar hipótesis, lo cual permite clasificar el estado de salud de un individuo.

Didáctico. La teoría de la resolución de problemas se asume desde lo didáctico, pues tiene un lugar como enfoque en la teoría de enseñanza. Por eso es que se encuentra en la literatura “enseñanza por problemas”, “enseñanza de problemas”, “enseñanza a través de problemas”, “enseñanza basada en problemas”, entre otras.

Esto está a tono con la definición que se adopta de modelo didáctico, donde se pondera la capacidad referencial que deviene de la responsabilidad social del proceso de formación, en el sentido de que es necesario un médico competente y capacitado para resolver nuevos problemas que se le presenten. La teoría de resolución de problemas se entremezcla con relativa naturalidad con otros referentes, principalmente con el matemático y el psicológico. No es posible -en el marco didáctico- examinar la complejidad del contenido matemático al margen del nivel de inteligencia del sujeto resolvente, de sus capacidades metacognitivas, del entrenamiento de su memoria, de su flexibilidad y también de su aptitud para descubrir nuevos problemas, donde otros tal vez no los pudieron ver. Un profesional de la medicina, así formado, será capaz de reflexionar con mayor profundidad, utilizará con mayor rigor el método clínico, optimizará los análisis y pruebas de laboratorio y se orientará mejor hacia el diagnóstico certero de las enfermedades de sus pacientes.

En el modelo se prioriza la inclusión participativa de los profesores y estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes, lo cual se logra con la resolución de problemas retadores en el campo de la medicina. Estos problemas propician indagar, explorar, conjeturar, cuestionar, razonar, explicar su razonamiento

y pensar autónomamente, para propiciar la independencia cognoscitiva y el desarrollo del pensamiento matemático involucrado en el contexto de la medicina. Los problemas retadores en el ámbito de la medicina, para que sean motivantes deben estimular los procesos lógicos del pensamiento (análisis, síntesis, abstracción, comparación y generalización), estar en contexto y la resolución no debe ser inmediata. Para su trabajo en el aula, se asumen las fases de la resolución de problemas dadas por Schoenfeld (1985): analizar y comprender el problema, diseñar y planificar una solución, explorar soluciones, y verificar la solución. Este proceso propicia un trabajo cooperado, también permite intercambiar y socializar los conocimientos bioestadísticos, lo cual se ajusta a las exigencias actuales de las escuelas de medicinas.

Educación médica. Se enfatiza en la medicina basada en evidencia (MBE) y en el aprendizaje basado en problema.

Medicina basada en evidencia. Se toman como referencia los trabajos realizados por Mulligan y Sackett (1995); Maestre, Ocampo, Useche, y Trout (2012), entre otros. La MBE tiene aplicabilidad en las escuelas de medicina, pues interviene en las decisiones médicas de diagnóstico, pronóstico y tratamiento. Este tipo de medicina se nutre de las pruebas que provienen de la mejor investigación clínica y epidemiológica. La MBE contribuye a la formación del futuro médico, pues promueve el razonamiento clínico, la combinación de conocimientos, la búsqueda sistemática de información científica y la creación de habilidades en el estudiante, para enfrentarse a problemas en su vida profesional. También mejora la comprensión de los procesos de diagnóstico y tratamiento, además los estudiantes adquieren competencias de ser crítico frente a la

información y a las decisiones de su entorno, donde crean estrategias propias de autoaprendizaje.

Aprendizaje basado en problema. En este aprendizaje el estudiante es su propio protagonista, pues manifiesta un papel activo y cooperativo, y conjuntamente investiga y reflexiona sobre su contexto. Mientras tanto el docente planifica, orienta y controla el aprendizaje. En este proceso debe existir una comunicación afectiva, asertiva y empática entre el docente y los estudiantes y entre los propios estudiantes. La metodología del aprendizaje basado en problemas contiene: fines u objetivos, resumen de los presupuestos teóricos, fases para la ejecución del aprendizaje y síntesis de la relación: reflexión, autoevaluación, co-evaluación. Esta metodología de trabajo tiene su concreción en los talleres propuestos en la tesis.

El diagnóstico permanente constituye el segundo momento de la Fase 1 del modelo, pues se inició desde el diseño, para conocer el estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de la Bioestadística, en particular del Teorema de Bayes y sus aplicaciones en el campo de la medicina. El diagnóstico considera los conocimientos previos necesarios para el aprendizaje y posterior utilización del Teorema de Bayes.

El dominio de los conocimientos previos, posibilita insertar y dirigir de manera efectiva la actividad del docente, para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes en los estudiantes de medicina. También, propicia tener un punto de partida, para determinar cómo influye afectiva y cognitivamente, los contenidos de Bioestadística, en el desempeño profesional de los estudiantes.

Algunos elementos de los resultados del diagnóstico se evidencian en la fundamentación del problema y se explicita en el epígrafe 4.1, pero este se desarrolla

a lo largo de toda la investigación y en esto radica su valor. Este momento, se caracteriza por tener las siguientes acciones:

- Caracterizar el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos de probabilidad, probabilidad condicional y el Teorema de Bayes, para determinar los posibles sesgos en el razonamiento y los errores que se pueden presentar en la resolución de problemas del ámbito de la medicina.
- Determinar la actitud de los estudiantes hacia la utilidad de la Bioestadística y especialmente del Teorema de Bayes en la formación del futuro médico.
- Determinar la importancia de la Bioestadística en los estudiantes de medicina y su utilidad en la comunicación científica, así como en el desarrollo de los procesos de razonamientos, por parte de los estudiantes, para la solución de problemas en el ámbito estudiantil y profesional.
- Actualizar el diagnóstico mediante el constante autodiagnóstico y co-diagnóstico realizado por los estudiantes.

El momento del diagnóstico, recogido en el epígrafe señalado, permite conocer cómo se reflejan en la práctica médica, las tendencias teóricas valoradas. El resultado de las acciones anteriores y el estudio epistemológico inicial realizado, permiten determinar la contradicción en su manifestación externa entre el uso descontextualizado de los fundamentos matemáticos en el proceso de la enseñanza de la bioestadística y la demanda de una integración de la bioestadística con las prácticas vivenciales de las ciencias médicas.

4.3.2. Fase 2. Resolución del modelo didáctico

La Fase 2 del modelo tiene dos momentos, dirigidos a determinar la contradicción interna y la resolución. La determinación de la contradicción interna, constituye el primer momento. Este proceso se inicia con el planteamiento de la contradicción en su manifestación externa, lo cual es un primer acercamiento, que va profundizándose a través del análisis epistémico valorado en el estado del arte y del diagnóstico realizado a los estudiantes de medicina. Estos aspectos se muestran en la primera fase del modelo.

Para determinar la contradicción en su manifestación interna, es necesario precisar los factores que inciden negativamente en la enseñanza-aprendizaje del teorema de Bayes, los cuales pueden resumirse en:

- Pobre desarrollo del dominio de los conceptos previos acerca de la probabilidad, lo que incide negativamente en el análisis correcto de la ocurrencia de un evento.
- Las preguntas heurísticas no activan lo suficiente el pensamiento probabilístico, lo que impide un correcto análisis de la información en las tablas de contingencia.
- Los contenidos probabilísticos no tienen un significado y sentido necesario para los estudiantes, por tal motivo no se comprenden en el contexto de la medicina y de sus aplicaciones.
- No se aprovechan todas las posibilidades que ofrecen las probabilidades para la resolución de problemas, a través de la medicina basada en evidencia, lo que impide una visión sobre su utilidad en su desempeño profesional.
- El contenido probabilístico se imparte a través de metodologías tradicionales, donde el estudiante es un simple receptor de conocimiento.

- Es limitado el reconocimiento de un espacio muestral y sus restricciones.
- Los estudiantes presentan dificultades en la apropiación del concepto de probabilidad condicional, lo cual conlleva a confusión entre esta probabilidad y la conjunta.
- Es limitada la resolución de problemas con muestreos, con reemplazamiento, lo que conduce a la no identificación de la característica de un espacio muestral.
- Existen limitaciones en la aplicación del teorema de la suma y la unión de probabilidades, para obtener la solución adecuada a un problema.
- No reconocimiento de la probabilidad inversa de un fenómeno, lo cual limita la comprensión y utilidad del Teorema de Bayes.
- Dificultad en el reconocimiento de la distribución de frecuencias conjuntas y marginales, lo cual implica escasa habilidad en su lectura.

Bajo estas condiciones es posible determinar la contradicción en su manifestación interna, tiene lugar en la relación entre los métodos de enseñanza que no logran articular el valor de las evidencias, la utilidad del Teorema de Bayes y el papel del pensamiento estadístico, y los resultados del aprendizaje donde los estudiantes de medicina no se apropian de forma significativa del conocimiento, no reconocen la importancia y utilidad de dicho contenido y carecen de herramientas y habilidades para su uso oportuno.

El alto nivel de complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje del teorema de Bayes en un Modelo Basado en Evidencia y su aplicación en la práctica profesional del estudiante de medicina, son contrarios dialécticos porque se oponen y presuponen. Se oponen entre sí como lados de la contradicción por presentar diferente naturaleza,

el primero es de naturaleza psicológica y el segundo es de naturaleza metodológica⁵⁶. Se presuponen porque el sistema desaparece por la ausencia de uno de ellos. La oposición entre los mismos genera el desarrollo, la complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje del teorema de Bayes en un Modelo Basado en Evidencia se refleja en el desarrollo de la práctica profesional del estudiante de medicina. La aplicación del Teorema de Bayes en la práctica profesional del estudiante de medicina desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje del Teorema de Bayes en un Modelo Basado en Evidencia, creándose una espiral que lleva la contradicción hacia niveles superiores.

El segundo momento de esta Fase, lo constituye la resolución, la cual presenta los siguientes componentes: contenido probabilístico, métodos y procedimientos, componentes pedagógicos y heurísticos, resolución de problemas, medicina basada en evidencia, y pensamiento estadístico. A continuación, se explican cada uno de ellos, sus funciones y las relaciones que se establecen entre estos.

4.3.2.1. Contenido probabilístico

El contenido es la parte de la cultura que debe ser objeto de asimilación por los alumnos, en el aprendizaje, para alcanzar los objetivos propuestos. Es necesario destacar que el “qué” determina el “cómo”, por tal motivo el contenido es un importante componente del proceso de enseñanza y aprendizaje, y por tanto una categoría de la didáctica. Por contenido se entiende el sistema de conocimientos, habilidades y

⁵⁶ García, M. y Nápoles, J. (2015). A dialectical invariant for research in mathematics education. *The Mathematics Enthusiast*. Volume 12, Numbers 1, 2, & 3. Article 33. Recuperable el 3 de diciembre de 2015 de la URL: <http://scholarworks.umt.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1358&context=tme>

hábitos, relaciones con el mundo y también aquellas experiencias de la actividad creadora (Álvarez de Zayas, 1994).

El contenido probabilístico se refiere a toda la teoría de la probabilidad que permite determinar la ocurrencia de un fenómeno dentro de un contexto dado, donde se tiene en cuenta las leyes matemáticas, así como los procedimientos, hábitos y habilidades que permiten operar con ese conocimiento. Este contenido es importante durante el proceso de formación del estudiante de medicina. Su función se dirige a orientar el desarrollo del pensamiento estadístico, y su contextualización a situaciones de la vida cotidiana en su desempeño profesional, así como a la interpretación y comprensión de la literatura científica médica, para lograr una adecuada formación del estudiante de medicina.

El trabajo con el contenido probabilístico se dirige al desarrollo de las habilidades comunicativas, resolución de problemas y razonamiento matemático. También se incluyen habilidades que son necesarias, como condiciones previas para la utilización de métodos y procedimientos, como por ejemplo la lectura e interpretación de tablas.

Para lograr un adecuado desempeño profesional en los estudiantes de medicina, consciente de la aplicabilidad del Teorema de Bayes, es necesario un robusto aprendizaje del contenido probabilístico, donde se refleje el trabajo heurístico con las tablas de contingencia. Es imprescindible y natural que lo heurístico salga a relucir, pues la solución al problema en su manifestación interna debe orientarse hacia el perfeccionamiento del método de enseñanza, esto conlleva a transformar primero la práctica profesional del docente para que consecuentemente mejore el aprendizaje de

los estudiantes. Para cumplimentar lo antes planteado es importante que el profesor emplee los métodos y procedimientos.

4.3.2.2. Métodos y procedimientos

Los **métodos** constituyen sistema de acciones, donde se regula la actividad del profesor y de los estudiantes para lograr los objetivos, y en estrecha relación con la atención de los intereses, motivaciones y características particulares de los estudiantes (Zilberstein, 2003). Según Sriraman (2010) los docentes hacen uso y son conscientes de los métodos que son reconocidos como válidos en la comunidad y precisa que los estudiantes necesitan que se le enseñen esos métodos.

Desde un proceso de enseñanza-aprendizaje del teorema de Bayes significativo, se requiere del uso de métodos donde los estudiantes puedan observar, realizar experimentos y actividades demostrativas con datos del contexto médico. Además, deben plantear hipótesis y contrastarla con los resultados obtenidos en la resolución del problema; de forma tal que logren elaborar conclusiones de la aplicabilidad de este teorema en la práctica, para mejorar su desempeño profesional.

Su función, es determinar los métodos y procedimientos, para lograr un proceso enseñanza-aprendizaje significativo del Teorema de Bayes, además de estimular y desarrollar los procesos lógicos del pensamiento estadístico. Los métodos y procedimientos dinamizan al contenido geométrico, a la resolución de problemas, a la medicina basada en evidencia y desarrollan el pensamiento estadístico y, a la vez, dichos componentes perfeccionan y enriquecen su aplicación. Los métodos y procedimientos propician:

- Dominio del contenido probabilístico, pues permite la búsqueda, la experimentación, transformación y su contextualización al ámbito de la medicina basada en evidencia, para contribuir a su solidez y generalización. Por su parte contenido probabilístico, necesita de los métodos y procedimientos, para ofrecerle una adecuada orientación a los estudiantes. La relación contenido probabilístico y resolución de problemas está mediada por los métodos y procedimientos.
- Desarrolla y estimula el pensamiento estadístico, pues este propicia experimentar, formular y reformular hipótesis para ofrecer un mejor diagnóstico, lo cual conduce a descubrir y/o redescubrir conceptos, para adquirir competencia en la toma decisiones.
- Estimula y desarrolla la resolución de problemas, pues la utilización de métodos y procedimientos propicia la independencia en la resolución de problemas, logrando que el estudiante posea un papel activo, para construir su propio conocimiento. En este proceso el estudiante es un agente transformador, capaz de resolver problemas contextualizados, donde utilice la mejor información científica del ámbito médico, para lograr sus metas y un adecuado desempeño profesional.
- Contribuye a la aplicabilidad de la medicina basada en evidencia, pues favorece el uso racional, explícito y actualizado de los mejores datos aplicados a un tratamiento médico, para favorecer la búsqueda del contenido probabilístico. Por otra parte, la medicina basada en evidencia sirve de apoyo a los métodos y procedimientos, pues propicia que los estudiantes se apropien de los contenidos

probabilísticos.

En la tesis se utilizan métodos que promueven la actividad productiva de los estudiantes. Cai (2003) y Goldin (2004) aducen que es importante conocer qué tipos de pensamiento surgen en el proceso de resolución de problemas, que puedan ser evocados naturalmente, además consideran necesario determinar las capacidades deseadas para el desarrollo del razonamiento matemático, que le permiten al estudiante ser flexible y ofrecer solución a problemas interesantes. Estas concepciones de Cai (2003) y Goldin (2004), se logran con métodos que propician la intervención directa de los estudiantes en la elaboración del conocimiento. El método heurístico se encamina a estos fines (Pólya 1965, Ballester y otros 1992, Schoenfeld 1994, Cai (2003), Goldin (2004), entre otros) y a su aplicación.

Este método se dirige a conducir al estudiante hacia la búsqueda del contenido probabilístico en el ámbito de la medicina. Con la implementación de este método se estimula en los estudiantes su reflexión sobre la aplicabilidad del teorema de Bayes en la medicina, además de orientarle para que indague, investigue y llegue a conclusiones a través de preguntas heurísticas, que el docente debe elaborarlas con claridad y en correspondencia con el objetivo de la actividad.

Entre métodos y procedimientos existe una relación dialéctica, donde es necesario considerar algunos aspectos, entre ellos: el objetivo de la clase y las características de los estudiantes, pues esto propicia que en un momento dado un procedimiento pueda convertirse en método y viceversa (Zilberstein 2004, Sriraman 2010). Entre estos procedimientos figuran los heurísticos, que pueden utilizarse para lograr aprendizaje de los contenidos probabilísticos y la independencia del pensamiento estadístico. Los

procedimientos heurísticos pueden dividirse en principios, reglas y estrategias.

Los procedimientos heurísticos constituyen recursos mentales para la búsqueda del conocimiento probabilístico, que se dirigen a orientar y obtener la vía de solución durante el proceso de resolución de problemas, particularmente en el contexto de la medicina. La utilización de estos procedimientos propicia que los estudiantes se apropien de conocimientos, destrezas, capacidades intelectuales y habilidades en la extracción de información de las tablas de contingencias, y la puedan emplear en la solución de problemas prácticos o en la toma de decisiones.

4.3.2.3. Resolución de problemas

Un problema es una situación en la que existe un planteamiento inicial, donde se plantea una exigencia que obliga a transformarlo, para la cual no se vislumbra un camino aparente y obvio que conduzca a la solución (Pólya 1965, Schoenfeld 1985, Campistrous y Rizo 1996, Sriraman y English 2010, Pochulu y Rodríguez 2012). Los problemas que se proponen esta dirigidos a lograr que el estudiante participe, construya, descubra y redescubra el conocimiento probabilístico, y comprenda las aplicaciones del Teorema de Bayes en la práctica médica, donde desarrolle un pensamiento crítico y creativo, a través del trabajo tanto individual como en colectivo.

La función de este componente radica en construir y apropiarse de los nuevos conocimientos probabilísticos, que permitan desarrollar una enseñanza-aprendizaje del Teorema de Bayes y de sus aplicaciones efectivas, de forma tal que los contenidos perduren en los estudiantes, siendo capaces de aplicarlos en su desempeño profesional. En el proceso de resolución de problemas es necesario el trabajo con la heurística, pues este propicia una mayor comprensión de los problemas.

La heurística aplicada al contenido probabilístico del ámbito de la Bioestadística tiene como objetivo buscar las reglas y métodos que llevan a la interpretación, reinterpretación y a los redescubrimientos de los nuevos contenidos, a través de la elaboración de principios, reglas, estrategias y de las fases de la resolución de problemas, que en su conjunto propician la búsqueda de vías de soluciones de los problemas en el contexto de la medicina.

El proceso de la resolución de problema, donde se hace uso de la heurística y del trabajo con las tablas de contingencias, propicia en el estudiante la independencia y el desarrollo de habilidades para resolver problemas contextualizados al ámbito de la medicina, relacionados con el Teorema de Bayes. Este proceso conduce al desarrollo del pensamiento estadístico.

La resolución de problemas contextualizados a la medicina, posee para los estudiantes ciertas ventajas que repercuten en su desempeño profesional, ellas son:

- La interacción con datos reales de su contexto.
- La participación activa del estudiante en la obtención del conocimiento probabilístico.
- La posibilidad de crear espacios de interacción que propician observar, discutir, reflexionar, medir sus conocimientos, plantear hipótesis de solución, que permiten la construcción del conocimiento robusto sobre el contenido probabilístico y el desarrollo del pensamiento estadístico.
- Desarrolla la capacidad de extraer información significativa, que le permita tomar las mejores decisiones en su desempeño profesional.

La resolución de problemas toma la información que brinda la medicina basada en evidencia, este último constituye el próximo componente de la fase de resolución.

4.3.2.4. Medicina basada en evidencia

La medicina basada en evidencia es un instrumento que utiliza el conocimiento científico que ofrecen las últimas investigaciones clínicas para conseguir los mejores resultados en los pacientes.

Su función es dotar al médico de herramientas que le permitan tomar las mejores decisiones dentro de los estudios clínicos. La medicina basada en evidencia tiene su incidencia sobre cada uno de los componentes del momento de resolución:

- A la resolución de problemas le aporta información actualizada, donde se propicia el uso de los recursos heurísticos, lo cual permite una mejor comprensión del problema sobre la base de datos reales.
- Por su naturaleza propicia el desarrollo del pensamiento estadístico.
- Facilita ver la utilidad de los contenidos probabilísticos, en particular de sus conceptos dentro de contextos reales a la práctica médica.
- A través de su información propicia que los estudiantes sean capaces proponer métodos y procedimientos adecuados para la resolución de problemas.

4.2.3.5. Pensamiento estadístico

Se entiende por pensamiento estadístico la capacidad que tiene el individuo para tomar decisiones a través de los datos obtenidos en una investigación y en procesos de incertidumbre. Este pensamiento se basa en el dominio de los conceptos básicos, proposiciones, procedimientos estadísticos y además de habilidades para el trabajo

con datos, que les permita predecir hechos o comportamientos basados en situaciones conocidas.

El dominio del contenido estadístico, en particular el Teorema de Bayes, contribuye a mejorar los procesos de razonamiento estadístico. Su función es desarrollar a un nivel superior el contenido estadístico, mejorar los niveles de intuición y los procesos de análisis, para facilitar la resolución de problemas del ámbito de la medicina en su vida estudiantil y profesional.

El razonamiento estadístico propicia un análisis y una síntesis de lo que este proporciona; pero también es abstracción y generalización, obtenida de ellos. Los resultados del razonamiento estadístico (conceptos básicos, definiciones, proposiciones, teoremas, fórmulas y habilidades) se incorporan al proceso del pensar, producto de este proceso se enriquece y se desarrolla este pensamiento a otro nivel de complejidad. Este proceso tiene forma de espiral y propicia que el estudiante pueda llegar a generalizaciones cada vez más complejas, en la medida que es capaz de revelar relaciones y conexiones del contenido estadístico, con un mayor nivel de profundidad.

El razonamiento estadístico desarrolla la capacidad de tomar decisiones frente a situaciones que presentan algún tipo de incertidumbre. Un ejemplo lo constituye cuando el médico tiene que tomar una decisión de un tratamiento frente a un paciente donde la prueba diagnóstica es positiva.

El docente debe actuar en función de generar y organizar problemas en el contexto de la medicina, que permitan a los estudiantes aprender a pensar, y de esta forma contribuir al desarrollo del razonamiento estadístico. Desarrollar este pensamiento

propicia condiciones que favorecen a los estudiantes a realizar conjeturas y predicciones, donde posean la posibilidad de descubrir conceptos, definiciones, proposiciones y fórmulas de las probabilidades, y sus aplicaciones al ámbito de la medicina, para lograr un adecuado desempeño profesional. Esto conlleva a un contenido probabilístico con un mayor nivel de complejidad.

Un nuevo enfoque propicia desarrollo en los estudiantes de medicina cuando se logra motivarlos para que puedan profundizar en los contenidos probabilísticos necesarios para su desempeño profesional. En este proceso se debe lograr que sean capaces de llegar a niveles cada vez más elevados en el dominio de los conceptos, proposiciones y teoremas, para propiciar el desarrollo de un razonamiento estadístico reflexivo y crítico, respecto al contenido probabilístico y su aplicabilidad al contexto de la medicina, mediante la resolución de problemas.

La relación esencial sistémica entre los componentes de la fase de resolución se concreta en lo antes planteado. En esta relación se origina la formación de la nueva cualidad: las tablas de contingencia como mediación didáctica en la formación de competencias en estudiantes de medicina, resolviéndose de esta manera el problema que genera la investigación.

El sistema, al entrar en acción, dinamiza la contradicción y potencia su desarrollo. La contradicción, no desaparece, ella se desenvuelve, a través de un movimiento en espiral, donde en cada espira, los contrarios se oponen en un plano superior.

La Fase 3 está formada por la propuesta didáctica y su implementación. La propuesta didáctica se explicita en el epígrafe 4.4.

Relaciones esenciales del modelo

Las relaciones constituyen la esencia de este modelo, lo caracterizan y lo tipifican. Dichas relaciones presentan niveles cada vez más profundos de esencialidad. En el modelo se presentan cuatro grandes relaciones.

- La primera relación está dada por las categorías que constituyen los fundamentos teóricos del modelo. Estas categorías constituyen las bases para el modelo y en su conjunto determinan una relación sistémica que caracterizan y tipifican el modelo didáctico.
- La segunda relación se presenta entre los dos lados de la contradicción externa como resultado del diagnóstico. Se precisa que la contradicción externa es una consecuencia natural del diagnóstico.
- La tercera relación se presenta entre los dos polos de la contradicción interna. Expresa pares dialécticos entre un mismo plano, que en su conjunto dinamizan el modelo didáctico.
- La cuarta relación se manifiesta entre los componentes del momento de resolución, pues en su interrelación forman la nueva cualidad, resolviendo la contradicción. Esta nueva cualidad refleja a las tablas de contingencia como mediación didáctica en la formación de competencias en estudiantes de medicina.

4.4. Propuesta de didáctica

Garfield y Ahlgren (1988), mencionan que la enseñanza de la probabilidad presenta algunas dificultades por las deficiencias en conceptos básicos, como el de proporcionalidad, un concepto poco trabajado por los estudiantes, la existencia de

falsas intuiciones que los alumnos tienen al empezar el proceso de enseñanza y aprendizaje, la falta de interés de los estudiantes hacia la estadística por la forma tradicional y abstracta, con la que se han tenido que enfrentar en su formación, la presentación de los conceptos de forma aislada y sin ninguna relación. En correspondencia la introducción del Teorema de Bayes para estudiantes que no tienen un perfil matemático sólido resulta un reto, en primer lugar, por la complejidad de su planteamiento y en segundo lugar porque para su comprensión se necesita haber captado, con cierta profundidad, diferentes conocimientos previos, en un nivel en que el estudiante disponga de habilidades para la formulación probabilística de problemas y para el cálculo de probabilidades en situaciones de mediana complejidad.

La propuesta didáctica pretende relacionar e integrar cada uno de los conceptos básicos de probabilidad de forma tal que escalonadamente consoliden el conocimiento de las nociones básicas de la disciplina y creen las condiciones para una comprensión efectiva de Teorema de Bayes y de la Probabilidad Total.

La propuesta didáctica para la enseñanza del Teorema de Bayes y de la Probabilidad Total se basa en la importancia de la definición de probabilidad condicional dentro del proceso de demostración del Teorema de Bayes. La premisa de la propuesta es que en los temas previos debe lograrse la comprensión clara y la aplicación de las nociones siguientes:

(1) Las operaciones con sucesos, especialmente el producto de sucesos y la descomposición de un suceso particular en términos de su ocurrencia simultánea con los diferentes componentes de un grupo completo.

Objetivos a lograr en los estudiantes: Comprender y poder aplicar a situaciones específicas de las diferentes operaciones entre sucesos para así formar sucesos compuestos.

(2) Grupo completo de sucesos.

Objetivos a lograr en los estudiantes: En un mismo experimento (1) descomponer el suceso en términos de diferentes grupos completos, resaltando cómo pueden realizarse diferentes descomposiciones y que la intención con ellas es descomponer el experimento en un conjunto de resultados mutuamente excluyentes, esto es, que no pueden ocurrir simultáneamente, (2) Descomponer un mismo suceso en términos de su ocurrencia simultánea con los elementos de un grupo completo, esto sería: si B es un suceso del experimento y $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$ es un grupo completo de sucesos, entonces $B = \cup (B \cap A_i)$.

(3) La probabilidad, calculada a partir de la definición clásica, aproximada como frecuencia o vista a partir de la noción subjetiva, esto es como el grado de certidumbre de un observador acerca de la verosimilitud de un resultado.

Objetivos a lograr en los estudiantes: (1) Determinar probabilidades en un experimento aleatorio (2) Aplicar las probabilidades de la probabilidad en su obtención.

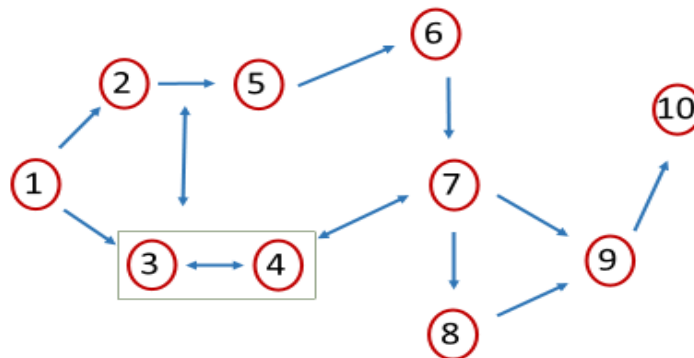
(4) La probabilidad condicional, el cálculo de tales probabilidades y sobre todo familiarizar el estudiante con el uso y el significado de las expresiones:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ y } P(A/B) = P(A \cap B) \text{ (1).}$$

Objetivos a lograr en los estudiantes: (1) Calcular probabilidades condicionales en las diferentes situaciones que indica el programa; (2) Utilizar las relaciones indicadas

en (1), esto es la definición de probabilidad condicional, en el cálculo de la probabilidad de cada uno de los sucesos en las expresiones en (1).

Para lograr estos objetivos se propone utilizar las tablas de contingencia como un modelo pedagógico para comprender las relaciones entre sucesos y las diferentes propiedades de la probabilidad; este modelo se estructura sobre la base de una red conceptual que surge en el proceso de investigación de esta tesis (Gráfico 2), en la que diferentes temas van constituyendo una red heurística que escalonadamente, según la secuencia metodológica que une los diferentes contenidos, va propiciando el logro de los objetivos planteados anteriormente.



Gráfica 2. Integración de los diferentes conceptos para el desarrollo del modelo didáctico.

1. **Experimento Aleatorio.** Es el punto de partida del tema de Probabilidades.
2. **Sucesos Aleatorios.** Se introduce la noción de suceso aleatorio, este tema se vincula con 3. **Variables** y 4. **Descripción de las variables** pues se propone construir Tablas de Contingencia para mostrar los sucesos y sus frecuencias. En este sentido estas tablas se introducen y se continuarán utilizando en los temas 3 y 4. Es importante resaltar la importancia conceptual de los sucesos seguro e imposible.

5. Operaciones con sucesos. Se introducen la suma, producto y el suceso complementario. Se propone utilizar la definición clásica y reforzar la comprensión de estas operaciones en la tabla de contingencia. Es importante resaltar que la tabla cruza la información de frecuencias de dos grupos completos, así se deben desarrollar situaciones prácticas donde se tengan dos grupos completos: $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$ y $(B_i)_{1 \leq i \leq m}$ y con ellos, utilizando la tabla, se explica el significado de las descomposiciones $\Omega = \cup A_i$, $\Omega = \cup B_i$ en términos de que cada familia de sucesos representa la totalidad de los posibles resultados de un experimento asociados a una misma característica, que es representada por el grupo completo. Esto sería como se muestra en las tablas 4 y 5.

Tabla 4. Información de frecuencias de dos grupos completos.

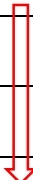
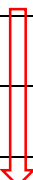



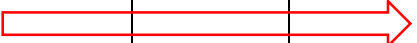


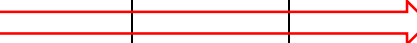


	A_1	A_n	
B_1				
.....				
B_m				
Ω				

Tabla 5. Información de frecuencias de dos grupos completos.

	A_1	A_n	Ω
B_1				 
.....				
B_m				
				 

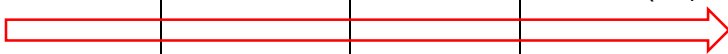
En ellas la representación de las descomposiciones de sucesos se reforzaría por el análisis del significado de la suma de las frecuencias correspondientes.

Posteriormente, en el tema **3. Variables** se indicará como el grupo completo puede dar lugar a una variable cualitativa.

Partiendo de la descomposición de Ω en términos del grupo completo se puede motivar en la tabla la validez de representaciones como $B_1 = U (B_1 \cap A_i)$ discutiendo, el contexto de la tabla, su significado. Esto se basaría en representaciones como la siguiente, por supuesto basándose en la suma de las frecuencias y en los enunciados que cada celda representa, como se puede observar en la Tabla 6.

Tabla 6. Descomposición de Ω en términos del grupo completo.

	A_1	A_n	
B_1	$B_1 \cap A_1$	$B_1 \cap A_n$	$B_1 = U (B_1 \cap A_i)$
.....				
B_m				



6. Probabilidad. Combinando la definición clásica con la definición frecuencial, se deben presentar ejercicios de cálculo de probabilidades de sucesos simples y compuestos. En el caso de la definición frecuencial se debe hacer los cálculos entablas de contingencia.

7. Propiedades de la probabilidad. Se debe utilizar la tabla de contingencia como un modelo numérico para familiarizar al estudiante con el significado de las propiedades de la probabilidad, en esto se logrará trabajando a partir de las habilidades y

capacidades desarrolladas en el punto 5. Es importante resaltar como en las descomposiciones analizadas en el punto 5 se pueden encontrar probabilidades, así en la tabla se debe explotar, utilizando situaciones prácticas que:

(i) para el grupo completo (ver Tabla 7):

Tabla 7. Tabla de contingencia como un modelo numérico.

	A ₁	A _n	
B ₁	↓		↓	
.....				
B _m	↓		↓	
Ω	○		○	

Se cumple $\Omega = \cup A_i$ y por tanto $1 = P(\Omega) = \sum P(A_i)$

(ii) para un suceso específico (ver Tabla 8):

Tabla 8. Tabla de contingencia como un modelo numérico.

	A ₁	A _n	
B ₁	$B_1 \cap A_1$	$B_1 \cap A_n$	$B_1 = \cup_i (B_1 \cap A_i)$
.....				
B _m				

Y entonces se cumple $P(B_1) = \sum P(B_1 \cap A_i)$.

8. Probabilidad condicional e independenciam. Se deben calcular utilizando la definición clásica (en el caso condicional) y utilizando la tabla identificando las frecuencias condicionales. De esta forma el estudiante se familiariza con la noción

condicional. En este punto se pueden hacer algunos ejercicios de situaciones clínicas donde el estudiante bajo ciertas condiciones debe cuantificar su nivel de certeza acerca de un cierto resultado, así se comienza a introducir al estudiante en la noción de probabilidad subjetiva.

9. Definición de Probabilidad Condicional. Se deben hacer ejercicios más conceptuales donde, utilizando las expresiones referidas en (1), se trate de obtener alguna de las componentes a partir de las restantes. De esta forma se familiariza el estudiante con ellas.

10. Los Teoremas de Bayes y de la Probabilidad Total. Este es el punto central de la Propuesta Didáctica, en él se utiliza de manera conjunta las diferentes habilidades desarrolladas en los aspectos anteriores.

Parte 1. Las hipótesis del Teorema de Bayes

Al introducir las hipótesis es pertinente familiarizar al estudiante con la terminología bayesiana. El punto de partida es un grupo completo de sucesos que representa el tema de nuestro interés. Si se denota como $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$, ellos representan las hipótesis del problema. En el caso de las hipótesis se conocen sus probabilidades $(P(A_i))_{1 \leq i \leq n}$. En este punto se debe resaltar como estas probabilidades son nuestro conocimiento (inicial) acerca de la posibilidad de observar cada uno de los sucesos del grupo completo, este conocimiento pudiera representarse como una probabilidad subjetiva, siendo pertinente introducir acá ejemplos derivados de la práctica clínica y de la experiencia del médico. Adicionalmente al grupo completo se considera un suceso B, que representa una información externa con la que se va a modificar el conocimiento sobre A_i , en este punto se debe resaltar que el conocimiento sobre A_i es su

probabilidad $P(A_i)$ y que modificar el conocimiento utilizando el resultado B es calcular $P(A_i/B)$. Para eso el Teorema de Bayes parte del conocimiento de $P(B/A_i)$.

Las hipótesis del teorema se resumen en una tabla como la siguiente (ver Tabla 9):

Tabla 9. Hipótesis del teorema.

	$P(B/A_1)$	$P(B/A_2)$	$P(B/A_3)$		
	$P(A_1)$	$P(A_2)$	$P(A_3)$	
	A_1	A_2	A_3	

En este punto vale recordar al estudiante algo que se vio en el **punto 7. Propiedades de la Probabilidad**. La suma de los sucesos del grupo completo es Ω y la suma de sus probabilidades es 1, como se muestra en la tabla 10.

Tabla 10. Suma de los sucesos del grupo completo.

	$P(B/A_1)$	$P(B/A_2)$	$P(B/A_3)$
$P(\Omega) = 1$	$P(A_1)$	$P(A_2)$	$P(A_3)$
Ω	A_1	A_2	A_3

Para comenzar el cálculo de la probabilidad total y las probabilidades inversas, siguiendo lo visto en el Punto 7, la tabla se complementa con la descomposición $B = U(B \cap A_i)$ y la relación correspondiente entre sus probabilidades, eso es (ver Tabla 11):

Tabla 11. Relación correspondiente entre sus probabilidades.

	$P(B/A_1)$	$P(B/A_2)$	$P(B/A_3)$	(2)
$P(\Omega) = 1$	$P(A_1)$	$P(A_2)$	$P(A_3)$	(1)
Ω	A_1	A_2	A_3	
B	$B \cap A_1$	$B \cap A_2$	$B \cap A_3$	
$P(B) =$	$P(B \cap A_1)$	$P(B \cap A_2)$	$P(B \cap A_3)$	suma de la fila

Partiendo de (1), específicamente de: $P(B) P(A/B) = P(A \cap B)$; la última fila puede obtenerse multiplicando (1) y (2) y así se obtiene $P(B)$ o la Probabilidad Total, como se muestra Tabla 12.

Tabla 12. Esquema de cálculos reproduce la demostración del Teorema Bayes.

	$P(B/A_1)$	$P(B/A_2)$	$P(B/A_3)$		(1)
$P(\Omega) = 1$	$P(A_1)$	$P(A_2)$	$P(A_3)$		(2)
Ω	A_1	A_2	A_3		(3)
B	$B \cap A_1$	$B \cap A_2$	$B \cap A_3$		(4)
$P(B) =$	$P(B \cap A_1)$	$P(B \cap A_2)$	$P(B \cap A_3)$	Suma de la fila	(5)
$P(B) =$					(1)*(2) Suma de la fila	(6)

La fila 6 contiene las probabilidades de $B \cap A_i$ en términos de las hipótesis, para calcular las probabilidades inversas se hace referencia de nuevo a (1), pero ahora a:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

En la Tabla 13 se muestra la continuación de la demostración, que sería como sigue.

Tabla 13. Esquema de cálculos reproduce la demostración del Teorema Bayes.

	$P(B/A_1)$	$P(B/A_2)$	$P(B/A_3)$		(1)
$P(\Omega) = 1$	$P(A_1)$	$P(A_2)$	$P(A_3)$		(2)
Ω	A_1	A_2	A_3		(3)
B	$B \cap A_1$	$B \cap A_2$	$B \cap A_3$		(4)
$P(B) =$	$P(B \cap A_1)$	$P(B \cap A_2)$	$P(B \cap A_3)$	Suma de la fila	(5)
$P(B) =$					1 *(2)	(6)
$P(A_i/B) =$					(6) / suma de (6)	(7)

La fila (7) contiene todas las probabilidades inversas. De esta forma la Tabla 13 contiene un esquema de cálculo que reproduce los momentos de la demostración del teorema involucrada en este.

Para la implementación de la propuesta, se diseñaron una secuencia de talleres, donde se desarrolla los aspectos descritos, con el objetivo de integrar cada uno de los conceptos básicos de probabilidad, para llegar a las condiciones que permiten la comprensión del Teorema de Bayes, además establecer patrones para las tareas siguientes, dándoles un sentido, lo que lleva a un incremento de la motivación en los estudiantes. Para dar cumplimiento a tales propósitos los problemas diseñados se centran en el contexto de la medicina.

Se organizó una secuencia en seis talleres didácticos, cada uno de estos agrupa similitudes cualitativas a la hora de tratar los objetivos enmarcados en la propuesta didáctica, además los problemas se entrelazan entre sí para relacionar cada uno de los conceptos de la probabilidad.

Los problemas 1, 2 y 3 (ver anexo 6), introducen al estudiante a los conceptos básicos como: experimentos aleatorios, sucesos aleatorios y operación con sucesos y dan el punto de partida para relacionar los conceptos de variables y la descripción de las variables.

El problema 4 (ver anexo 7), retoma los conceptos trabajados en los problemas anteriores e introduce al estudiante a la definición de probabilidad clásica y frecuencial. Con la utilización de las tablas de contingencia, como modelo numérico se presentan situaciones de cálculo de probabilidades de sucesos simples y compuestos, con el objeto de descomponer los sucesos en grupos completos y llegar a resultados

mutuamente excluyentes. En este proceso se comienza adoptar la terminología de la teoría de conjuntos para definir los diferentes resultados que pueden ocurrir al ejecutar un experimento aleatorio.

En el problema 5 (ver anexo 8), se enfatiza las propiedades de las tablas de contingencia, como modelo numérico, para reconocer el significado de las propiedades de la probabilidad, a través de las operaciones de sucesos trabajados en el problema 4. Además a partir de la definición clásica se determinan probabilidades condicionales, lo que lleva al estudiante a la noción de probabilidad subjetiva.

El problema 6 (ver anexo 9) se enfatiza en la definición de probabilidad condicional y partiendo de su expresión matemática se obtienen algunas componentes a partir de otras conocidas.

Los problemas 10 y 11 (ver anexo 10) desarrollan el punto central de la propuesta didáctica, donde se plantean una serie de hipótesis que permite familiarizar al estudiante con el teorema y que con las competencias adquiridas se construya dicho teorema. En este proceso se reconocen los conceptos de distribución a priori y distribuciones a posteriori. Para el desarrollo de los problemas planteados, se deben construir tablas que permitir ir visualizando la relación entre las diferentes variables y así ir reconstruyendo las diferentes probabilidades condicionales, la probabilidad total hasta llegar al Teorema de Bayes.

Los problemas 16 y 17 (ver anexo 11), recogen todos los conceptos de la teoría de la probabilidad para ser utilizados en contextos y situaciones en la que intervienen las pruebas de tamizaje, donde el estudiante plantea las hipótesis correspondientes. En este proceso de trabajo se parte de un grupo completo de sucesos y conociendo sus

probabilidades, que es el conocimiento inicial, que se podría tomar como la probabilidad subjetiva. Además, la información externa cambia el conocimiento de la información inicial, esto permite que el estudiante refuerce e interiorice la comprensión efectiva del Teorema de Bayes y de la probabilidad total.

A demás se plantean unos problemas de profundización (Anexo 12), con contexto de la medicina basada en evidencia para que los estudiantes afiancen los conceptos básicos y se motiven al estudio de la estadística.

Por último, se plantea una actividad evaluativa (ver anexo 3), que permite determinar si los estudiantes lograron alcanzar los propósitos planteados en la propuesta didáctica.

Conclusiones del Capítulo 4

Se realiza un análisis del estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de la Bioestadística, en particular sobre el manejo del teorema de Bayes, a través de una evaluación de conocimientos y una encuesta de actitud a un grupo control, donde se desarrolló el curso con una metodología tradicional. Al finalizar se observó que los estudiantes presentaban errores en el razonamiento estadístico, es limitada la motivación por estudio de esta asignatura, no le ven una importancia para su vida profesional, entre otras. Es de destacar que algunos de estos resultados se sintetizan en la literatura de varios investigadores del área y que se mencionaron en el estado del arte.

Se precisan los fundamentos de los modelos, en particular los didácticos, pues en la investigación se presente el diseño de un modelo didáctico para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes en los estudiantes de medicina. Este

modelo se sintetiza en los fundamentos teóricos, la contradicción externa y la interna, que llevan a la fase de la resolución del modelo y la propuesta didáctica, la cual es contentiva de las categorías que comprende dicho modelo.

La propuesta didáctica relaciona cada uno de los conceptos de la probabilidad de forma que consoliden los conceptos básicos de la disciplina y crean las condiciones para una comprensión efectiva del Teorema de Bayes y de la probabilidad total. Para conseguir estos propósitos se plantea utilizar las tablas de contingencia como un modelo pedagógico para comprender las relaciones entre sucesos y las diferentes propiedades de la probabilidad, donde se van creando redes heurísticas que permiten de forma intuitiva y robusta realizar la construcción de la demostración del Teorema de Bayes, que sea significativa para los estudiantes de medicina.

Las formas de trabajo y de pensamiento, las cuales permiten la realización consciente de actividades mentales, propician la construcción del Teorema de Bayes, a través de las tablas de contingencia, pues el tratamiento de estas tablas como se concibe, constituye una sugerencia para encontrar directamente la vía de solución a problemas donde interviene la probabilidad inversa, aplicados a la medicina.

CAPÍTULO 5. VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS

En este capítulo se realiza un análisis de los resultados del sistema de actividades para favorecer la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes. Los resultados se valoran desde el punto de vista cuantitativo, donde se muestra desde lo cualitativo los diferentes elementos que avalan esos resultados, a través de un estudio descriptivo. También se ofrece una comparación entre el grupo control y el experimental, mediante la diferencia de proporciones para determinar si hubieron cambios significativos.

5.1. Análisis de los resultados del sistema de actividades para favorecer la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes

En este epígrafe se describe los resultados de la parte empírica del trabajo, que consiste en el análisis de los talleres solucionados por los estudiantes de medicina que cursaron el curso de Bioestadística.

5.1.1. Primer taller “Tablas de Contingencia”

En este taller es esencial la lectura de tablas de contingencia y de su construcción. Ya que con estos procedimientos se reconocen las propiedades de la asociación de las diferentes variables y se definen algunos conceptos fundamentales para el estudio de las probabilidades como: experimentos aleatorios, sucesos aleatorios, operación con sucesos, frecuencia conjunta y marginal relativa.

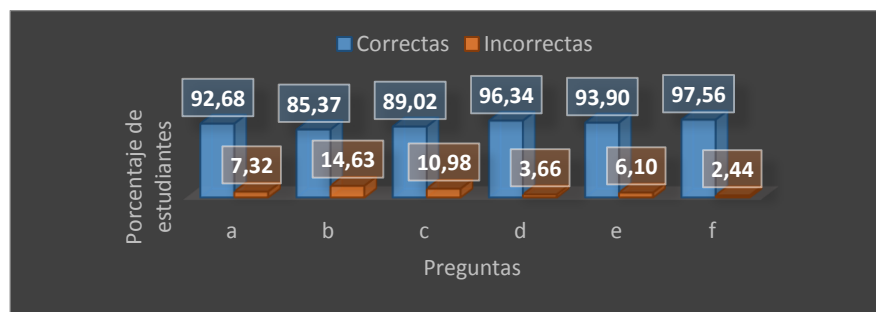
En el enunciado del primer problema, se dan implícitamente todos los datos necesarios para que se complete la tabla, se observó que un 85% de los estudiantes identifican la relación entre las diferentes variables, ubicándolas correctamente. Los estudiantes

que no completaron la tabla, presentaron dificultades en la obtención de la frecuencia conjunta, debido al no manejo del algoritmo de la proporcionalidad.

Una vez, que los estudiantes tenían completa la tabla, se definieron los conceptos planteados para esta actividad, donde se realizan una serie de preguntas para determinar si los estudiantes identificaban dichos conceptos. Las preguntas se precisan a continuación:

- a. ¿Cuál es la población total?
- b. El suceso. ¿Cuál es el porcentaje de la población de la raza C?
- c. La frecuencia marginal relativa. ¿Cuál es el porcentaje de individuos de la raza B?
- d. El suceso. ¿Cuál es número de individuos de la raza A y con resistencia alta a la infección?
- e. La frecuencia conjunta relativa. ¿Cuál es el porcentaje de la población de la raza C y con resistencia media a la infección?
- f. La frecuencia conjunta absoluta. ¿Cuál es el número de individuos de la raza A y con resistencia media a la infección?

Los resultados del análisis de cada una de estas preguntas se valoran en la Gráfica 3.



Gráfica 3. Resultados de las preguntas para identificar conceptos básicos

Se puede observar que un gran porcentaje de los estudiantes identifican y visualizan correctamente los conceptos planteados para esta actividad. En el análisis de los resultados de los talleres, se encontró que, al realizar la lectura de la tabla confunden los sucesos, calculan las probabilidades dando la vuelta o invirtiendo la fórmula de Laplace, y además confunden las frecuencias conjuntas y relativas.

En el segundo y tercer problema, se dan datos parciales para que los estudiantes utilizando la teoría de conjuntos (la unión y el complemento), hallen los sucesos restantes y puedan completar la tabla. Como resultado se obtuvo que el 90% de los estudiantes, completaron correctamente la tabla en el segundo problema y en el tercero el 85%, este presentaba un mayor grado de dificultad, para obtener los sucesos correspondientes. Se encontró en el análisis que los estudiantes daban el valor a la celda correspondiente a frecuencias absolutas, como si fueran probabilidades de intersección (ver Figuras 7 y 8), donde concluían que faltaban datos para la solución del problema.

	PERSONAS					TOTAL
	ADOLESCENTES	JÓVENES	MADURO	VIEJOS		
NIVEL DEPORTE	MD	16	10			15%
	DM	12	8	2	10%	
	ND	32	42		54	
	TOTAL	60	20	20		

Para Poder llenar la tabla nos hace falta un dato, que seria la frecuencia marginal de x o muestra total, pues con ese dato obtenha el total / Frecuencia marginal de viejos. y podha completar el resto de los datos.

Figura 7. Errores de los estudiantes en el problema 3.

Es de destacar que, a pesar de las dificultades presentadas por los estudiantes, se observa que existe un vocabulario técnico, para sustentar las respuestas.

NIVEL DEPORTE	PERSONAS				
	ADOLECENTES	JÓVENES	MADURO	VIEJOS	TOTAL
MD	10	10			
DM	12	8	2		
ND	57	42		34	
TOTAL	80	60	20		

El valor que hace falta para completar la tabla de contingencia es la frecuencia marginal $f_{.4}$ para hallar 10% de los viejos que practican DM ya que no lo conocemos; también podemos determinar el total de la muestra n y con esto por diferencia puedo dar el total de las filas completando para las personas maduras MD y ND y para los viejos MD y el 15% del total de las personas que practican mucho deporte

Figura 8. Errores de los estudiantes en el problema 3.

5.1.2. Segundo taller “Probabilidad I”

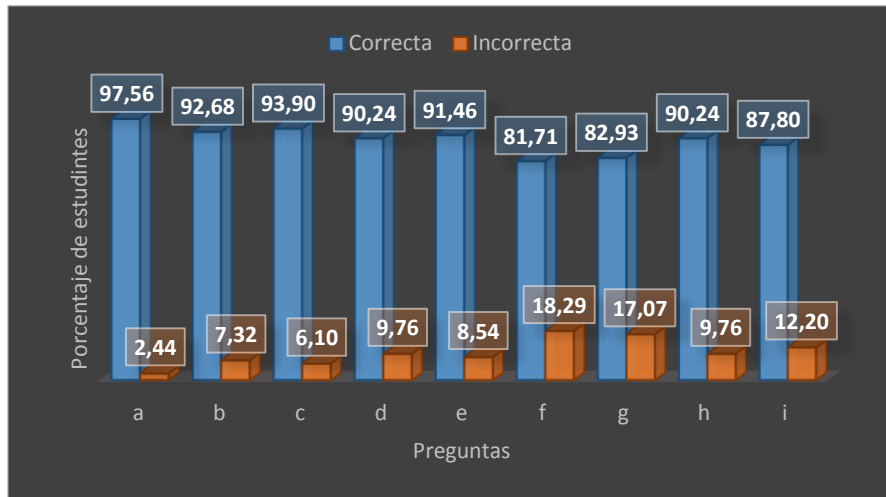
Se inicia el nuevo contenido, donde se tiene presente las deficiencias encontradas en los estudiantes, se presenta un problema contextualizado que introduce al estudiante a adoptar la terminología de la teoría de conjuntos, para definir las propiedades de la probabilidad; a través de heurísticas los estudiantes diseñan soluciones que les permiten llegar a un nuevo nivel de conocimiento estadístico. En la solución del problema el estudiante se enfrenta a una serie de preguntas donde se evalúa (ver Tabla 14).

Tabla 14. Conceptos evaluados.

PREGUNTA	CONCEPTO
a.	Probabilidad de un evento
b.	Probabilidad de intersección de eventos
c.	Probabilidad de intersección de eventos
d.	Probabilidad de unión de eventos
e.	Probabilidad de unión de eventos
f.	Partición del espacio muestral
g.	Partición del espacio muestral
h.	Partición del espacio muestral
i.	Partición del espacio muestral

Los resultados del análisis de cada una de estas preguntas se valoran en la Gráfica

4.



Gráfica 4. Resultados de las preguntas para identificar conceptos básicos

Se observa que más del 90% de los estudiantes resuelven correctamente las preguntas de la “a” a la “e,” esto indica que los estudiantes adquieren competencia en la obtención de probabilidades simples y compuestas donde intervienen la unión e intersección de eventos.

En los ítems f y g tuvieron un porcentaje menor, se presentaron dificultades en la determinación del espacio muestral, donde el error más reiterativo es tomar la población total para determinar las probabilidades solicitadas.

Para los ítems h e i los porcentajes subieron respecto a los anteriores ítems que miden los mismos conceptos, esto se debe a que se especifica el espacio muestral al inicio de la pregunta.

Dentro de las heurísticas diseñadas por parte de los estudiantes se pueden destacar:

- La elaboración de la tabla de contingencia de frecuencia relativa, como se observa en la Figura 9.
- La partición del espacio muestral, la cual se observa en la Figura 10.

Tabla Frecuencia relativos.

	Evaluación				Total
	Mal	Regular	bien	muy bien	
Bacteria	0,16	0,12	0,04	0,08	0,4
Virus	0,06	0,11	0,15	0,28	0,6
Total	0,22	0,23	0,19	0,36	1

Figura 9. Heurística implementada por los estudiantes

	EVOLUCIÓN				TOTAL
	MAL	REGULAR	BIEN	MUY BIEN	
BACTERIA	16	12	4	8	40
VIRUS	6	11	15	28	60
TOTAL	22	23	19	36	100

Figura 10. Heurística implementada por los estudiantes

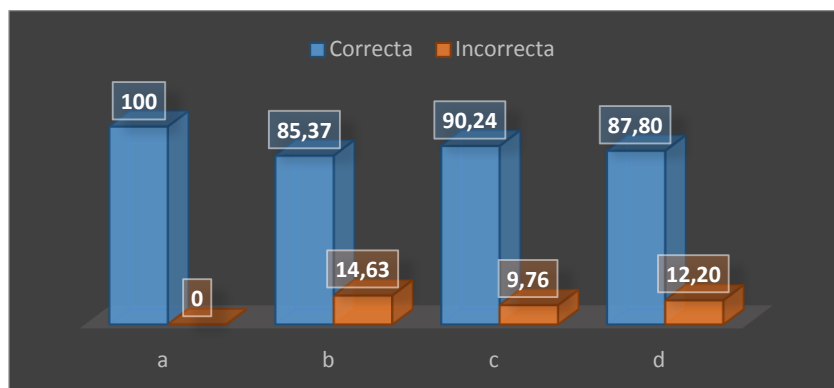
Esto indica que los estudiantes diseñan modelos para solucionar problemas, que es una fase en el aprendizaje basado en problemas.

5.1.3. Tercer Taller “Probabilidad II”

Para dar inicio a este taller se muestra el nuevo contenido y se contextualizan los problemas, con el objetivo de afianzar las competencias en la lectura de tablas, el concepto de probabilidad, e introducir la probabilidad subjetiva. Este proceso se dirige para que los estudiantes con procedimientos prácticos e informales creen estrategias en el momento de la resolución de problemas, a través de la medicina basada en evidencia y así llegar a un nuevo nivel de pensamiento estadístico.

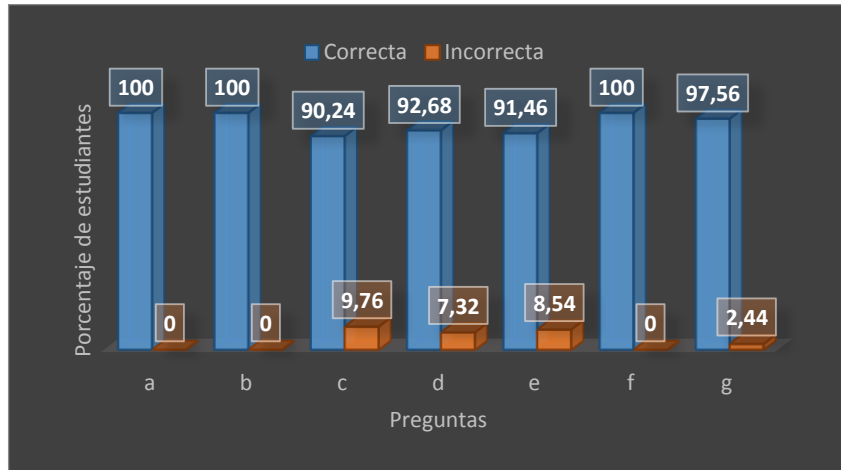
El taller se estructura con dos problemas, el primero tiene como objetivo afianzar los conceptos básicos de las reglas de la probabilidad y el segundo introducir los elementos para que los estudiantes construyan el concepto de la probabilidad condicional.

En el análisis del primer problema se encontró que los estudiantes adquirieron las competencias para determinar probabilidades simples (Gráfica 5), probabilidades de intersección de sucesos, pero un pequeño porcentaje tuvo dificultad en hallar la probabilidad de dos eventos excluyentes, pues a la suma de las probabilidades no restaban su intersección.



Gráfica 5. Resultados de las preguntas para identificar conceptos básicos problema 1.

En la segunda parte del taller se plantea un problema donde el estudiante debe realizar la tabla conjunta y marginal relativa y a partir de esta elaborar tablas de probabilidades condicionales, combinando todos los sucesos posibles. En el análisis se encontró que la totalidad de los estudiantes son competentes para hallar probabilidad simple y compuesta donde interviene la intersección como se observa en la Gráfica 6. Además, los estudiantes realizan particiones del espacio muestral para determinar las probabilidades condicionales, y utilizan el lenguaje técnico adecuado para denotar los resultados correspondientes, como se observa en las Figuras 11 y 12.



Gráfica 6. Resultados de las preguntas para identificar conceptos básicos y probabilidad condicional

	Diagnostico Correcto	Diagnostico Incorrecto
Lesión Maligna	$P(Dc/Lm) 0,94$	$P(Di/Lm) 0,05$
Lesión Benigna	$P(Dc/Lb) 0,95$	$P(Di/Lb) 0,04$
Totales		

Figura 11. Notación dada por los estudiantes

a. ¿Qué proporción de enfermos tuvieron Lesión Benigna?	$P(Lb) = \frac{282}{500} \cdot 0,56 \rightarrow 56\%$
b. ¿Qué proporción de enfermos tuvieron Lesión Maligna?	$P(Lm) = \frac{218}{500} \cdot 0,43 \rightarrow 43\%$
c. ¿Qué proporción de enfermos tuvieron Lesión Benigna y Diagnóstico correcto?	$P(Lb \cap Dc) = \frac{268}{500} \cdot 0,53 \rightarrow 53\%$
d. ¿Qué proporción de enfermos con Diagnóstico correcto tuvieron Lesión Benigna?	$P(Lb/Dc) = 0,56 \rightarrow 56\%$
e. ¿Qué proporción de enfermos con Lesión Benigna tuvieron Diagnostico Incorrecto?	$P(Di/Lb) = 0,04 \rightarrow 4\%$

Figura 12. Notación dada por los estudiantes.

5.1.4. Cuarto taller “Independencia”

Este taller está compuesto por dos secciones, la primera introduce al estudiante al concepto de independencia de sucesos y afianza el concepto de probabilidad condicional. En la segunda, se presentan dos problemas que evalúan el concepto de condicionalidad y afianza la competencia de lectura y construcción de tablas de contingencia, ambas actividades permiten al estudiante crear heurísticas que le facilitan dar solución al problema y afianzar con robustez los conceptos planteados.

El primer problema permite al estudiante reconocer cuando dos eventos son independientes o presentan alguna dependencia, además, le permite visualizar la diferencia de $P(A/B)$ y $P(B/A)$.

En el análisis del problema se observó que los estudiantes hallan correctamente las probabilidades condicionales, donde utilizan la probabilidad frecuencial, y por medio de la definición formal ($P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$) demuestran si los eventos son o no independientes como se observa en las Figuras 13, 14 y 15.

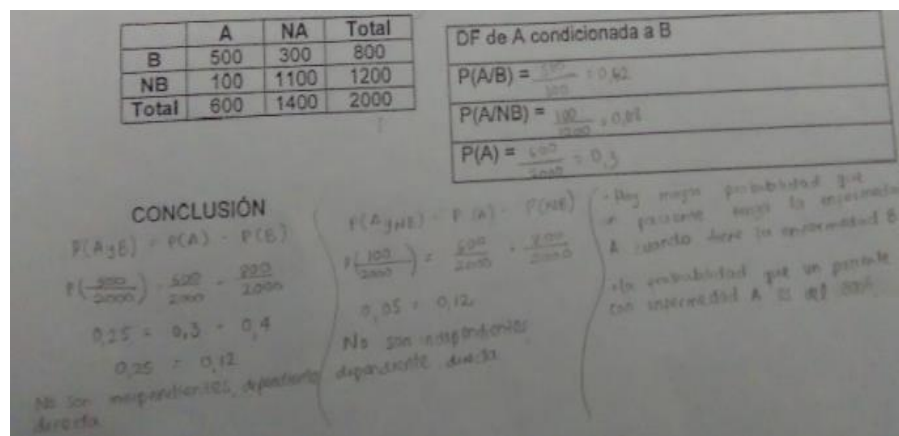


Figura 13. Procedimiento utilizado por los estudiantes

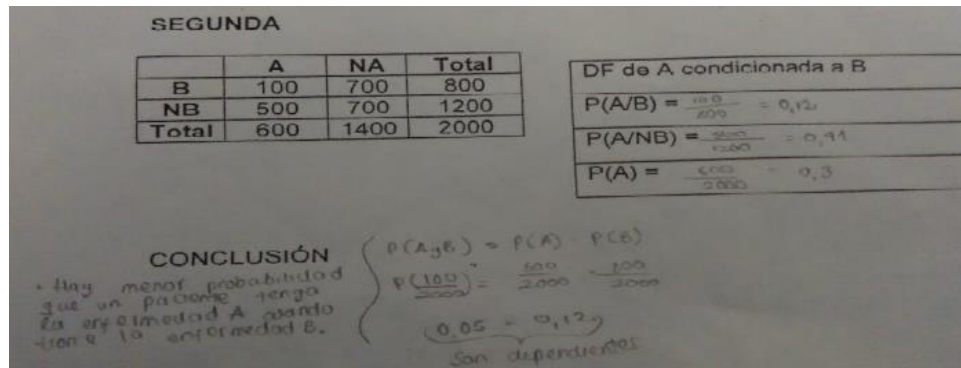


Figura 14. Procedimiento utilizado por los estudiantes

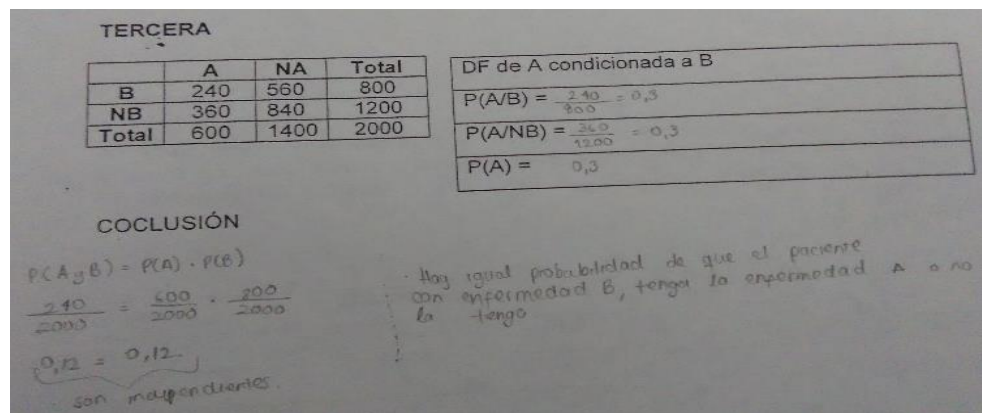


Figura 15. Procedimiento utilizado por los estudiantes

Además, se observa que el vocabulario y notación de los estudiantes utilizado en la solución de los diferentes problemas es más técnica y ha evolucionado respecto a los primeros talleres.

5.1.5. Quinto taller “Teorema de Bayes”

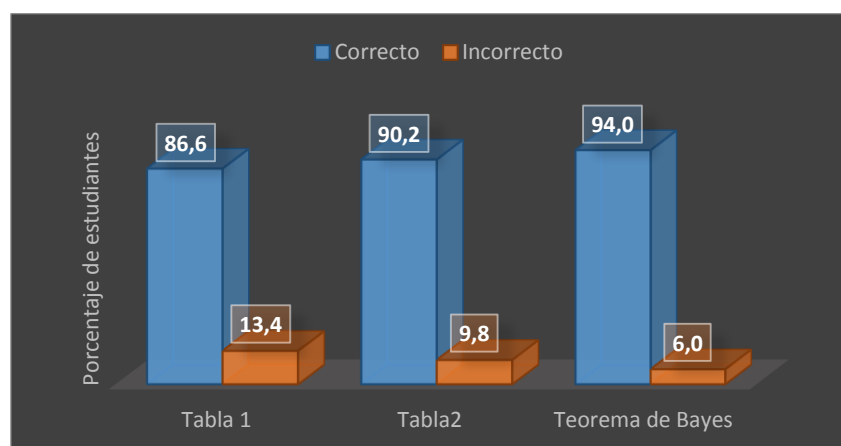
En este taller se introduce al estudiante al estudio del Teorema de Bayes, donde su finalidad es demostrar que la probabilidad a posteriori de un evento, depende de la probabilidad a priori, para esto es necesario la utilización de las competencias desarrolladas en los anteriores talleres. Se presentan seis problemas

contextualizados, que permiten diseñar métodos heurísticos al estudiante llevándolo a realizar una reflexión acerca de los datos obtenidos, e ir evaluando críticamente las conclusiones obtenidas, lo que facilita tomar decisiones que correspondan al uso racional, explícito, juicioso y actualizado de los datos obtenidos, al solucionar los problemas planteados.

El primer y segundo problema tiene como objetivo llevar al estudiante a construir de una forma empírica el Teorema de Bayes, así como los conceptos de probabilidad total, distribución a priori y distribuciones a posteriori.

Para esto se plantea una tabla de contingencia, en la cual deben ir completando las diferentes probabilidades condicionales, a través de las relaciones que existen entre los diferentes sucesos planteados en el problema.

Se observa (Gráfica 7) que el 95% de los estudiantes realizan la tabla correspondiente, que el 93 % obtienen de forma empírica la ecuación del Teorema de Bayes, como se observa en las Figuras 16 y 17.



Gráfica 7. Resultados de las preguntas para identificar la obtención del Teorema de Bayes.



Figura 16. Procedimiento utilizado por los estudiantes, para la obtención de forma intuitiva del Teorema de Bayes

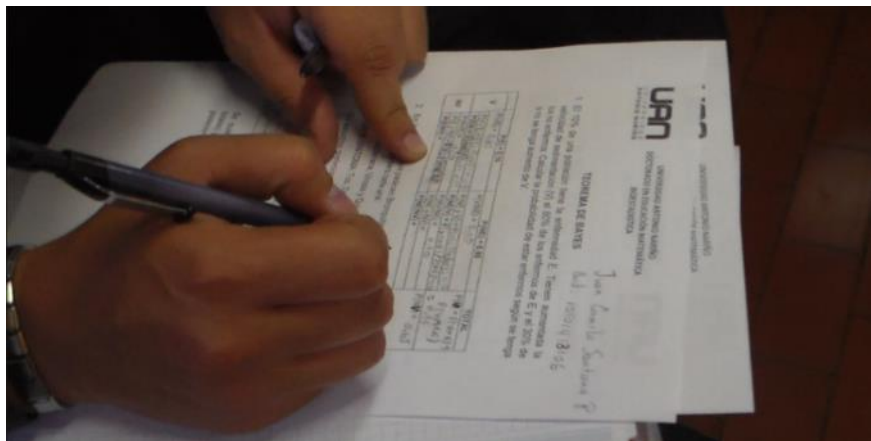
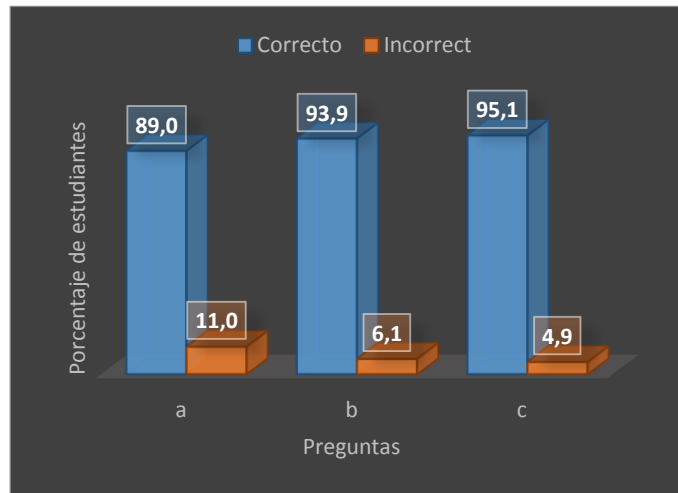


Figura 17. Procedimiento utilizado por los estudiantes, para la obtención de forma intuitiva del Teorema de Bayes

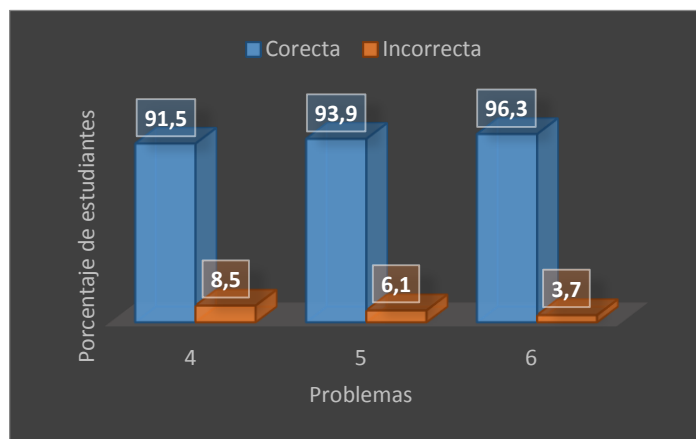
El tercer problema tiene como objetivo evaluar las competencias que tienen los estudiantes en reconocer las distribuciones a priori, a posteriori y el teorema de la probabilidad total. Los resultados del análisis de cada una de estas preguntas se valoran en la Gráfica 8.



Gráfica 8. Resultados de las preguntas para identificar distribuciones a priori, a posteriori y el teorema de la probabilidad total.

Se puede observar que un gran porcentaje de los estudiantes identifican y visualizan correctamente los conceptos planteados para esta actividad. Lo cual permite concluir que los estudiantes han adquirido habilidades para reconocer las características fundamentales en las distribuciones a prior y a posteriori.

Los problemas cuatro, cinco y seis evalúan la capacidad que tienen los estudiantes en el uso del Teorema de Bayes, se observó (Grafica 9) que más del 90% de los estudiantes utilizan correctamente el Teorema de Bayes para dar solución a los problemas.



Gráfica 9. Resultados de las preguntas para identificar la correcta utilización del Teorema de Bayes.

Esto indica que los estudiantes alcanzaron un dominio de los conceptos básicos de la probabilidad, ya que presentan un adecuado razonamiento estadístico en la utilización del Teorema de Bayes, como se evidencia en la Figura 18.

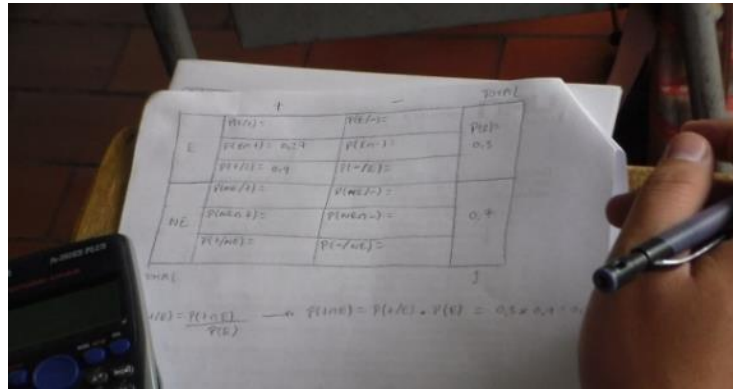


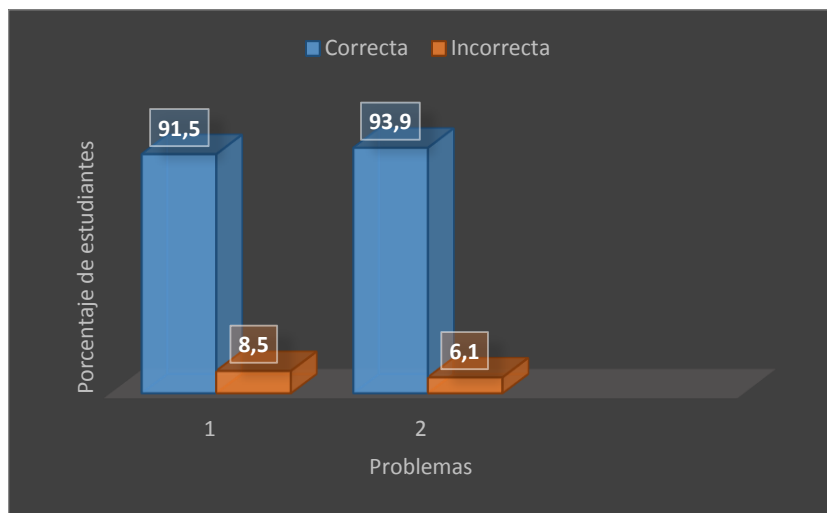
Figura 18. Utilización de heurísticas en la solución de problemas

5.1.6. Sexto Taller “Teorema de Bayes II”

El taller está estructurado por dos problemas, que tienen como finalidad fortalecer competencias en el manejo del teorema de Bayes, centrado en problemas de tamizaje, que permiten aplicar los métodos y procedimientos adquiridos por los estudiantes en los talleres anteriores y crear nuevas heurísticas que les permitirán alcanzar un nivel de raciocinio probabilístico, y esto permite que los estudiantes apliquen las teorías a un contexto de la medicina.

Los estudiantes demostraron competencias de los conceptos básicos para el manejo correcto del Teorema de Bayes (Figura 19), esto es indica que el estudiante cambia su estimación de la probabilidad de la enfermedad según cada nueva información adquirida, paso a paso, como se observa en la Gráfica 10.

El aspecto más relevante es que los estudiantes lograron diferenciar la probabilidad previa, y la probabilidad posterior, teniendo en cuenta los aspectos dados en el problema y los obtenidos después de la solución de este.



Gráfica 10. Porcentaje de estudiantes que contestaron correctamente los problemas del taller seis.

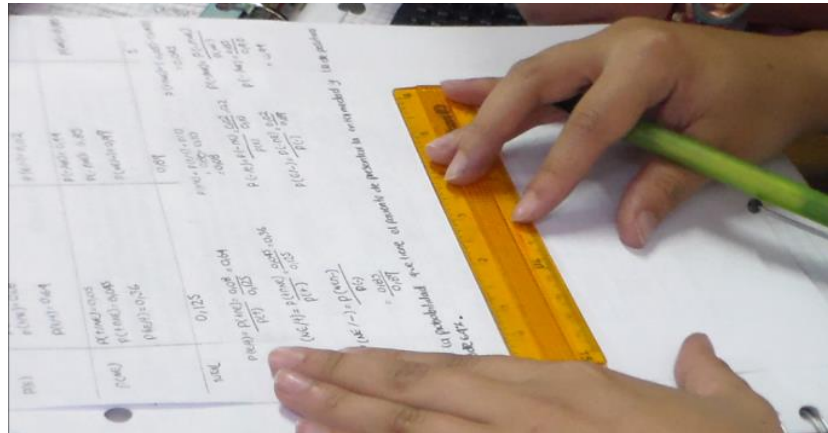


Figura 19. Manejo de conceptos básicos para la solución de problemas

5.1.7. Actividad evaluativa

Se presentó a los estudiantes dos problemas, que contenían una serie de afirmaciones las cuales deberían cualificarlas como falsas o verdaderas, dando un sustento teórico

a la respuesta, dichos problemas presentan unos niveles de comprensión de las ideas y complejidad en los razonamientos.

El cuestionario (Anexo 3) se aplicó a los estudiantes al finalizar el tema como EXAMEN, para garantizar que los estudiantes tuvieran una preparación previa.

Los problemas persiguen determinar la preeminencia del pensamiento probabilístico, para esto se observa que los estudiantes plantean técnicas, procedimientos prácticos y teóricos, como son la construcción de tablas de contingencia que les permiten organizar la información que van obteniendo al solucionar el problema y así poder valorar las afirmaciones (Figura 20), lo que permite concluir que los estudiantes alcanzaron competencias robustas en la utilización de los conceptos básicos de la probabilidad, que les permite comprender una metodología basada en el Teorema de Bayes para estimar la probabilidad de enfermedad en un paciente determinado con una prueba diagnóstica de laboratorio positiva, y a partir también del conocimiento de la prevalencia de la enfermedad, o asignando una probabilidad a priori para un determinado paciente.

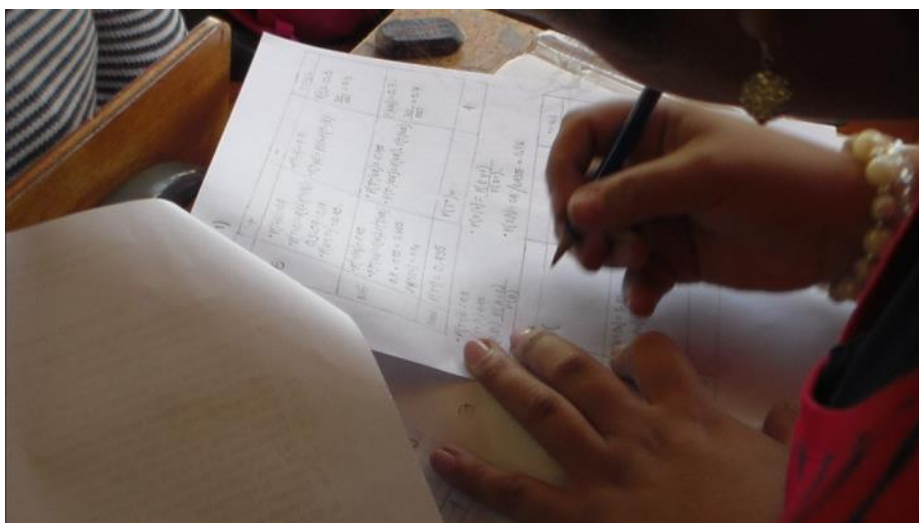
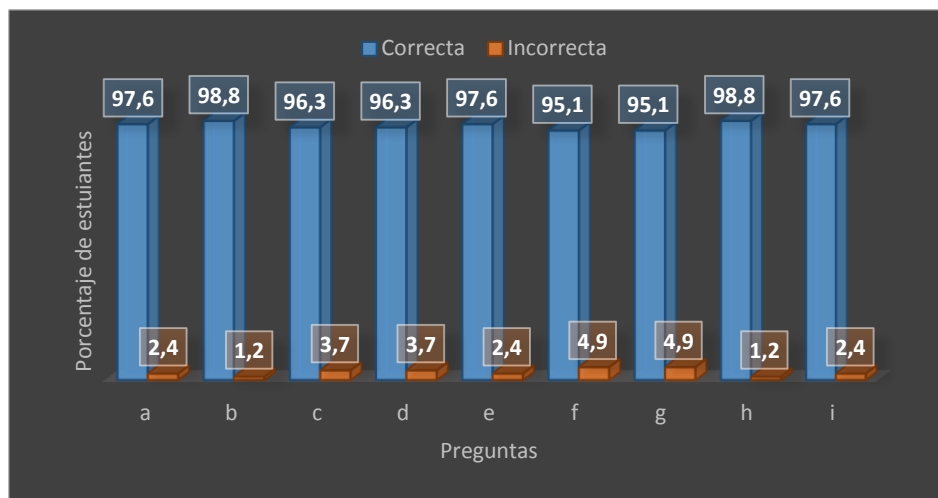


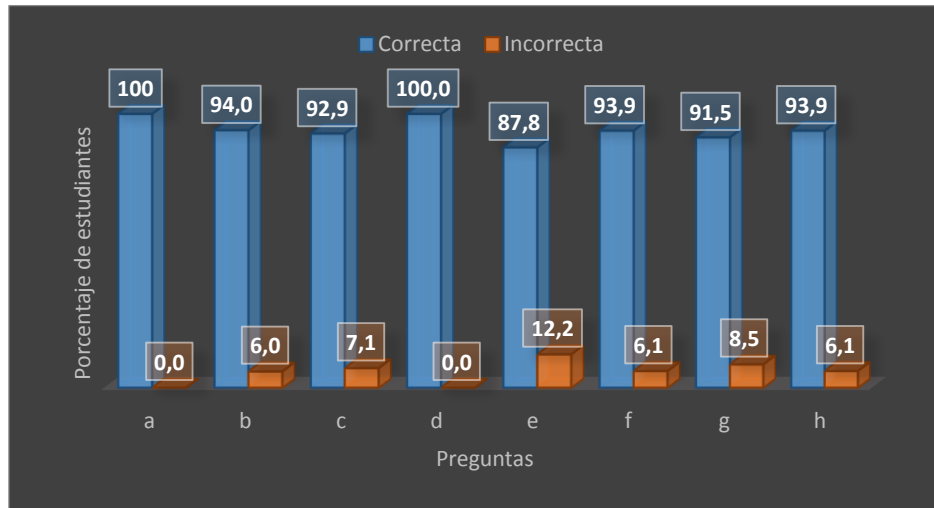
Figura 20. Estrategias utilizadas por los estudiantes en la solución de los problemas

Al analizar los resultados se observa que más de un 90% de los estudiantes son competentes (ver Gráficas 11 y 12) en el manejo de:

- En la construcción y lectura de tablas de conjuntas.
- En el cálculo de probabilidad clásica, para eventos simples y compuestos.
- En el reconocimiento de probabilidades conjuntas y marginales, absolutas y relativas.
- En la resolución de problemas donde interviene la probabilidad condicional.
- En la identificación de probabilidades totales.
- En la utilización del Teorema de Bayes, para revisar probabilidades previamente calculadas cuando se posee nueva información.



Gráfica 11. Porcentaje de estudiantes que contestaron correctamente las afirmaciones del problema uno



Gráfica 12. Porcentaje de estudiantes que contestaron correctamente las afirmaciones del problema dos

5.1.8. Actitud de los estudiantes de medicina hacia la estadística

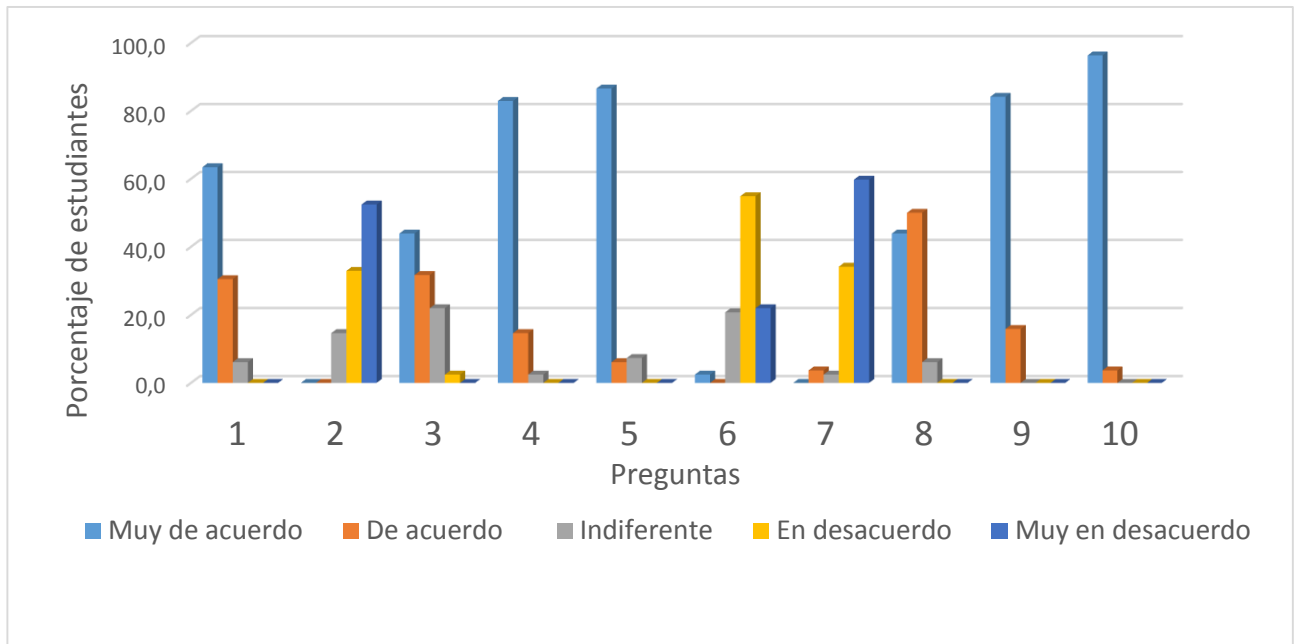
Al finalizar el proceso se aplicó una encuesta de opinión, para explorar la percepción de los estudiantes, sobre el tratamiento del Teorema de Bayes (Anexo 4), para determinar la visión y utilidad que tienen los estudiantes en este momento.

Los resultados de la encuesta (Gráfica 13), indican una actitud positiva y un alto grado de motivación por parte de los estudiantes, ya que evidencian una utilidad del conocimiento de esta ciencia para su futura actividad profesional. Dar a conocer lo preponderante de la probabilidad contribuye de manera significativa a este cambio de actitud hacia esta asignatura. Esto se demuestra, ya que más del 90% de los estudiantes consideran importante el Teorema de Bayes para su futura profesión, como también el 93% de los estudiantes, que piensan que el Teorema de Bayes incrementa las posibilidades de trabajo y le es útil para su vida profesional.

Se resalta que la mayoría de los estudiantes consideran que la formación en estadística recibida hasta el momento le permitirá entender mejor las investigaciones

que se realizan en el campo de la medicina y así poder en el futuro tomar las mejores decisiones en su vida profesional.

Los resultados indican que después de haber desarrollado los temas plantados con el nuevo modelo didáctico, un gran porcentaje de los estudiantes mantienen una actitud positiva hacia la utilidad del Teorema de Bayes, en la formación del futuro médico.



Gráfica 13. Encuesta de actitud de los estudiantes hacia la importancia del Teorema de Bayes.

5.2. Análisis de la prueba final grupo control y experimental

El encontrar diferencia estadística significativa, al comparar dos grupos, es una característica de las investigaciones cuantitativas, pero las dificultades que se presentan para controlar las variables experimentales, en los grupos donde se desarrolló el trabajo, hacen que, en el mejor de los casos se puedan realizar diseños cuasi experimentales, como es el caso de esta investigación. En el proceso investigativo de esta tesis no se plantea un análisis longitudinal a largo plazo, sino que

se centran en evaluaciones realizadas al final de los cursos, en cada uno de los semestres, donde se realizó la intervención.

La comparación de los dos grupos, se realizó mediante el cálculo de intervalos de confianza para la diferencia de proporciones, esto permite analizar si se observan cambios significativos de una población a otra. Al analizar los resultados de las pruebas y contrastarlas, se puede concluir que existen diferencias significativas entre el grupo en el cual se desarrolló una metodología tradicional y el grupo en el cual se implementó la nueva propuesta didáctica para la enseñanza del Teorema de Bayes.

Se percibe, en primer lugar, que la experiencia ha sido sobre todo positiva para los estudiantes, pues han incrementado su rendimiento en los conceptos esenciales y fundamentales de la probabilidad, como es el de probabilidad clásica, como se puede evidenciar en la Tabla 15.

Tabla 15. Contraste de preguntas de la actividad evaluativa, grupo control y grupo experimental

PREGUNTAS	PROPORCIÓN GRUPO 1	PROPORCIÓN GRUPO 2	DIFERENCIA DE PROPORCIONES (95 %)	VALOR DE P
Probabilidad Clásica	61,70	87,80	-0,434 A -0,088	0,0012
Probabilidad Frecuentista	51,06	76,82	-0,444 A -0,071	0,0050
Probabilidad Condicional	27,66	79,26	-0,688 A -0,344	0,0000
Teorema de Bayes	12,76	91,46	-0,917 A -0,657	0,0000

En segundo lugar, se demostró que la metodología aplicada relaciona e integra los conceptos básicos de la probabilidad, de tal forma que escalonadamente consolidan

el conocimiento de las nociones básicas y crean las condiciones para la comprensión efectiva del Teorema de Bayes y de la probabilidad total (ver Tabla 15).

En tercer lugar, se observó que los estudiantes reproducen los momentos de la demostración del Teorema de Bayes, lo que permite que haya una interiorización del proceso y con esto ser utilizado de una forma correcta en la resolución de problemas, donde interviene el concepto de probabilidad inversa. Además, el trabajando en equipo cooperativo, entre pares, hace que el aprendizaje sea más dinámico y autónomo, con una motivación positiva, que lleva a la viabilidad de la estrategia, como se puede observar en la Tabla 15.

Conclusiones del Capítulo 5

En este capítulo se describió la implementación y la evaluación de una serie de talleres de enseñanza, los cuales conforman la propuesta didáctica, la cual se sustenta en el modelo didáctico, para facilitar la enseñanza del Teorema de Bayes.

En la propuesta didáctica se evidencia, que el uso competente de los conceptos relacionados con la concepción frecuencial de la probabilidad, es de gran utilidad para una proporción significativa de estudiantes, pues superan las dificultades para valorar la importancia del tamaño de la muestra a la hora de estimar la probabilidad de un suceso. En este proceso asumen de manera reflexiva la equiprobabilidad de todos los sucesos elementales asociados a un experimento aleatorio y adquieren con propiedad el concepto de independencia probabilística.

Como resultado de implementación de la propuesta didáctica se resalta: primero, que los estudiantes utilizan sus propias deficiencias para crear un nuevo conocimiento

probabilístico, esto se observó cuando se enfrentaban a un problema, que les permitía proporcionar nuevas habilidades y proveer el contexto para discusiones con el grupo relacionadas con el tema, lo que conlleva a un nivel superior en el pensamiento probabilístico.

El segundo aspecto a resaltar es el desarrollo que presentan los estudiantes en el manejo del vocabulario técnico de la estadística, lo que permite una mejor comprensión de los conceptos trabajados en cada uno de los talleres.

El tercer aspecto, es la capacidad que desarrollaron los estudiantes para extraer información de tablas de contingencia, para dar solución a los problemas planteados.

El cuarto aspecto, es la articulación de los diferentes conceptos probabilísticos que llevaron al estudiante de una forma natural a construir el concepto de probabilidad subjetiva y condicional, que permitieron comprender el uso del teorema de Bayes.

Los resultados indican que la metodología propuesta para la enseñanza contribuye también a generar actitudes positivas hacia la probabilidad como marco útil para resolver problemas y proporcionar a los estudiantes una visión más ajustada del proceso de construcción de un marco teórico científico.

CONCLUSIONES

El transcurso de la investigación, sobre el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes, en los estudiantes de medicina de la Universidad Antonio Nariño, permitió comprobar la hipótesis de la tesis y ofrecer una respuesta al objetivo. Los resultados obtenidos propician destacar algunos elementos que resultan esenciales en éste trabajo, ellos son:

El proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística en la formación médica ha sido investigado por Fernández (1996), Norman y Streiner (1996), Leung (2002), Indrayan (1996), Hogg (1992), Hassad (2009), Fmiles y otros (2010), Espindola y otros (2013), Garfield, Hogg, Schau y Whittinghill (2002), entre otros. Estos autores realizan estudios sobre la importancia de la enseñanza de la estadística, identificando los obstáculos cognitivos que presentan los estudiantes, proponiendo modelos, metodologías y estrategias didácticas, para hacer la estadística más asequible a los estudiantes. También como resultado del análisis que arrojan estas investigaciones, se puede concluir que la presentación realizada de los conceptos estadísticos es descontextualizada, lo que implica que no haya una motivación por parte de los estudiantes y que la actitud de estos no sea positiva, lo cual conduce a que no se presente una disposición a aprender y a valorar la estadística como una herramienta fundamental en su formación profesional.

La importancia de la enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes en la formación médica ha tenido relevancia para autores como: Rossman y Short (1995), Iglesia y otros (2000), Nendaz y otros (2006), Nease y Owens (1997), Díaz, De la Fuente y Batanero (2012), entre otros. Como resultado de estas investigaciones, se puede

determinar que la enseñanza de la estadística bayesiana es limitada en las escuelas de medicina. Todo esto indica la necesidad de replantear la enseñanza del Teorema de Bayes, donde se utilicen problemas retadores y en contexto, que lleven al estudiante a tener conflictos cognitivos, que le permitan tomar las mejores decisiones. Además los autores que se destacan en el estado del arte, indican la existencia de intuiciones erróneas, sesgos de razonamiento y errores de comprensión en la aplicación del Teorema de Bayes, y que su enseñanza no es en ocasiones lo suficientemente amplia, como para superar los obstáculos que presentan, con la propuesta del modelo y la estrategia didáctica en esta tesis, se demostró que estos obstáculos son superados por los estudiantes, lo que conlleva a un cambio de actitud de estos estadística.

Los fundamentos filosóficos para el desarrollo de esta tesis se sustentan en los trabajos de Lakatos (1978), Davis y Hersh (1988). Donde se parte de la posición de Lakatos, en el que demuestra que la actividad matemática se puede construir a partir de un problema y una conjetura. Por su parte Davis y Hersh se refieren a desarrollar una reconstrucción de la matemática, a través de la necesidad histórica.

En lo psicológico se consideran la posición de Piaget, que parte de un pensamiento formal, el cual está presente en la población de estudio de esta investigación, donde se pueden realizar proceso de pensamiento de adaptación, asimilación, acomodación llegando a un equilibrio cognitivo.

En la investigación se asumió la teoría de la resolución de problemas dada por Schoenfeld (1985), en particular las fases para su resolución. Con respecto a la heurística se consideran los elementos planteados por Pólya (1965), Ballester y otros

(1992), los cuales aportan que los recursos heurísticos están dados por: medios auxiliares heurísticos, procedimientos heurísticos y el programa heurístico general. En el desarrollo de la propuesta didáctica se da relevancia a la utilización del método heurístico, pues se plantea a los estudiantes preguntas que facilitan la búsqueda independiente de la solución de los problemas, lo que les permite construir su propio conocimiento y así llegar a una robustez de los conceptos probabilísticos.

Con la investigación se logra realizar un cambio en la actitud de los estudiantes hacia la estadística, pues como se evidenció dentro del estado del arte, los estudiantes no le ven importancia a esta ciencia en su desarrollo profesional. Un aspecto esencial para el cambio de esta mentalidad por parte del estudiante es la Medicina Basada en Evidencia (MBE), ya que por medio de esta se resalta la importancia de la estadística en la investigación médica. En la tesis se toma la MBE como referencia para la elaboración de los problemas planteados en los talleres, lo cual conlleva a que el estudiante evidencie la aplicabilidad de cada uno de los conceptos probabilísticos, para desarrollar un aprendizaje significativo y robusto. Estos resultados se constataron a través de la encuesta de percepción realizada al finalizar la intervención.

La tesis es de tipo cualitativo, con un enfoque de acción participativa, con algunos elementos cuantitativos, para la realización de los análisis de los resultados obtenidos en las dos etapas del proceso investigación. En los resultados finales se realizó una comparación de las pruebas iniciales de la primera etapa y final de la segunda etapa, mediante el cálculo de intervalo de confianza para la diferencia de proporciones y se analizaron los cambios en cada uno de los intervalos. En este proceso se observó, que en cada uno de los conceptos probabilísticos y el manejo del Teorema de Bayes hubo

un cambio significativo, lo que indica que la propuesta didáctica sustentada en el modelo permitió un dominio del contenido en los estudiantes, pues relaciona e integra los conceptos probabilísticos de forma tal que se construyeron redes conceptuales que permitieron la comprensión del Teorema de Bayes y de la probabilidad total.

El diagnóstico de la situación inicial se estructura en la evaluación de los conocimientos a un grupo control, en determinar la actitud de los estudiantes de medicina hacia la estadística y en conocer los criterios de los docentes universitarios que imparten el curso de Bioestadística en las facultades de medicina. La triangulación de estos métodos permitió constatar que:

- La necesidad de crear metodologías necesarias para mejorar la comprensión de los conceptos probabilísticos, donde se generen competencias en la lectura de tablas conjuntas, que serán necesarias en la comunicación científica de los futuros médicos.
- Es una necesidad mejorar la actitud negativa que mantienen los estudiantes hacia la estadística, a través de la utilidad del teorema de Bayes, en la formación del futuro médico.
- La necesidad de mejorar la percepción de los docentes que imparten el curso de Bioestadística, pues muchos desconocen la utilidad que puede tener el Teorema de Bayes en la formación del futuro médico, así como en el desarrollo del razonamiento de los estudiantes.

Se presenta un modelo didáctico consta de tres fases interrelacionados entre sí. En la Fase 1 se presentan los fundamentos teóricos del modelo, el diagnóstico y la contradicción externa. En la Fase 2 se hace referencia a la contradicción interna y al

momento de resolución, el cual constituye la esencia del modelo, donde se posibilita la solución de la contradicción y de la problemática inicial. En la Fase 3 se explicita la propuesta didáctica y su implementación. El modelo didáctico tiene su salida en la práctica, a través de una propuesta didáctica, que se basa en interrelacionar los conceptos esenciales de probabilidad y de la definición de probabilidad condicional, para permitir la integración de redes conceptuales que facilitan las condiciones para el conocimiento del Teorema de Bayes y de la probabilidad total.

El estudio de los resultados obtenidos a partir de los talleres revela el carácter multidimensional de las diferentes heurísticas utilizadas por los estudiantes en la solución de los problemas. Cada una de las estrategias propuestas, ha permitido evaluar los diferentes componentes de la probabilidad, encontrando respuestas que permiten, observar los avances de los estudiantes y como iban construyendo las redes conceptuales, que los llevaban a ir relacionado los diferentes contenidos para elaborar la demostración del Teorema de Bayes y la probabilidad total. A partir de estos resultados se ha podido determinar algunos obstáculos que presentaron los estudiantes y como los mismos problemas le permitían superarlos, una de las características de la metodología basada en problemas.

En el desarrollo de los talleres los estudiantes reconocieron las ventajas de utilizar las tablas de contingencia (la cual deviene en un método de trabajo), porque aumenta su capacidad para el autoaprendizaje y su capacidad crítica para analizar la información que les ofrecían cada uno de los problemas. Este método de las tablas de contingencia les permite encontrar procedimientos y estrategias convenientes, que los involucren como elementos activos de su propio aprendizaje, esto les permite tener mayor

seguridad de los conocimientos adquiridos, lo que eleva el nivel de motivación de los estudiantes, llevándolos a un aprendizaje significativo, principios fundamentales del aprendizaje basado en problemas.

Al comparar los resultados de los estudiantes de los dos grupos estudiados, se encontró que, efectivamente, la propuesta didáctica sustentada en el modelo didáctico supone una mejora del mismo, no sólo por el aumento en la cantidad de estudiantes que utilizan correctamente el Teorema de Bayes y la probabilidad total, sino también por el manejo de competencias que relacionan todos los conceptos de probabilidad previos. Sin embargo, esta mejoría no se produce de forma proporcional, pues se muestra que los avances se producían tras la creación de las heurísticas por parte de los estudiantes, lo que permitió un enriquecimiento en los procedimientos, definiciones, los argumentos, el lenguaje utilizado y el uso de propiedades, relacionándolos con problemas asociados.

RECOMENDACIONES

La implementación de la propuesta didáctica sustentada en el modelo didáctico para fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Teorema de Bayes, en los estudiantes de medicina de la Universidad Antonio Nariño, en el marco de las aplicaciones a las Pruebas de Diagnóstico en el contexto de la Medicina Basada en la Evidencia, requiere considerar y poner en práctica las siguientes recomendaciones:

- Profundizar en la aplicación de la propuesta didáctica a otras temáticas de la Bioestadística, como son los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis, en la escuela de medicina.
- Motivar a los estudiantes de medicina por el estudio de la Bioestadística, en particular por la aplicación del Teorema de Bayes dentro de la medicina basada en evidencia.

BIBLIOGRAFÍA

- A taxonomy of problems – based learning methods, in *Medical Education*, 20/6. 481- 486.
- Albert, J. (1995). Teaching inference about proportion. Using Bayes and discrete models. *Journal of Statistics Education*, 3(3). Recuperable el 15 de febrero de 2014 en la URL: <http://www.amstat.org/publications/jse/v3n3/albert.html>
- Albert, J. (2000). Using a sample survey project to assess the teaching of statistical inference. *Journal of Statistics Education*, 8(1). Recuperable el 15 de febrero de 2014 en la URL: <http://www.amstat.org/publications/jse/secure/v8n1/albert.html>
- Aprendizaje basado en problemas en Teoría. Vol 13. Páginas 145 – 157. Recuperable el 12 de febrero de 2015 en la URL: <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/299/29901314.pdf>
- Barón, J. (2004). *Bioestadística, métodos y aplicaciones*. 1 ed. Málaga: Ed. Universidad de Málaga.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Universidad de Granada
- Batanero, C. y Burrill G. (2011). *Teaching Statistics in School Mathematics- Challenges for Teaching and Teacher Education*. A joint ICMI/IASE Study: The 18th ICMI Study
- Bayes y Price (1763). An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. Recuperable el 6 de febrero de 2016 en la URL: <http://rstl.royalsocietypublishing.org>

- Bayes, T. (1763). An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances, Philosophical Transactions of the Royal Society of London 53, 370-418. Recuperable el 3 de octubre de 2014 de la URL: <http://www.stat.ucla.edu/history/essay.pdf>
- Bernardo, J. (2003). Bayesian Statistics. En R. Viertl (Ed.), Encyclopedia of life support systems (EOLSS). Probability and statistics. Oxford, UK:
- Berwick, D., Fineberg, V. y Weinstein, M. (1981). When doctors meet numbers. Am J Med. 1981; 71:991-998.
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa*. Barcelona: P.P.U.
- Bolstad, W. M. (2002). Teaching Bayesian statistics to undergraduates: Who, what, where, when, why, and how. En B. Phillips (Ed.), Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics. Ciudad del Cabo: International Association for Statistical Education.
- Box, G. y Tiao G. (1992), "Bayesian Inferences in Statistical Analysis". Wiley-Interscience Publication. USA.
- Butler (1998). The Status of Educational Reform Efforts. *Journal of Statistics Education Volume 10*, Number 3. University of Minnesota, University of Iowa, University of New Mexico. (2003). Recuperable el 12 de abril de 2014 en la URL: www.amstat.org/publications/jse/v10n2/garfield.html
- Butler, R. S. (1998), "On the failure of the widespread use of statistics," Amstat News, No. 251, 84
- Cai, J. (2003). What research tells us about teaching mathematics through problem solving. In F. Lester (Ed.), Research and Issues in Teaching Mathematics

Through Problem Solving (pp. 241–254). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Campistrous, L., & Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. p. 21
- Dawson-Saunders B. y Trapp, R. (1993). *Bioestadística Médica*. México, D.F.: Editorial el Manuel Moderno.
- Díaz, C, De la Fuente, I. (2007). Dificultades en la resolución de problemas que involucran el Teorema de Bayes. Un estudio exploratorio en estudiantes de psicología. *Educación Matemática*, 18(2), 75-94.
- Díaz, C., De la Fuente, E. y Batanero, C. (2012). Statistical inference and experimental research. should we revise our educational practices. Libro de resúmenes de ICME-10 (p. 15). Copenhague: *International Commission on Mathematical Instruction*.
- Dombal F, Leaper J, Staniland J, McCann A, Horrocks J, (1972), Computer-aided diagnosis of acute abdominal pain. *British Medical Journal*.
- Dombal F, Leaper J, Staniland J, McCann A, Horrocks J, (1972). Computer-aided diagnosis of acute abdominal pain. *British Medical Journal*.
- Enseñanza en pequeños grupos en Educación Superior. Madrid: Narcea. pp. 85 – 102.
- Escalona, M. (2007). *El uso de recursos informáticos para favorecer la integración de contenidos en el área de ciencias exactas del preuniversitario*. Tesis en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas.

Universidad de Ciencias Pedagógicas “José de la Luz y Caballero”, Holguín. p. 65.

- Espíndola, A. y et al. (2013). Caracterización del proceso de evaluación del aprendizaje del contenido estadístico en la carrera de Medicina. *Revista de Humanidades Médicas* [online] 2013, vol.13, n.1. pp. 177-192. Recuperable el 11 de abril de 2014 en la URL: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1727-81202013000100011&lng=es&nrm=iso>
- Estrada, A., Díaz, C. y De la Fuente, E. (2006). Un estudio inicial de sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional en alumnos universitarios. En P. Bolea, M. J. Gonzáles y M. Moreno (Eds.), *Actas del IX Simposio de la SEIEM* (pp. 277- 284). Huesca: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Evans Brian, (2007). Student Attitudes, Conceptions, and Achievement in Introductory Undergraduate College Statistics. *The Mathematics Educator*. Vol. 17, No. 2, 24–30
- Falk, R. (1986). Conditional probabilities: insights and difficulties. En R. Davidson y J. Swift (Eds.), *Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics*. (pp. 292 – 297). University of Victoria.
- Fernández, P. (1996). Elementos básicos en el diseño de un estudio. *Cad Aten Primaria*; 3:83-85.
- Fmiles, S., Price, M., Swift, L., Shepstone, L. y Leinster, S. (2010). Statistics teaching in medical school: opinions of practising doctors. *BMC Medical*

- Education 2010; 10(75). Recuperable el 25 de junio de 2014 en la URL: <http://www.biomedcentral.com/1472-6920/10/75> [access date 20-06-2014] ondo.
- García, M. y Nápoles, J. (2015). A dialectical invariant for research in mathematics education. *The Mathematics Enthusiast. Volume 12*, Numbers 1, 2, & 3. Article 33. Recuperable el 3 de diciembre de 2015 de la URL: <http://scholarworks.umt.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1358&context=tme>
 - Garfield, J., Hogg, B., Schau, C. y Whittinghill, D. (2002). First Courses in Statistical Science: The Status of Educational Reform Efforts. *Journal of Statistics Education Volume 10*, Number 2. University of Minnesota, University of Iowa, University of New Mexico. (2002). Recuperable el 12 de abril de 2014 en la URL: www.amstat.org/publications/jse/v10n2/garfield.html
 - Gigerenzer, G. y Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats (pp. 129-161). *Psychological Review*, 102, 684 – 704.
 - Gil, J. (1994). *Análisis de datos cualitativos*. Barcelona. P.P.U.
 - Goldin, G. A. (2004). Problem solving heuristics, affect, and discrete mathematics. *Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik (International Journal on Mathematics Education)*, 36(2), 56–60.
 - Hassad, R. (2009). Reform-Oriented Teaching of Introductory Statistics in the Health, Social and Behavioral Sciences - Historical Context and Rationale. *International Journal of Social Sciences* 2009; 4(2):132-137. Recuperable el 21 de junio de 2014 de la URL: <http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1007/1007.3207.pdf> [access date: 20-06-2014].

- Hennekens, C, y Buring, J. (1987). *Epidemiology in Medicine*. 1 ed. Toronto: Little Brown and Company.
- Hogg, R. (1992), "Report of Workshop on Statistics Education" in *Heeding the Call for Change*, ed. L. Steen, MAA Notes No. 22, Washington: Mathematical Association of American, 34-43
- Howard; R.A., y Matheson, J.E. [1984] "Influence diagrams". En: Howard; R.A., y Matheson,
- Iglesias, P., Leite, J., Mendoza, M., Salinas, V. y Varela, H. (2000). Mesa Redonda Sobre la Enseñanza de la Estadística Bayesiana. *Journal of the Chilean Statistical Society*. pp. 105 -120
- Indrayan A. (1986). Changes needed in style and content of teaching statistics to medical undergraduates. Department of Statistics, The Ohio State University Columbus, Ohio, U.S.A. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. Volume 17, Issue 1, 1986. Recuperable el 03 de abril de 2014 en la URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020739860170113#.U6r0G_I5OH 4
- Jenser F. (2001), *Bayesian Networks and Decision Graphs*, Springer, p.p. 18 – 27
- Joan Garfield (2002) University of Minnesota. Bob Hogg University of Iowa. Candace Schau University of New Mexico. Dex Whittinghill Rowan University *Journal of Statistics Education*. Volume 10, Number 2.

- Lakatos, I. (1978). *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*. Versión Española de Carlos Solis.
- Laupacis, A., Sackett., D. y Roberts, R. (1988). An assesment of clinically useful measures of the consequences of treatment. *N Engl J Med*. 1988; 318: 1728-1733.
- Lauritzen, S. y Spiegelhalter D. (1988), Local computations with probabilities or graphical structures and their application to expert systems. *Journal of Royal Statistical Society, Series B*.
- Lesh, R. y Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. In F. K. Lester, Jr. (Ed.). *The Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. National Council of Teachers of Mathematics. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Leung, W. (2002). *Why and when do we need medical statistics?*. *Student BMJ* 2002; 10:227-228.
- Levin, R. y Rubin, D. (2004). *Estadística para administración y economía*. Séptima edición. Pearson
- Maestre, J., Ocampo, C., Useche, N. y Trout, G. (2012). *Medicina basada en la evidencia: revisión del concepto*. Duazary, diciembre de 2012, Vol. 9 N° 2.
- Mayer, R. (1986). *Pensamiento, Resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Editorial Paidós.
- *Metodología de enseñanzas para el desarrollo de competencias. Orientaciones para el profesorado universitario ante el Espacio Europeo de Educación Superior*. Madrid: Alianza

- Meyer, P. (1998). *Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas*. Addison Wesley Longman.
- Molinero, A. (2002). El método bayesiano en la investigación médica. Asociación española contra la hipertensión arterial. Recuperable el 21 de junio de 2014 de la URL: <http://www.seh-lelha.org/bayes1.htm>
- Morales, P. y Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas, en *Theoria*, Vol.13. Recuperable el 11 de febrero de 2015 de la URL: <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/299/29901314.pdf>, pp. 145-157.
- Mulligan, E. y Sackett, R. (1995). Impatient general medicine is evidence based.
- Napoles, J. (s.f). Aventuras, venturas y desventuras de la resolución de problemas en la escuela. Documento con publicación electrónica. Recuperado el 23 de septiembre de 2013 en la URL: <http://www.edutecne.utn.edu.ar/napoles-valdes/problemas-02.pdf>
- Norman, G. y Streiner, D. (1996). *Bioestadística*. 1 ed. Editorial Mosby/Doyma. Madrid.
- Ojeda, A. (1995). Dificultades del alumnado respecto a la probabilidad condicional. *UNO*, 5, 37 – 55.
- Philip, J. y Hersh Reuben. (1988). *Experiencia Matemática*. Barcelona: Editorial Labor.
- Pochulu, M. y Rodríguez M. (2012). *Educación matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Buenos Aires, Argentina: Eduvim.

- Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Ciudad México: Editorial Trillas.
- Ramirez C, Schau C, Emmioglu E, (2012) The Importance of Attitudes in Statistics Education. *Journal, Statistics Education Research*, 11(2), 57-71.
- Rancich, A. y Candreva, A. (1995). Razonamiento Médico: Factores y condiciones de la resolución de problemas como estrategia de Enseñanza-Aprendizaje, *Educación Médica Salud Vol 29 No. 3 -4*, Recuperado en: <http://hist.library.paho.org/Spanish/EMS/21763.pdf>.
- Richard, L. y Rubin, D. (2004). *Estadística para administración y economía*. Séptima edición. Pearson
- Rohn, K. (1984). Consideraciones acerca de la enseñanza problémica en la enseñanza de la Matemática. En Boletín Sociedad Cubana de Matemática y Computación. La Habana.
- Rojas, O. (2009). *Modelo didáctico para favorecer la enseñanza - aprendizaje de la geometría con un enfoque desarrollador*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero.
- Rossman, A. y Short, T. (1995). Razonamiento Clínico: Su Déficit Actual y la importancia del aprendizaje de un Método durante la formación de la Competencia Clínica del Futuro Médico. *Journal of Statistics Education* v.3, n.2 (1995). Recuperable el 15 de febrero de 2014 en la URL: <http://www.amstat.org/PUBLICATIONS/JSE/v3n2/rossman.html>

- Sackett, D. y Straus, S. (2001). Medicina basada en la evidencia, cómo practicar y enseñar la MBE. 2 ed. Editorial Harcourt. Madrid. Sackett, D., Rosenberg, W., Muir, J., Brian, R. y Richardson, W. (1988). Medicina Basada en la Evidencia: Lo que es y lo que no. Basado en un editorial de *British Medical Journal*. BMJ 1996; 312 (13 enero): 71-2. Recuperable el 5 de noviembre de 2014 en la URL: <http://www.infodoctor.org/rafabravo/mbe3.html#definicion>
- Sahai, H. (1992). Teaching Bayes Theorem using Examples in Medical Diagnosis. *Theachin Mathematics and its Applications*, Volume 11 No. 4 1992.
- Santos, L. (s.f). La resolución de problemas matemáticos: Avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación práctica. Cinvestav-IPN. México.
- Schoenfeld, A. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. En F. Lester (Ed.), *Second*
- Sigarreta, J. (2001). *Incidencia del tratamiento de los problemas matemáticos en la formación de valores*. Tesis en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero, Cuba, p. 78
- Silva, L. y Benavides, A. (2001). El enfoque bayesiano: otra manera de inferir. *Gac Sanit* 2001; 15: 341 6.

- Snee, R. (1990), "Statistical thinking and its contribution to quality" *The American Statistician*, 44, 116-121.
- Sriraman, B. y English, L. (2010). *Theories of Mathematics Education*. New York: Springer.
- Stephen, B. y Cummings, S. (1993). *Diseño de la investigación clínica. Un enfoque epidemiológico*. Barcelona. Doyma.
- Stone V, James. (2013), Bayes 'Rule, A tutorial introduction to Bayesian Analysis.
- Thomas L. Lincoln and Rodger D. Parker, (2008), Medical Diagnosis Using Bayes Theorem. *Medicine Update Volume 18*
- Tosleson, D. (1990). New pathways in general medical. The New England *Journal of Medicine*, Massachusetts Medical Society.
- UNESCO. Recuperable el 15 de febrero de 2014 en la URL:<http://www.uv.es/~bernardo/BayesStat.pdf>.
- Vallecillos, A. y Batanero, C. (1996). Conditional probability and the level of significance in tests of hypotheses. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the Twentieth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 271 – 378). Valencia: Universidad de Valencia.
- Villarroel, Dos Santos y Hinojosa (2014). Razonamiento clínico: Su déficit actual y la importancia del aprendizaje de un método durante la formación de la competencia clínica del futuro médico. *Revista Científica de Ciencias Médicas* 2014; 17(1): 29-36

- Warner H, Toronto L, Veasy L y Stephenson R (1961). A mathematical approach to medical diagnosis: Application to congenital heart disease. *Journal of the American Medical Association*.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223- 265.

ANEXOS

Anexo 1. Encuesta a docentes que imparten la asignatura de Bioestadística

Objetivo: conocer los criterios de los docentes sobre el aporte de la Bioestadística, específicamente del Teorema de Bayes, para la formación del futuro médico.

Desarrollo: a partir de su vivencia como docente de la clase de Bioestadística, le solicitamos sus valiosas opiniones, las cuales serán útiles en la investigación. En las preguntas del 1 al 9 y de acuerdo con su criterio califique de 1 a 5 cada uno de los siguientes aspectos relacionados, siendo: 5- Muy de acuerdo, 4- De acuerdo, 3- Indiferente, 2- En desacuerdo, 1- Muy en desacuerdo, marcando con una X en la casilla correspondiente.

Muchas gracias por su colaboración.

Pregunta	5	4	3	2	1
1. Considera usted que la estadística le será útil al médico en su vida profesional.					
2. Considera usted que es importante desarrollar el concepto del Teorema de Bayes para los futuros médicos.					
3. Cree usted que es mejor dejar el análisis y la utilización del Teorema de Bayes para los "expertos" y no para la formación de los médicos.					
4. Piensa usted que comprender y saber utilizar el concepto del Teorema de Bayes facilitará el trabajo diagnóstico de los futuros médicos.					
5. Considera usted que la formación estadística que reciben los estudiantes de medicina los ayudará a entender mejor las investigaciones que se hacen en su campo de estudio.					
6. Para el desarrollo profesional del médico considero usted que existen temas más importantes que el Teorema de Bayes dentro de la estadística.					
7. Cree usted que es pertinente que la utilización del Teorema de Bayes puede ser útil para quien se dedique a la investigación, pero no para el ejercicio profesional del médico.					
8. Considera usted que el Teorema de Bayes le permite entender la solución de problemas al médico en su vida profesional.					
9. Piensa usted que la presentación del Teorema de Bayes le permite al futuro médico cambiar la manera de pensar sobre la aplicabilidad de la Estadística en la formación profesional.					

Anexo 2. Cuestionario a estudiantes. Grupo control

Nombre _____ Código _____

1. Explica la diferencia entre una probabilidad simple y una probabilidad condicional.

2. Define el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios:
 - a. Observar el género (masculino/ femenino) de los hijos de las familias con tres descendientes.

 - b. Observar el género (masculino/ femenino) de los hijos de las familias con tres descendientes en los que dos son varones.

3. En la sala de pediatría de un hospital, el 60% de los pacientes son niñas. De los niños el 35% son menores de 24 meses. El 20% de las niñas tienen menos de 24 meses. Un pediatra que ingresa a la sala selecciona un infante al azar, el infante resulta ser menor de 24 meses. Determine la probabilidad que sea una niña.
 - a. 26 %
 - b. 54%
 - c. $(60/100) \times (35/100)$
 - d. 46 %
4. Se extrae una carta al azar de una baraja española (40 cartas con números del 1 al 7, sota caballo y rey): sea: A: el suceso "se extrae una carta de oros " y B: el suceso "se extrae un rey" ¿Los sucesos A y B son independientes?
 - a. No son independientes porque en la baraja hay un rey de oros.
 - b. Sólo si sacamos primero una carta para ver si es rey y se vuelve a colocar en la baraja. Luego sacamos una segunda carta para mirar si es oros.
 - c. Sí, porque $P(\text{rey de oros}) = P(\text{rey}) \times P(\text{oros})$
 - d. No, porque $P(\text{rey} / \text{oros}) \neq P(\text{rey})$.

5. Una caja tiene cinco bolas, de los cuales dos son rojas. Se sacan dos al azar, una tras otra sin reemplazo y se observa que la primera bola es roja, ¿qué es más probable?
- Que la segunda bola sea roja.
 - Que la segunda bola no sea roja.
 - Los dos sucesos son iguales de probables.
6. En un hospital se ha realizado una entrevista a un grupo de hombres, obteniendo los siguientes resultados:

	Menos de 55 años	Más de 55 años	Total
Ha sufrido un ataque al corazón	29	75	104
No ha sufrido un ataque	401	227	628
Total	430	302	732

Si elegimos al azar una de estas personas:

- ¿Cuál es la probabilidad de que haya tenido un ataque al corazón?

- ¿Cuál es la probabilidad de que tenga más de 55 años y además haya tenido uno o más ataques al corazón?

- Dado que la persona escogida tiene más de 55 años, ¿cuál es la probabilidad de que haya tenido un ataque al corazón?

- Dado que la persona escogida ha tenido un ataque al corazón, ¿cuál es la probabilidad de que tenga más de 55 años?

7. Hemos lanzado dos dados y sabemos que el producto de los dos números obtenidos ha sido 12 ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los dos números sea un 6?

8. Un test diagnóstico de cáncer fue administrado a todos los residentes de una gran ciudad. Un resultado positivo en el test es indicativo de cáncer y un resultado

negativo es indicativo de ausencia de cáncer. ¿En cuál de las siguientes predicciones tienes más confianza?

- a. Predecir que una persona tiene cáncer si ha dado positivo en el test de diagnóstico.
- b. Predecir un resultado positivo en el test de diagnóstico si la persona tiene cáncer.
- c. Tengo la misma confianza en ambas predicciones.

9. En una ciudad hay 60 hombres y 40 mujeres por cada 100 habitantes. 50 de cada 100 hombres y 25 de cada 100 mujeres fuman. Si escogemos 200 personas al azar, ¿cuántas de estas 200 personas fumarán?

10. Una persona lanza un dado y anota si saca un número par o impar. Estos son los resultados al lanzarlo 15 veces: par, impar, impar, par, par, impar, par, par, par, par, impar, impar, par, par, par. Lanza el dado de nuevo ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número par en este nuevo lanzamiento?

Anexo 3. Actividad Evaluativa

Evalúe cada afirmación de las que aparecen en cada uno de los problemas con una “V” si es verdadera y con una “F” si es falsa (para que una frase sea verdadera tiene que serlo en su totalidad). Sustenta su respuesta.

1. Una enfermedad afecta al 30% de los individuos de una población. Un test de diagnóstico para detectar la enfermedad da positivo en el 90% de los casos que realmente tienen la enfermedad y da negativo en el 95% de los casos que realmente no tienen la enfermedad.
 - a. En esta población, el 70% de los individuos no tienen la enfermedad.
 - b. El test da positivo en el 90% del total de individuos.
 - c. El test “acierta” en el 93.5% de los casos.
 - d. El test “falla” en el 17.5% de los casos.
 - e. Al 11.5% de los individuos que están enfermos, el test les da positivo
 - f. De cada 1000 individuos a los que les da positivo, aproximadamente 115 no tienen la enfermedad.
 - g. De cada 100 individuos a los que el test les da negativo, aproximadamente 10 tienen la enfermedad.
 - h. Si a un individuo el test dio negativo tiene una probabilidad de 10% de que realmente no tenga la enfermedad.
 - i. El valor predictivo negativo de este test diagnóstico es 95,7%.
2. El 90% de los implantes dentarios consolidan. Son fumadores el 20% de los pacientes en los que el implante consolida y el 70% de aquellos en los que el implante no consolida.
 - a. En total, fuman el 40% de los implantados.
 - b. Los implantes consolidan bien en el 90% de los fumadores.
 - c. Los implantes consolidan bien en el 96% de los no fumadores.
 - d. En ese colectivo son fumadores y con implante consolidado el 18%.
 - e. La consolidación del implante y el fumar son características independientes.
 - f. Fumar baja en 54 puntos el porcentaje de implantes que consolidan.
 - g. El efecto del tabaco sobre el éxito de los implantes es 18%.
 - h. El porcentaje de implantes consolidados es 24 puntos menor en fumadores.

Anexo 4. Encuesta a estudiantes que cursan la asignatura de Bioestadística

Objetivo: conocer los criterios de los estudiantes sobre el aporte de la Bioestadística, específicamente el Teorema de Bayes, para su formación y futuro desempeño profesional.

Desarrollo: apreciado estudiante, a partir de su vivencia en la clase de Bioestadística, le solicitamos su valiosa opinión, las cuales serán útiles en la investigación. En las preguntas del 1 al 10 y de acuerdo con su criterio califique de 1 a 5 cada uno de los siguientes aspectos relacionados, siendo: 5- Muy de acuerdo, 4- De acuerdo, 3- Indiferente, 2- En desacuerdo, 1- Muy en desacuerdo, marcando con una X la casilla correspondiente.

Muchas gracias por su colaboración.

Pregunta	5	4	3	2	1
a. Considera usted que es importante desarrollar el concepto del Teorema de Bayes para su futura profesión.					
b. Cree usted que es mejor dejar el análisis y la utilización del Teorema de Bayes para los “expertos “.					
c. Piensa usted que comprender y saber utilizar el concepto del teorema de Bayes incrementaría sus posibilidades de trabajo.					
d. Considera usted que la formación estadística que ha recibido le ayudará a entender mejor las investigaciones que se hacen en su campo de estudio.					
e. Cuando me enfrento a un problema de estadística estoy calmado(a) y tranquilo(a).					
f. Para mi desarrollo profesional como médico considero que existen temas más importantes que el Teorema de Bayes.					
g. Cree usted que es pertinente que la utilización del Teorema de Bayes puede ser útil para quien se dedique a la investigación, pero no para su ejercicio profesional como médico.					
h. Considera usted que el Teorema de Bayes le permite entender la solución de problemas en su futura vida profesional.					
i. Considera que la estadística le podría ser útil en su vida profesional.					
j. Piensa usted que la presentación del Teorema de Bayes permitió cambiar la manera de pensar sobre la aplicabilidad de la Estadística en la formación profesional.					

Anexo 5. Syllabus de Bioestadística

Datos de identificación	
Programa: CIENCIAS DE LA SALUD	Asignatura: BIOESTADÍSTICA
Código:	Plan de estudios: APLICA A VARIOS PLANES
Número de Créditos	Fecha de actualización
Motivación, importancia y pertinencia de la Asignatura	
<p>En la formación del Profesional en ciencias la salud (medicina), los contenidos de esta asignatura aportan al desarrollo de una actitud crítica, metódica e investigativa, mediante la aplicación de conocimientos y herramientas estadísticas descriptivas e inferenciales, que contribuyen a la interpretación y aplicación en estudios científicos e investigaciones que usan información de tipo cuantitativo y cualitativo, dando sustento a la formación científica en la disciplina, encaminada a la construcción del conocimiento. En este contexto, es una materia fundamental dado que los resultados descriptivos y de estimaciones realizada con base en un método científico permiten interpretar y tomar decisiones para mejorar, optimizar o innovar procesos, productos y servicios en los procesos de desempeño del futuro profesional.</p> <p>El curso de Bioestadística pretende desarrollar en los estudiantes las competencias propias del área, para realizar un análisis de estadísticos básicos sobre unos datos conocidos o recolectados mediante un trabajo de campo u investigación específica, valiéndose de las técnicas de la Estadística Descriptiva, Inferencial y el Muestreo; esto es describir una distribución de datos, identificando el tipo de variable (discreta o continua) y por consiguiente el tipo de distribución de frecuencias o de probabilidad, al igual que la construcción de intervalos de confianza y sus respectiva prueba de hipótesis , generando competencias interpretativas y argumentativas, adquiriendo un conocimiento formal de las bases estadísticas necesarias para su aplicación en las ciencias de la salud y otras disciplinas o campos, donde la estadística es la herramienta determinante en la toma de decisiones.</p>	
Esta asignatura desarrolla las siguientes competencias	
<p>Competencias generales: son aquellas capacidades conceptuales, metodológicas y prácticas que se desarrollan transversalmente en los estudiantes de la Universidad Antonio Nariño durante su formación humanista, investigativa, tecnológica y comunicativa.</p> <p>a. Competencias humanistas</p> <ul style="list-style-type: none"> •Actuar éticamente en su desempeño profesional •Respetar y valorar la diversidad cultural y las características individuales como elementos enriquecedores de la sana convivencia. •Promover el compromiso social. la equidad, honestidad, libertad y fraternidad como rasgos esenciales de los profesionales en las áreas de la salud. •Conocer y aplicar los principios de la democracia y de la convivencia ciudadana para garantizar el ejercicio de los derechos y deberes <p>b. Competencias investigativas</p>	

<ul style="list-style-type: none"> • Tener habilidades para buscar, procesar y analizar información procedente de diversas fuentes • Identificar problemas en su contexto y áreas de desempeño profesional que conduzcan a la formulación de proyectos de investigación y avances científicos. • Conocer y aplicar adecuados métodos de investigación que permitan el desarrollo de las acciones propuestas • Escribir informes de investigación que permitan la divulgación y uso de los resultados obtenidos • Utilizar resultados de investigación para mejorar sus prácticas y desempeños profesionales. <p>c. Competencias tecnológicas y comunicativas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comunicarse asertivamente en forma oral y escrita • Utilizar las NTIC"s (nuevas tecnologías de la informática y la comunicación) como herramientas en su quehacer profesional. • Actuar de manera reflexiva y crítica para tomar decisiones acertadas • Trabajar en equipo y asumir roles de liderazgo para promover el trabajo armónico y productivo. <p>d. Competencias transversales.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conocer y utilizar el idioma inglés para acceder a información, mejorar su desempeño profesional y ampliar sus posibilidades laborales • Promover la transformación de la cultura ambiental para tener mejores condiciones de vida. • Impactar favorablemente a las comunidades profesionales en las áreas de la salud para contribuir con su mejoramiento. <p>Competencias disciplinares.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conoce los métodos y procedimientos para organizar un conjunto de datos. • Construye tablas de distribución de frecuencias en variable discreta y continua. • Construye e interpreta gráficos estadísticos. • Calcula e interpreta las medidas de tendencia central • Calcula e interpreta las medidas de dispersión en un conjunto de datos. • Conoce los elementos básicos de la probabilidad. • Aplica las distribuciones de probabilidad en variable discreta y continua. • Realiza estimaciones y pruebas de hipótesis. • Utiliza el diseño maestral para la recolección de información. • Toma decisiones a partir del análisis estadístico sobre un conjunto de datos. • Expresa los resultados en forma técnica.
--

Planeador de Aprendizajes por Competencias		
1. Tabla de saberes (contenidos)		
Saber	Saber hacer	Saber ser
<p>1. Introducción y conceptos básicos.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, comprende los objetivos del curso, la historia,</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Diferencia una muestra de una población, Determina la unidad de observación y las variables objeto de investigación. • Da ejemplos de aplicaciones de la estadística a diferentes campos de investigación, eligiendo un conjunto de 	<ul style="list-style-type: none"> • Coteja ejemplos de variables reales y su respectivo nivel de medición en un enfoque determinístico o aleatorio (estocástico).

<p>aplicaciones, usos y abusos de la estadística. Indaga las escalas de medición y clases de variables, e interioriza los conceptos de población y muestra, parámetro y estimador.</p>	<p>datos y realizando preguntas sobre las características más relevantes de los mismos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Discierne entre varias poblaciones y muestras e indica la adecuada y define la unidad de observación y la(s) característica(s) a investigar.
<p>2. Medidas de tendencia central y de variabilidad para datos no agrupados.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, se ilustra en temas de tendencia central centrándose en:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Medidas de Tendencia Central: Media Aritmética, geométrica, armónica), Mediana y Moda. • Medidas de dispersión: Varianza Poblacional y Muestral, Desviación Estándar, Coeficiente de variación. • Medidas de posición: Cuartiles, Deciles y percentiles. • Medidas de Asimetría y Curtosis. 	<p>Calcula e interpreta correctamente las medidas de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tendencia central • De dispersión • De localización y • Asimetría y curtosis <p>de un conjunto de datos, identificando la conveniencia de una medida de tendencia central con base en el tipo de variable, de sus ventajas y desventajas.</p> <p>Describe y analiza el comportamiento de un conjunto de datos en cuanto a su tendencia, homogeneidad y forma.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliza medidas de tendencia central y de variabilidad en la toma de decisiones • Relaciona el comportamiento de distintas investigaciones o conjuntos de datos a partir de los coeficientes variación y de asimetría. • Realiza análisis con información de datos reales analizando equivalencias y disimilitudes con base en las medidas de dispersión y asimetría y curtosis.
<p>3. Distribución de frecuencia.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, se instruye en la estructuración, construcción e interpretación de una tabla de Frecuencias aplicando la Regla de Sturges para determinar el número de clases, agrupando la información en frecuencias absolutas y relativas simples y acumuladas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Dado un conjunto de datos el alumno los organizará e interpretará acertadamente. • Construye e interpreta la estructura de una distribución de frecuencias, para un conjunto de datos reales de un estudio específico. 	<p>Dado un enunciado de un conjunto de datos de un tema específico:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propone el número de clases para un conjunto de datos. • Elabora y analiza la tabla de frecuencias.
<p>4. Medidas de tendencia central y de variabilidad para datos agrupados</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, se ilustra en temas de tendencia central y de variabilidad, para datos agrupados, centrándose en:</p>	<p>Dada una distribución de frecuencias calcula correctamente la media, mediana, moda, percentiles, varianza, desviación estándar, coeficiente de variación, coeficiente de asimetría y curtosis.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica información real para la realización de un análisis estadístico. • Reconoce la necesidad de administrar adecuadamente la información en los

<ul style="list-style-type: none"> • Medidas de Tendencia Central: Media Aritmética, geométrica, armónica), Mediana y Moda. • Medidas de dispersión: Varianza Poblacional y Muestral, Desviación Estándar, Coeficiente de variación. • Medidas de posición: Cuartiles, Deciles y percentiles. • Medidas de Asimetría y Curtosis. • La curva normal (Regla Empírica), Teorema de Tchevicheff 		fenómenos educativos y sociales.
<p>5. Gráficas estadísticas</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, interioriza y entiende los gráficos estadísticos de mayor uso, a saber:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diagramas de barras, circulares (tortas). • Histograma, polígonos de Frecuencia y Ojiva. • Diagrama de tallo y hojas y de caja y bigotes. 	<p>Dado un conjunto de datos o una distribución de frecuencias, realiza la gráfica correspondiente al igual que su interpretación, con base en el tipo de variables a estudiar.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Representa los datos en diferentes formas: tablas, diagramas de barras, diagramas circulares, histogramas, polígonos, ojiva, caja y bigotes. • Discute el tipo de gráfico adecuado para el conjunto de datos del estudio planteado.
<p>6. Introducción a la teoría de probabilidades.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, deduce la definición y aplicabilidad de los principios de la probabilidad (axiomas), el uso de los diagramas de árbol, distinguiendo los tipos de eventos haciendo uso de la teoría de conjuntos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Define espacios muestrales y eventos de experimentos aleatorios cotidianos. • Aplica correctamente los axiomas de probabilidad a problemas prácticos. • Usa el diagrama de árbol, en la identificación de puntos muestrales. 	<p>Identifica eventos o situaciones propias de su disciplina con los que aplica los conceptos de probabilidad.</p>
<p>7. Técnicas de conteo.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, se capacita en las técnicas de conteo, adaptando el método de casillas, las permutaciones y combinaciones, al cálculo de probabilidades.</p>	<p>Utiliza las técnicas de conteo en el cálculo de probabilidades.</p>	<p>Aplica las combinaciones y las permutaciones acertadamente para encontrar cardinales de eventos y espacios muestrales.</p>
<p>8. Probabilidad condicional e independencia estadística.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica las características que le permiten aplicar la independencia estadística o en su defecto la probabilidad condicional. 	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica correctamente las leyes de

<p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, se instruye en temas de tablas cruzadas (de contingencia), relacionándolas con las leyes de probabilidad (suma y producto) y las probabilidades marginales, condicionales y compuestas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Usa adecuadamente la técnica adecuada para el cálculo de probabilidades marginales, compuestas y condicionales (teoría de conjuntos, tablas cruzadas, técnicas de conteo, diagramas de árbol). 	<p>probabilidad a problemas prácticos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Calcula la probabilidad de algunos eventos utilizando técnicas de conteo, diagramas de árbol o tablas cruzadas o de contingencia • Plantea y resuelve problemas usando conceptos básicos de probabilidad.
<p>9. Teorema de la Probabilidad total y de Bayes.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, se prepara en la aplicabilidad de las leyes probabilísticas, enfocadas a los eventos comunes transversales (teorema de la probabilidad total) y la estimación de probabilidades (a posteriori) basada en información conocida (a posteriori).</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interioriza los conceptos de probabilidad a priori y a posteriori. • Dadas probabilidades marginales y condicionales, sabe cuándo aplicar el teorema de probabilidad Total y cuando el de Bayes. 	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica adecuadamente el teorema de probabilidad Total y el de Bayes • Extracta sobre cuál de las leyes es aplicable a un problema o situación concreta.
<p>10. Variable aleatoria y Función de probabilidad.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, estudia y analiza los conceptos básicos de variable aleatoria y sus características.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Define correctamente variables aleatorias y construye funciones de probabilidad • Dada una variable aleatoria y un experimento aleatorio sabe cómo construir la función de probabilidad. 	<p>Construye y grafica el comportamiento de un modelo de probabilidades aplicado a situaciones académicas, sociales o de cualquier otra disciplina.</p>
<p>11. Función de Distribución de una variable aleatoria.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, aprende a calcular la función de distribución de una variable aleatoria a partir de la función de probabilidad.</p>	<p>Diseña y construye distribuciones de probabilidad de una variable aleatoria, identificamos la naturaleza de estas.</p>	<p>Aplica y debate respecto del comportamiento de una variable aleatoria, a partir de la exploración de información inherente a situaciones reales, construyendo su función de probabilidad y de distribución o viceversa.</p>
<p>12. Valor esperado y varianza de una Variable Aleatoria.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, aprende a calcular e interpretar el valor esperado</p>	<p>Calcula correctamente el valor esperado y las varianzas de una variable aleatoria, con base en la recopilación de la información o de la función de probabilidad y/o de distribución.</p>	<p>Calcula y analiza correctamente el valor esperado y su varianza, dada una variable aleatoria y su función de probabilidad.</p>

<p>13. Modelos de distribución de probabilidad discretos.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, identifica y clarifica las características y aplicaciones de los modelos discretos de probabilidad, calculando probabilidades mediante el uso correcto de las respectivas tablas de distribución de la Binomial y Poisson, según corresponda.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica la función de probabilidad correspondiente a una situación particular de una variable aleatoria discreta (Distribución Binomial y de Poisson) • Maneja adecuadamente las tablas de cada una de las distribuciones. 	<p>Identifica y diferencia los modelos discretos de probabilidad y los aplica de manera adecuada en la resolución de situaciones concretas.</p>
<p>14. Modelos de probabilidad continuos.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, estudia, interioriza y perfecciona la identificación de las características y aplicaciones de los modelos continuos de probabilidad, calculando probabilidades mediante el uso correcto de las respectivas tablas de distribución de la Normal, t-Student, Ji- Cuadrada.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica la utilidad de la distribución normal estándar. • Calcula probabilidades representadas por áreas en las distribuciones normales, T-Student, Ji- Cuadrada, basado en las tablas respectivas. • Comprende y utiliza la tabla de distribución normal para hallar percentiles y áreas bajo la curva. 	<ul style="list-style-type: none"> • Comprende y utiliza la distribución normal, para resolver ejercicios relacionados con los diferentes aspectos del conocimiento y la pedagogía. • Plantea situaciones en las que la transformación a puntajes estándar facilita la comprensión de los puntajes brutos obtenidos por las personas en pruebas de aptitud y conocimientos.
<p>15. Introducción a muestreo e Inferencia estadística.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, se documenta respecto de las nociones básicas del muestreo y se ilustra acerca de lo fundamental de la estadística inferencial, deduciendo que la rigen las leyes de azar.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Diferencia una muestra de una población y un parámetro de un estimador. • Identifica la población objetivo, la variable objeto de muestreo, el marco muestral y la unidad de análisis, en el planteamiento de situaciones o vivencias del quehacer cotidiano. 	<p>Asocia adecuadamente la correspondencia, entre varios estimadores y parámetros, de esbozo de estudios o proyectos cuyo objetivo es la toma de decisiones bajo condiciones de incertidumbre.</p>
<p>16. Distribuciones de muestreo.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, aprende a identificar, calcular y analizar la distribución y el error de muestreo para la media, la proporción y la varianza en poblaciones infinitas e infinitas,</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Construye e interpreta la distribución de probabilidad asociada con la media, la proporción y la varianza para poblaciones finitas e infinitas. • Comprende el concepto de error de muestreo. • Calcula y analiza errores de muestreo. • Interioriza la aplicabilidad del teorema del límite central 	<p>Planteadas varias situaciones problema:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica el número de muestras posibles en un muestreo aleatorio simple y construye la distribución de probabilidad mediante la ayuda del Excel o software estadístico.

<p>estableciendo el uso de la distribución adecuada para la media y la proporción en aras del Teorema del límite central.</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Aplica correctamente el teorema del límite central y calcula y analiza los errores de muestreo, según corresponda.
<p>17. Estimación puntual y por intervalo.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, se documenta respecto de la estimación puntual y por intervalo, de los siguientes tópicos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definición y conceptos de estimación puntual y por intervalo. • Nivel de confianza y grado de precisión. • Usos de los intervalos de confianza indagando su aplicación en diferentes campos del conocimiento, especialmente en el campo investigativo en la formación de otras disciplinas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Comprende los usos, aplicaciones y supuestos estadísticos en la construcción de intervalos de confianza para la media, la proporción y la varianza de la población. • Calcula y analiza los errores de muestreo, la precisión y los límites de confianza en una estimación por intervalo. • Calcula e interpreta estimaciones puntuales y por intervalo de la media, la proporción y la varianza, concluyendo con un grado de confianza específico, acorde con la situación problema expuesto. 	<ul style="list-style-type: none"> • Planteadas varias situaciones problema con determinadas particularidades calcula e interpreta correctamente el intervalo de confianza apropiado, y, con base en este, toma sus propias decisiones. • Reconoce la necesidad usar y de administrar adecuadamente la información. • Asume la necesidad y utilidad de la Estadística como herramienta en su futuro ejercicio profesional. • Es consciente del grado de precisión que indican las interpretaciones de los resultados estadísticos.
<p>18. Prueba de hipótesis.</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, se documenta en pruebas de hipótesis para la media y la varianza de una muestra fina o infinita.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Realiza pruebas de hipótesis mediante el método de los diez pasos, tanto en media como en varianza. 	<ul style="list-style-type: none"> • Usa situaciones problemáticas conocidas para hacer su respectiva prueba de hipótesis en sus estadísticos.
<p>19. Muestreo</p> <p>El estudiante de Bioestadística de la UAN, se introduce en los diferentes métodos de muestreo, irrestricto Aleatorio o muestreo simple, por conglomerados y sistemático.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Propone diseños muestrales sobre poblaciones finitas, aplicando las técnicas y métodos trabajados teóricamente. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realiza actividades de campo que implican la elaboración de instrumentos, diseño muestral (toma de la muestra), recolección de la información, organización y presentación de la información (tablas y gráficos), análisis estadístico de la información (estadística descriptiva e inferencial)

		y toma de decisiones (conclusiones).
PLANEADOR SEMESTRAL (POR CLASES)		
TEMA		SUBTEMA
No		<ul style="list-style-type: none"> • Contenidos • Metodología • Estrategias de trabajo • Evaluación. • Generalidades. Definiciones • TALLER No. 1.
1	0. PRESENTACION PRELIMINARES, CONCEPTOS BÁSICOS.	
2	I. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.	<ul style="list-style-type: none"> • VARIABLE DISCRETA • Medidas de tendencia central. • Medidas de Posición. (Media, Mediana, Moda) • Distribución de frecuencias. • Graficas • TALLER No. 2.
3		<ul style="list-style-type: none"> • VARIABLE CONTINUA • Distribución de frecuencias. (Datos agrupados) • TALLER No. 3.
4		<ul style="list-style-type: none"> • Graficas Datos Agrupados
5		<ul style="list-style-type: none"> • Medidas de dispersión. • Rango, Varianza, Desviación estándar, cuartiles, Coeficiente de variación.
6		<ul style="list-style-type: none"> • Teoría de conjuntos • TALLER No. 5
7	II. INTRODUCCION A LA PROBABILIDAD	<ul style="list-style-type: none"> • Técnicas de conteo
8		<ul style="list-style-type: none"> • Permutaciones • Combinaciones
9		PRIMER PARCIAL
10	ENTREGA PRIMER PARCIAL	<ul style="list-style-type: none"> • Solución Parcial. Retroalimentación.
11	II. INTRODUCCION A LA PROBABILIDAD	<ul style="list-style-type: none"> • Propiedades de la probabilidad.
12		<ul style="list-style-type: none"> • Cálculo de probabilidades.
13		<ul style="list-style-type: none"> • Probabilidades conjuntas. • Probabilidad condicional. • Probabilidades marginales. • TALLER No. 6
14		<ul style="list-style-type: none"> • Distribución de Probabilidad. Variable Discreta • Valor Esperado
15	III. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD	<ul style="list-style-type: none"> • Distribución Binomial. • TALLER No. 7
16		<ul style="list-style-type: none"> • Distribución de Poisson. • Aplicaciones. • TALLER No 8.

17	SEGUNDO PARCIAL	
18	ENTREGA SEGUNDO PARCIAL	<ul style="list-style-type: none"> Solución Parcial. Retroalimentación.
19	III. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD	<ul style="list-style-type: none"> Distribución de Probabilidad. Variable continua Distribución Normal
20		<ul style="list-style-type: none"> Aplicaciones distribución Normal. TALLER No 9.
21	IV. DISTRIBUCION DE MUESTEO	<ul style="list-style-type: none"> Distribución de la Media Muestral
22	V. ESTIMACION	<ul style="list-style-type: none"> Estimación Puntual Estimación por Intervalos
23		<ul style="list-style-type: none"> Distribución t
24	TERCER PARCIAL	
25	ENTREGA TERCER PARCIAL	<ul style="list-style-type: none"> Solución Parcial. Retroalimentación.
26	VI. PRUEBA DE HIPÓTESIS	<ul style="list-style-type: none"> Prueba de hipótesis para la media Prueba de hipótesis para una proposición
27		<ul style="list-style-type: none"> Prueba de hipótesis para la varianza
28	VII. ANALISIS DE DATOS	<ul style="list-style-type: none"> Distribución Ji-Cuadrada Pruebas de Bondad de Ajuste
29	VIII. INTRODUCCIÓN AL MUESTREO	<ul style="list-style-type: none"> Términos técnicos. Elementos de muestreo. Clases de Muestreo
30	IX. MUESTREO ALETORIO IRRESTRICTO (Simple).	<ul style="list-style-type: none"> Estimación de una media Estimación de un total poblacional. Selección de la muestra.
31		<ul style="list-style-type: none"> Estimación de una proporción poblacional. Muestreo con probabilidades. Ejercicios de aplicación.
32	EXA MEN FINAL	
33	ENTREGA DE NOTAS	

2. Estrategias pedagógicas para el trabajo en el aula

La Universidad Antonio Nariño cuenta con universidad virtual (la plataforma Moodle y páginas virtuales de cada docente) en la cual los estudiantes pueden consultar lo relacionado a cada una de las asignaturas en las cuales se inscribió, allí puede tener acceso al syllabus de la asignatura, material virtual (videos), talleres y laboratorios, luego, el estudiante podrá acceder cuando lo estime conveniente al material inherente a su materia.

En este contexto, el trabajo en el aula se desarrollará mediante clases teóricas presenciales, talleres (compilación de ejercicios con diferentes niveles de dificultad), sesiones de laboratorio (uso de la informática) y tutorías presenciales y virtuales (uso de las aulas virtuales).

Las clases teóricas presenciales, involucran exposiciones magistrales del docente a partir de los temas que el estudiante ha leído previamente, buscándose una participación activa, con resolución de talleres para afianzar los conceptos, estableciendo prioridad en el aspecto comprensivo-lógico de los contenidos, evitándose la mecanización de procedimientos de la estadística.

Se motivarán y expondrán los conceptos fundamentales ilustrándolos con ejemplos del entorno y contexto actual; igualmente se resolverán ejercicios, seleccionándolos de entre los enunciados,

proporcionados en la página web, desde el inicio del curso. Es de aclarar que los estudiantes deben colaborar activamente en el desarrollo de estas sesiones para que la actividad del profesor sea la de orientar, identificar errores y captar los aspectos que presentan mayor dificultad para los alumnos, para realizar estrategias de mejoramiento continuo y a su vez propiciar discusiones pedagógicas en clase.

Se incorpora el componente tecnológico, pretendiendo que el estudiante adquiera competencias en el manejo de las funciones estadísticas de Excel como facilitador en el procesamiento de datos de investigación, organizando sesiones de laboratorio, donde el alumno se familiarizará con la aplicación de la hoja de cálculo Excel y sus funciones estadísticas, al igual que con el manejo de la función de “Análisis de datos” que ofrece el paquete. El objetivo de estas sesiones es que los alumnos conozcan las posibilidades de captura, graficación y procesamiento de la información que aporta este programa, evitándole al estudiante cálculos tediosos, y, por el contrario, si le sirve de ayuda en la comprensión de ciertos conceptos. En las sesiones se tratará de explicar en primera instancia la solución en Excel de los ejercicios desarrollados en clase magistral en la semana, para que el estudiante compare los resultados y le permite discernir acerca de la bondad de usar la tecnología en estadística. Igualmente se procesarán y analizarán ejercicios aplicados a las diferentes áreas del conocimiento con datos numerosos.

Finalmente, habrá un servicio de tutorías donde el alumno, podrá solicitar atención personalizada.

3. Criterios de evaluación

Tipo: Acumulativa

Procedimientos: Tres exámenes parciales y uno final.

Instrumentos: Pruebas tipo objetiva (pruebas escritas), quises, resolución de talleres, resolución de laboratorios y elaboración del informe.

La metodología evaluativa contempla los siguientes aspectos:

- Quises
- Talleres
- Laboratorios
- Pruebas escritas

Las pruebas evaluativas se diseñarán en concordancia con lo establecido por la Universidad, 50% preguntas de procedimiento y el otro 50% tipo ECAES, con el objetivo de que los estudiantes se familiaricen con las pruebas de calidad superior propuestas por el Gobierno.

Escala de calificación

CORTE	QUISES Y LABORATORIOS	TALLERES	PRUEBA ESCRITA	TOTAL
PRIMERO	2%	6%	12%	20%
SEGUNDO	2%	6%	12%	20%
TERCERO	2%	8%	20%	30%
CUARTO	2%	8%	20%	30%

4. Evidencias de aprendizaje

4.1 De Conocimiento (Lo que sabe)

- Técnicas Estadísticas descriptivas e inferenciales
- Teoría de probabilidades
- Estimación puntual y por intervalo

<ul style="list-style-type: none"> • Toma de decisiones • Manejo de funciones de estadísticas de Excel <p>4.2 De desempeño (Lo que sabe hacer)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Técnicas de recolección de información • Aplicación del método científico a investigación • Aplicación de la teoría de probabilidades • Estimación puntual y por intervalo • Toma de decisiones • Manejo de funciones de estadísticas de Excel • Estimación y programación del trabajo. • Desarrollar hábitos de razonamiento y destrezas de aprendizaje que apuntan al manejo con claridad de los conceptos básicos del Análisis Estadístico. <p>4.3 De actitud (Lo que sabe ser)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mostrar actitud crítica y responsable. • Valorar el aprendizaje autónomo. • Mostrar interés en la ampliación de conocimientos y en la búsqueda de información. • Valorar la importancia del trabajo en equipo. • Estar dispuesto a reconocer y corregir errores. • Respetar las decisiones y opiniones ajenas. • Asumir la necesidad y utilidad de la Estadística como herramienta en su futuro ejercicio profesional.
5. Trabajo independiente
<p>Lecturas y ejercicios de destreza, talleres para ser resueltos extra clase, individualmente o en grupo, aclarando posteriormente en clase las dudas o inquietudes. Actividades que conllevan a la participación activa de los estudiantes, la cual es trascendental en el desarrollo del curso para el mejoramiento de la labor pedagógica.</p> <p>Exploración de casos reales de aplicación de los temas que se abordan en clase para que la conceptualización e interiorización de conceptualización de los temas explicados y analizados en clase presencial tengan una relación coherente entre la teoría y la práctica, esto es, el estudiante con el docente propenderán por entender e interpretar la realidad desde la Estadística y la probabilidad, proyectándolo al campo laboral y a otras disciplinas como ciencias sociales, administrativas, del comportamiento, etc.</p> <p>Práctica extra clase de las funciones estadísticas en Excel, explicadas en sesión de laboratorio, identificando las dificultades en su manejo y análisis para efectos de ser dilucidadas en clase presencial.</p>
6. Fuentes de Información o referentes (digitales e impresos)
Textos Guía
<ul style="list-style-type: none"> • Daniel, W. (1990). Bioestadística. Limusa Wiley
Textos Complementarios
<ul style="list-style-type: none"> • Reyes C. Pedro. Bioestadística aplicada Ed. Trillas • Triola, M. (2000). Estadística Elemental. Pearson Educación. • Daniel, Wayne (1988). Estadística con aplicaciones a las Ciencias Sociales y a la Educación. México: McGraw Hill • Elementos de Muestreo. Scheaffer-Mendenhall-Ott.CECSA Edi. Grupo Iberoamérica. • Introducción a la probabilidad y estadística Mendenhall y otros, edit thomsom • Estadística aplicada a los negocios y a la economía Allen Webster Edit Macgraw Hill tercera edición • Estadística para administración y economía Levin y otros, edit Pearson, séptima edición • Probabilidad y estadística, aplicadas a la ingeniería, Montgomery, Runger, Mc Graw Hill.

<ul style="list-style-type: none"> • Probabilidad y estadística, aplicaciones y métodos, Canavos G, Mc Graw Hill • Probabilidad y estadística para ingenieros, Millar I, Freid J • Probabilidad y estadística, Meyer Paul, Limusa • Estadística Matemática con aplicaciones, Scheaffer y Wackerly, Mendenhall • Introduction to probability and statistic for Engineers and Scientists, John Wiley and sons.
Revistas
<ul style="list-style-type: none"> • Revista colombiana de estadística, Universidad Nacional
Direcciones de Internet
<ul style="list-style-type: none"> • http://campusvirtual.uma.es/est_fisio/apuntes/ • http://e-stadistica.bio.ucm.es/ • http://www.bioestadística.uma.es/libro/ • http://www.directoriowebz.com/webs-ciencia-y-tecnologia/instituciones/ • http://www.hrc.es/bioest/Reglin_4.html • http://www.mtas.es/insht/EncOIT/pdf/tomo1/28.pdf • http://www.mundotutoriales.com/tutoriales_veterinaria-mdtema356_3.htm • http://www.unlu.edu.ar/~mapco/apuntes/330/mapco330.htm • http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/UnidadesDidacticas/53-1-u-indice.html • http://www.uaq.mx/matematicas/estadísticas/xu3.html • http://strix.ciens.ucv.ve/~matcomp/probabilidades/index.html • http://www.cimat.mx/info_general/prob.html • http://espanol.geocities.com/eprobabilidades/ • www.aulafacil.com • www.acnielsen.com • www.dane.gov.co • www.census.gov

Anexo 6. Taller 1. Tablas de Contingencia

RECORDEMOS

Una tabla de contingencia es una tabla donde los individuos de una muestra o población se clasifican en función de varias variables. Por ejemplo, la Tabla 1 se puede observar en primer lugar que los 233 individuos de los que se tiene información, 108 son hombres y 125 son mujeres. Asimismo, se sabe que 123 de ellos fuman y 110 no. La tabla de contingencia nos permite tener información cruzada sobre ambas variables: de los 108 hombres, 65 fuman y 43 no, mientras que, en el caso de las mujeres, 58 fuman y 67 no.

El interés principal del estudio de las tablas de contingencia es comprobar si hay relación entre las variables de clasificación.

		SEXO		
		HOMBRE	MUJER	TOTAL
FUMA	SI	65	58	123
	NO	43	67	110
	TOTAL	108	125	233

Tabla 1

ELABORA EN CADA UNO DE LOS SIGUEINTES PROBLEMAS LAS TABLAS DE CONTINGENCIA CORRESPONDIENTES.

0. Se toma una muestra de 200 individuos; 40 de la raza A, 60 de la raza B, 100 de la raza C, para realizar un estudio para determinar la resistencia a una infección y se observa que hay 40 con resistencia baja, 100 con media y 60 con alta, además que la resistencia tiene las cifras favorables con la raza A, 40% alta, 5% baja y las menos favorables en C, 26% alta y 26 baja.

		RESISTENCIA			
		BAJA	MEDIA	ALTA	TOTAL
RAZA	A				
	B				
	C				
	TOTAL				200

1. Se observa 100 pacientes con neumonía, 40 causados por medio de una bacteria y 60 mediante virus. Los pacientes se sometieron a un nuevo tratamiento, el 40% de los casos bacterianos evolucionaron mal, el 30% regular y el 10% muy bien; mientras que los contagiados por virus el 10% evolucionaron mal y el 25% bien, el total de pacientes que evolucionaron muy bien fue de 28.

		EVOLUCIÓN			
		MAL	REGULAR	BIEN	MUY BIEN
BACTERIA					
VIRUS					
TOTAL					

2. Se realiza un estudio en 200 individuos, para determinar el nivel de deporte que practican, divididos en: Adolescentes, Jóvenes, Maduros y Viejos; teniendo encuenta las categorías, mucho (MD), moderado (DM) y no práctica (ND). Se encontró que 16 adolescentes practican mucho deporte, que 34 viejos no practican, 8 jóvenes practican deporte moderado, el total de jóvenes, adolescentes y maduros en el estudio fueron, 60, 80 y 20 respectivamente, el 10% de los maduros practican deporte moderado, el 10% de los viejos practican deporte moderado, el 70% de los jóvenes no practican deporte, el 15% del total de las personas practican mucho deporte, el 65% de los adolescentes no practican ningún deporte.

	PERSONAS					
		ADOLESCENTES	JÓVENES	MADURO	VIEJOS	TOTAL
NIVEL DEPORTE	MD					
	DM					
	ND					
	TOTAL					

- ¿Cuál es la población total?
- El suceso. ¿Cuál es el porcentaje de la población de la raza C?
- La frecuencia marginal relativa. ¿Cuál es el porcentaje de individuos de la raza B?
- El suceso. ¿Cuál es número de individuos de la raza A y con resistencia alta a la infección?
- La frecuencia conjunta relativa. ¿Cuál es el porcentaje de la población de la raza C y con resistencia media a la infección?
- La frecuencia conjunta absoluta. ¿Cuál es el número de individuos de la raza A y con resistencia media a la infección?

Anexo 7. Taller 2. Probabilidad I

3. Se observa 100 pacientes con neumonía, 40 causados por medio de una bacteria y 60 mediante virus. Los pacientes se sometieron a un nuevo tratamiento y se observa lo indicado en la tabla de contingencia.

	EVOLUCIÓN				TOTAL
	MAL	REGULAR	BIEN	MUY BIEN	
BACTERIA	16	12	4	8	40
VIRUS	6	11	15	28	60
TOTAL	22	23	19	36	100

- ¿Qué probabilidad de individuos presentaron neumonía por bacteria?
- ¿Qué probabilidad de individuos presentaron neumonía por bacteria y tuvieron una evolución regular?
- ¿Qué probabilidad de individuos presentaron neumonía por virus y tuvieron una evolución mala?
- ¿Qué probabilidad de individuos presentaron neumonía por bacteria o hayan evolucionado bien con el nuevo tratamiento?
- ¿Qué probabilidad de individuos presentaron evolución muy buena con el nuevo tratamiento o presentaron neumonía por virus?
- ¿Qué probabilidad de individuos con neumonía por virus tuvieron evolución muy buena?
- ¿Qué probabilidad de individuos con evolución regular tuvieron neumonía por bacteria?
- Entre los individuos con neumonía por bacteria. ¿Qué probabilidad de ellos tuvieron una evolución mala?
- Entre los individuos con evolución buena. ¿Qué probabilidad de ellos tuvieron neumonía por virus?

Anexo 8. Taller 3. Probabilidad II

4. Un grupo de 350 individuos se clasifican según dos criterios: Raza (A, B, o C) y número de piezas dentarias que le faltan (0, 1, 2).

	0	1	2
A	20	40	40
B	120	60	20
C	10	30	10

- ¿Qué probabilidad de individuos son de raza A?
 - ¿Qué probabilidad de individuos son de raza A y no ha perdido una pieza dental?
 - ¿Qué probabilidad de individuos han perdido do piezas y sea de raza C?
 - ¿Qué probabilidad de individuos son de raza B o hayan perdido una pieza?
5. Se han estudiado 500 enfermos del hígado, se analizaron con un nuevo procedimiento para determinar si las lesiones son benignas o malignas y luego se les volvió a analizar por el procedimiento usual, determinando que diagnóstico había sido correcto y cuales incorrectos. Los valores obtenidos se representan en la tabla:

	Diagnóstico Correcto	Diagnóstico Incorrecto	Totales
Lesión Maligna	206	12	218
Lesión Benigna	268	14	282
Totales	474	26	500

- ¿Qué probabilidad de enfermos tuvieron Lesión Benigna?
- ¿Qué probabilidad de enfermos tuvieron Lesión Maligna?
- ¿Qué probabilidad de enfermos tuvieron Lesión Benigna y Diagnóstico Correcto?
- ¿Qué probabilidad de enfermos con Diagnóstico Correcto tuvieron Lesión Benigna?
- ¿Qué probabilidad de enfermos con Lesión Benigna tuvieron Diagnóstico Incorrecto?
- Entre los enfermos con Lesión Benigna. ¿Qué probabilidad de ellos tuvieron diagnóstico correcto?
- ¿Tener Lesión Maligna en el pronóstico modifica el riesgo de hacer el diagnóstico incorrecto?

Anexo 9. Taller 4. Independencia

6. Si sabemos que en un colectivo de 2000 personas 600 padecen la enfermedad A (el 30%) y 800 padecen la enfermedad B (el 40%), no podemos deducir si B es más frecuente en las personas con A que sin A. Son independientes los fenómenos en cada situación

PRIMERA SITUACIÓN

	A	NA	Total
B	500	300	800
NB	100	1100	1200
Total	600	1400	2000

CONCLUSIÓN: _____

SEGUNDA SITUACIÓN

	A	NA	Total
B	100	700	800
NB	500	700	1200
Total	600	1400	2000

CONCLUSIÓN: _____

TERCERA SITUACIÓN

	A	NA	Total
B	240	560	800
NB	360	840	1200
Total	600	1400	2000

CONCLUSIÓN: _____

PROBLEMAS

7. Para saber si en un grupo de 43 individuos hay relación entre la práctica de deporte (Sí/No) y la dieta predominante (proteínas, lípidos o hidratos) se recoge los datos en la siguiente tabla.

	DIETA			Total
	Proteínas	Lípidos	Hidratos	
Deporte Si	3	12	5	20
Deporte No	11	7	5	23
Total	14	19	10	43

- a. ¿Qué probabilidad de individuos que practican deporte tuvieron lípidos en la dieta?
 - b. ¿Qué probabilidad de individuos que presentan proteínas en su dieta practican deporte?
 - c. Entre los individuos que no practican deporte. ¿Qué probabilidad de ellos tienen hidratos en su dieta?
8. Para estudiar la relación entre el género (varón = V y mujer = H) y evolución clínica (muerte = M, secuela = S, y curación = C) en cierta enfermedad, se evalúan estas dos variables en un conjunto de 20 enfermos:

V – S	V – C	H – M	V – S	V – C	H – C	V - C
H – S	H – M	V – M	V – C	V – C	H – S	H– M
	V – C	H – M	V – C	V – C	V – C	H – C

- a. Completa las tablas de conjunta y marginales.
- b. ¿Qué probabilidad de enfermos de género V o tuvieron una evolución S?
- c. ¿Qué probabilidad de enfermos con evolución C son de género H?
- d. Entre los enfermos de género V. ¿Qué probabilidad de ellos tuvieron evolución M?

Anexo 10. Taller 5. Teorema de Bayes

9. El 10% de una población tiene la enfermedad E. Tienen aumentada la velocidad de sedimentación (V) el 80% de los enfermos de E y el 30% de los no enfermos. Calcular la probabilidad de estar enfermos según se tenga o no se tenga aumento de V.

10. En los pacientes que padecen Bronquitis se estudian dos variables, con tres posibles valores para cada una:

CAUSA: Bacteriana(B), Virosis(V) y Química(Q).

PRIMER SÍNTOMA: Tos(T), Dolor(D) y Fiebre(F)

En estudios preliminares que conocen las probabilidades marginales de la “causa” (distribución a priori) y la probabilidad de cada “síntoma” condicionada a cada causa:

	$P(B) = 0,10$	$P(V) = 0,50$	$P(Q) = 0,40$
TOS	$P(T/B) = 0,50$	$P(T/V) = 0,40$	$P(T/Q) = 0,00$
DOLOR	$P(D/B) = 0,00$	$P(D/V) = 0,30$	$P(D/Q) = 0,25$
PIEBRE	$P(F/B) = 0,50$	$P(F/V) = 0,30$	$P(F/Q) = 0,75$

Se quiere hallar la probabilidad marginal del “síntoma” (probabilidades totales) y la de cada “causa” condicionada a cada síntoma (distribuciones a posteriori).

CONCLUYA: _____

11. Si el carcinoma del pulmón tiene 3 tipos de histológicos: “A”, “B” y “C” con estas frecuencias de presentación y la frecuencia con que aparece el signo hemoptisis precozmente en cada variedad es:

Tipo histológico	A: 75 %	B: 2 %	C: 23%
Hemoptisis SÍ	4%	98%	25%
Hemoptisis NO	96%	2%	75%

- ¿Cuál es la distribución a priori de tipo histológico?
 - ¿Cuál es la probabilidad total de hemoptisis y de no hemoptisis?
 - ¿Cuáles son las distribuciones a posteriori de tipo histológico?
12. La enfermedad E se presenta en el 10% de la población. Para su diagnóstico se aplica T que resulta positiva en el 80% de los casos con la enfermedad y en el 5% de los individuos sin la enfermedad. Acude un individuo a la consulta y la prueba resulta positiva ¿qué probabilidad tiene de presentar la enfermedad?
13. Se ha evaluado la determinación de la ferritina sérica (tomando como punto de corte 65 mol/l) para el diagnóstico de anemia ferropénica en un grupo de 2579 mujeres. Los resultados son los de la tabla (Tomado de Sakett, Richardson, Rosenberg and Haynes: evidence-Based medicine, to practice ans teach MBE. London: Churchill Livingston 1997).

FERRITINA	ANEMIA	NO ANEMIA	TOTAL
Mayores a 65 mmol/L	731	270	1001
Menores e iguales a 65 mmol/L	78	1500	1578
TOTAL	809	1770	2579

La probabilidad de que no presente anemia una mujer en la que la ferritina ha resultado por encima de 65 mmol/l es.

14. Para estudiar la eficiencia de un nuevo test para el diagnóstico de un tipo particular de cáncer que lo padece el 1% de las mujeres de edad avanzada, se aplicó el mismo a un grupo amplio de mujeres con tal tipo de cáncer y a otro grupo de mujeres sanas, obteniéndose la siguiente tabla:

Presencia del cáncer	Resultado del test		Total
	Positivo	Negativo	
SI (E)	850	150	1000
NO(S)	45	1455	1500

Si tomada una persona y aplicado el test, esta da positivo, ¿qué probabilidad tiene de padecer la enfermedad?

Anexo 11. Taller 6. Teorema de Bayes II

Test de Diagnóstico

15. En Bogotá hay 4 millones de habitantes y la enfermedad “D” afecta en cada momento a 4000 personas (prevalencia = $4000/4000000 = 0.001$). La enfermedad tiene pronóstico muy malo si no se detecta a tiempo. Se pone en marcha un test de diagnóstico que:

- Da “positivo” en el 99% de los enfermos: Sensibilidad = 0,99
- Da “negativo” en el 80% en las personas sanas: Especificidad = 0,80

Se somete a ese test de diagnóstico a todos los habitantes de Bogotá y a los que da positivo se convocan a un estudio más complejo para averiguar si realmente tienen la enfermedad. Entre las personas reina el nerviosismo, pues tiene miedo que la prueba definitivamente confirme la presencia de la mortal enfermedad. Pero uno de los pacientes está tranquilo y confiado en no tener la enfermedad. Se quiere indagar si esta persona es:

- a. Es un ser inconsciente que no se percata de su alto riesgo de enfermedad.
- b. Es un ser desesperado de la vida al que no le importa morir.
- c. Es un estadístico que calculó correctamente su riesgo de enfermedad.

¿Qué probabilidad tiene de estar enfermo, habiendo dado positivo en el test de diagnóstico?

16. Un índice que evalúa el síndrome de muerte repentina de un niño tiene una sensibilidad del 68% y una especificidad del 82%. ¿Cuáles son los valores predictivos positivo y negativo del índice cuando se le aplica en una zona con un 0,21% de muertes repentinas sobre el total de nacidos?

17. En una población tiene la enfermedad E el 80% de las personas. Un test de diagnóstico da positivo en el 70% de los enfermos y en el 20% de los sanos.

Indique en cada afirmación “V” si es verdadera y “F” si es falsa.

- a. La frecuencia relativa de enfermos entre los que tuvieron test positivo en 0.067.
- b. La frecuencia relativa de sanos entre los que tuvieron test negativo es 0,85.
- c. Si tomamos un individuo al azar, la probabilidad de que el test de positivo es 0,60.
- d. En el 60% de las personas el test da positivo.
- e. Tomando un individuo al azar, la probabilidad de que sea E y con test positivo es 0,56.
- f. En el 56% de las personas son E y el test da positivo.

Anexo 12. Ejercicios suplementarios

1. Supóngase que una mujer de 70 años acude a una consulta por fatiga, dolor de manos y pies, además de dolor punzante intermitente en el tórax. La exploración física revela que se trata de una mujer sin otros problemas, el EXAMEN cardiopulmonar es normal y no se encuentra inflamación en las articulaciones. Un diagnóstico posible es este caso es lupus eritematoso sistémico (LES). La duda es si ordenar una prueba de anticuerpos antinucleares (ANA) y, de hacerlo, cómo interpretar los resultados. Tan E, (1982) informo que la prueba ANA es muy sensible para LES, con una positividad de 95% de las veces que la enfermedad está presente; sin embargo, su especificidad es sólo 50%, también se obtienen resultados positivos con otras enfermedades del tejido conjuntivo distintas del LES, y presencia de ANA positivos en la población sana normal aumenta con la edad.

- a. Si se supone que esta paciente tiene una probabilidad basal de 2%, ¿de qué manera los resultados de una prueba de ANA con sensibilidad de 95% y especificidad de 50% para LES cambian la probabilidad si la prueba es positiva? ¿Y si es negativa?
- b. Supóngase que la paciente tiene inflamadas las articulaciones además de los otros síntomas: fatiga, dolor articular y dolor torácico punzante e intermitente. En este caso, la probabilidad de que tenga lupus es mayor, quizá el 20%. Calcular nuevamente la probabilidad de lupus si la prueba es positiva y también en el caso de ser negativa.

2. Un varón de 43 años viene a consulta para un EXAMEN físico porque desea adquirir un seguro. En el EXAMEN de orina se encuentra glucosuria. En fechas recientes, se supo de una nueva prueba que daba resultados positivos en 138 de 150 diabéticos conocidos, y en 24 de 150 pacientes que sabían que no tenían diabetes.

- a. ¿Cuál es la sensibilidad de la nueva prueba?
- b. ¿Cuál es la especificidad de la nueva prueba?
- c. ¿Cuál es la tasa de falsos positivos de la nueva prueba?

Supóngase que la prueba de glucosa en la sangre en ayunas tiene sensibilidad y especificidad de 0.80 y 0.96, respectivamente. Si esta prueba se aplica al mismo grupo en el que se usó la nueva prueba (150 diabéticos y 150 personas sin diabetes), ¿Cuál es la probabilidad revisada de la enfermedad?

3. Considérese a una mujer de 22 años que va a consulta por palpitaciones. Al realizar el EXAMEN físico se encuentra una mujer sana sin soplos cardiacos detectables. En esta situación, se considera que la paciente tiene una probabilidad del 25% de tener prolapso de la válvula mitral, a partir de la prevalencia del padecimiento y de los físicos en esta paciente en particular. El ecocardiograma es muy sensible para detectar prolapso de la válvula mitral en pacientes que lo tienen, sensibilidad aproximada de 90%. También es muy específico, ya que sólo muestra alrededor de 5% de falsos positivos; es decir, se obtiene un resultado negativo correcto en 95% de las personas que no tienen prolapso de la válvula mitral.

- a. ¿De qué manera un ecocardiograma positivo en esta mujer modificaría su opinión de posibilidad de 30% de prolapso de la válvula mitral? Es decir, ¿en qué probabilidad de prolapso de la válvula mitral se pensaría con una prueba positiva?
- b. Si el ecocardiograma fuese negativo, ¿qué tan seguro podría estar de que la paciente no tiene prolapso de la válvula mitral?